縦衝撃を受ける有限長棒の動的挙動*

(第 1 報, ひずみプラトー形成の条件)

台丸谷 政志^{*1}, 内 藤 正 鄰^{*1}
谷 村 眞 治^{*2}, 千 葉 正 師^{*3}Dynamic Behavior of a Finite Length Bar Subjected to Longitudinal Impact
(1st Report, Appearance Conditions of a Strain Plateau)Masashi DAIMARUYA, Masachika NAITOH,
Shinji TANIMURA, and Masashi CHIBA

The present paper deals with the dynamic behavior of an elastic-plastic bar of finite length colliding longitudinally with a rigid wall. The dynamic, plastic deformation of a finite length bar and the appearance conditions of a plastic strain plateau adjacent to the impacted end are examined on the basis of the strain-rate dependence theory for plastic wave propagation. It is shown that the asymptotic formation of a strain plateau in a finite length bar is governed by the magnitude of strain-rate sensitivity, the impact velocity and the length of the bar. In addition, the distribution of plastic strain along finite length bars is found to gradually approach a certain profile with increasing length of the bars. The experimental results on annealed pure aluminum bars of various lengths have shown to agree well with the theoretical predictions.

Key Words: Dynamic Plasticity, Longitudinal Impact, Finite Length Bar, Plastic Waves, Strain-Rate Dependence, Strain Plateau

1. 緒 言

縦衝撃を受ける半無限長棒の弾塑性波動に関する研究は数多く発表されており, その多くは Malvern のひずみ速度依存性塑性波動理論⁽¹⁾に基づいている。しかし, Malvern 理論では衝撃端付近に発達する一様ひずみ領域(ひずみプラトー)を予測することはできないとされ, 構成式や衝撃条件について種々の検討がなされてきた^{(2)~(9)}。例えば, Malvern⁽²⁾, Wood⁽³⁾らは一定応力の衝撃条件下においては Malvern 構成式を用いてもひずみプラトーが形成されることを示し, Suliciu⁽⁴⁾, Cristescu⁽⁵⁾らは構成式中に瞬間塑性応答成分を含めて, ひずみプラトー出現の可能性について論じている。また, 林⁽⁸⁾は種々の構成式を用いて, 弾塑性波伝ばに及ぼす初期・境界条件の影響について検討を加えている。以上は主として半無限長棒に関する議論であるが, 有限長棒の場合についても, 例えば Kolsky⁽¹⁰⁾, Cristescu⁽¹¹⁾, 若杉⁽¹²⁾らの報告がある。著者らは先の報告⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾で一定衝撃速度を受ける半無

限長棒に関して漸近的ひずみプラトーの存在とその出現条件を明らかにした。また, ひずみプラトーの形成は比較的小さな衝撃速度の変動によっても影響され, 衝撃速度が衝撃中に減速する場合にはひずみプラトーは形成されないことを示した⁽¹⁵⁾。さらに, 応力棒に塑性衝突する一定長さの有限長棒に関して, 衝突中のひずみ分布の時間的な発達状態を調べ, 鉛および銅棒について実験検証を行った⁽¹⁶⁾。

本論文では, 剛体によって縦衝撃を受ける有限長棒の動的弾塑性挙動とひずみプラトーの形成条件について検討を行う。まず本研究に用いる焼鈍した純アルミニウムについて Malvern 構成式の適用の妥当性を検討した後, ひずみ速度依存性理論に基づいて長さの異なるアルミニウム棒の動的挙動とひずみプラトーの形成条件を理論的に予測する。次に数種類の長さのアルミニウム棒を相対的に剛体とみなされる特殊検力板⁽¹⁷⁾に縦衝突させて, 衝撃端における弾塑性応力挙動および動的変形についての実験検証を行う。

2. 理 論 解 析

2-1 基礎式 有限長棒が剛体に縦衝突する塑性衝突問題を考える。Malvern 形構成式を用いた一次元塑性波動理論の基礎式系は次のように運動方程式, 適

* 昭和 62 年 3 月 7 日 北海道支部第 28 期総会講演会において講演, 原稿受付 昭和 61 年 7 月 28 日。

^{*1} 正員, 室蘭工業大学 (〒050 室蘭市水元町 27-1)。

^{*2} 正員, 大阪府立大学工学部 (〒591 堺市百舌鳥梅町 4-804)。

^{*3} 学生員, 室蘭工業大学大学院。

合条件式, 構成方程式で与えることができる⁽¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial x} &= \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial t}, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x} \\ E \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma}{\partial t} + g(\sigma, \varepsilon) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで, σ は公称応力, ε は公称ひずみ, v は粒子速度, ρ は密度, E は縦弾性係数を表し, x は軸方向に沿う距離, t は時間を表す。また, $g(\sigma, \varepsilon)$ は材料のひずみ速度依存性を表す関数で, 具体的な形については後述する。

2.2 衝撃条件 長さ L の試料棒が速度 V_0 の剛体によって縦衝撃を受けると仮定し, 境界条件を次のように与える。

衝撃端 $x=0$ において

$$v = \begin{cases} V_0 t/t_0 & (t \leq t_0) \\ V_0 & (t_0 \leq t \leq t_c) \\ \sigma = 0 & (t \leq t) \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

自由端 $x=L$ において

$$\sigma = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ここで, t_0 は衝突状態によって決まる衝撃立上り時間⁽¹⁸⁾, t_c は衝突終了時間で計算結果として求められる。また, 初期条件を $\sigma = \varepsilon = v = 0$ とする。

2.3 関数 $g(\sigma, \varepsilon)$ の検討 各材料に対するひずみ速度を考慮した種々の構成方程式が提案されているが, 簡単に (I) 指数則 $\sigma \propto \dot{\varepsilon}^n$ および (II) 対数則 $\sigma \propto \ln \dot{\varepsilon}$ で分類すれば, Malvern の仮定した構成式⁽¹⁾は前者の $n=1$ の場合であり, Lindholm の実験式⁽²⁰⁾は後者である。

図1は, 本研究で用いた純アルミニウムの動的応力-ひずみ速度関係である。●, ○, ◎印は, ホプキンソン棒法によって得られた実験結果で, それぞれひずみが2, 4, 6%のときのものである。また2種類の曲線は, 実験値を最小二乗法で近似したもので実線はMalvern構成式(I), 一点鎖線は対数則(II)による近似である。純アルミニウムは対数則よりむしろ指数則

図1 アルミニウムの動的応力-ひずみ曲線

に従うとの報告もあり⁽²⁾, また実験値は明らかにMalvern構成式に近い傾向を示しており, 本論文の数値計算では次式を用いる。

$$g(\sigma, \varepsilon) = K \cdot \{\sigma - f(\varepsilon)\} \dots\dots\dots (4)$$

ここで, $f(\varepsilon)$ は静的応力-ひずみ関係を表し, K は材料のひずみ速度依存性を表す。 K 値は少なくともひずみの関数となっているが, 図1のひずみの範囲では大きな変動はないので一定とする。なお, 純アルミニウムについては, ひずみ速度の広い範囲にわたるLindholm⁽²⁰⁾, 田中ら⁽²¹⁾の報告がある。

3. 数 値 計 算

式系(1)は双曲形の偏微分方程式を構成し, 上述の初期条件および境界条件のもとで特性曲線法によって計算される。特性曲線法を用いた計算方法は著者らの先の報告のとおりで⁽⁶⁾⁽¹³⁾, ここでは省略する。

表1に, 実験および数値計算に用いたアルミニウムの静的応力-ひずみ曲線を示す。ただし, $f(\varepsilon)$ は実験値を関数近似したものであり, C_0 は弾性波速度を表す。

図2に衝撃端における粒子速度および応力の時間変動を棒長50cmのアルミニウム棒が速度 $V_0=7$ m/s の縦衝撃を受けた場合について示す。ただし, 衝撃立上り時間を $t_0=10 \mu\text{s}$, $K=3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ とした場合である。太線は式(2)で与えた境界条件を示し, 細線は計算結果である。境界条件式(2)で与えたように衝撃状態が終了する時間 t_c で衝撃端の粒子速度は衝撃体の

表1 アルミニウムの静的応力-ひずみ曲線

$f(\varepsilon) = \sigma_y + A(\varepsilon - \varepsilon_y)^B$	
$\varepsilon_y = 0.01(\%)$	$\sigma_y = 7.056(\text{MPa})$
$A = 144.96(\text{MPa})$	$B = 0.361$
$E = 70.6(\text{GPa})$	$C_0 = 5.1 \times 10^3(\text{mm/s})$

図2 衝撃端における粒子速度および応力変動

速度より大きくなって試料棒と衝撃体は離れ衝撃端応力は零になる。

図3, 4は剛体に衝突する長さ10, 20, 30 cmの有限長棒と半無限長棒のひずみ分布である。実線は有限長棒、破線はそれぞれの有限長棒の衝突終了時間 t_c に対応する半無限長棒のひずみ分布を表している。

図3(a), (b)は衝突速度 $V_0=14$ m/sに対して、 K の値がそれぞれ $10^6, 10^7$ s $^{-1}$ の場合のひずみ分布を示している。有限長棒のひずみ分布は対応する半無限長棒のそれに比べあまり発達しないことがわかる。また、材料のひずみ速度依存性が比較的小さい $K=10^7$ s $^{-1}$ の場合にはひずみ分布が波状を呈し、ひずみ速度効果を見逃したKarman理論による結果⁽¹¹⁾に近い形になっている。(a)では半無限長棒についても明確な

ひずみプラトーが認められないが、(b)では20 cmおよび30 cmの有限長棒に関しても衝撃端付近にひずみプラトーが現れており、材料のひずみ速度依存性を表す係数 K の値によってひずみプラトーの出現が支配されていることがわかる。棒の長さが長く衝突時間が長くなるほどひずみプラトーの長さは長くなっている。なお、衝突時間は主としてひずみ速度依存量、衝突速度および棒長に依存している⁽²²⁾。

図4(a), (b)は衝突速度 $V_0=7$ m/sに対して、 K 値がそれぞれ $10^6, 10^7$ s $^{-1}$ の場合のひずみ分布を示している。衝突持続時間は図3の場合に比べて短くなっているにもかかわらず、図3の場合に比べ衝撃端付近のひずみプラトーが多少発達しており、逆に自由端側へのひずみ分布の発達が小さいことがわかる。この

(a) $K=10^6$ s $^{-1}$ (b) $K=10^7$ s $^{-1}$ 図3 有限長棒および半無限長のひずみ分布 ($V_0=14$ m/s) (a) $K=10^6$ s $^{-1}$ (b) $K=10^7$ s $^{-1}$ 図4 有限長棒および半無限長棒のひずみ分布 ($V_0=7$ m/s) (a) $K=3 \times 10^6$ s $^{-1}$ (b) $K=10^7$ s $^{-1}$

図5 距離を無次元化した場合のひずみ分布

ことは半無限長棒の場合、衝撃速度が低いほどひずみプラトーの出現が早くなることと対応する⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。以上より、有限長棒におけるひずみプラトーの形成は、棒材のひずみ速度依存性の大きさ、衝撃速度および棒長に支配されていることがわかる。

図5(a), (b)は、長さが5, 10, 20, 30, 50 cmの試料棒について衝撃端からの距離 x を各棒の長さ L で除して無次元化した場合のひずみ分布を示す。(a)は、 $K=3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ 、(b)は $K=10^7 \text{ s}^{-1}$ の場合である。実線は衝撃速度 $V_0=14 \text{ m/s}$ 、破線は衝撃速度 $V_0=7 \text{ m/s}$ の場合を表している。これらの図から、より明確に上述の K の値、衝撃速度、棒の長さがひずみプラトーの形成を支配している様子がわかる。また、衝撃速度が大きく棒長が長いほど衝撃時間が長くなって自由端からの反射回数が増加し、ひずみ分布は波状を呈するようになるが、その形状はあまり変化しなくなることがわかる。

4. 実験

4.1 実験方法 実験はアルミニウム棒を自由落下させ、試料棒に対して相対的に剛体とみなされる鋼製(S 45 C)の特殊検力板装置($\phi 215 \times 300 \text{ mm}$)⁽¹⁷⁾に縦

図6 検力板によって測定された衝撃端応力-時間変動

衝撃させる方法で行った。検力板より試料棒の衝撃端の応力変動を検出するとともに衝撃後の試料棒のひずみ分布を測定した。試料棒の純アルミニウム棒は、温度 450°C 、2時間保持、炉冷の焼なまし処理が施されている。直径は10 mmで、長さは50, 100, 200, 300, 500 mmの5種類を用いた。静的応力-ひずみ関係は表1に示したとおりである。

4.2 実験結果 図6は、長さ300 mmのアルミニウム棒を速度5 m/sで検力板へ衝突させた場合の衝撃端応力の時間変動である。装置自身の反射波と思われる小さな振動波形が重畳されているが、図2の理論結果とほぼ対応していることがわかる。

図7(a), (b)は、衝撃速度がそれぞれ7および13.4 m/sの場合に対する各長さの試料棒の残留ひずみ分布で、距離 x を棒長 L で除して無次元化したものである。(a), (b)とも棒の長さが長くなってゆく残留ひずみ分布の形状があまり変化しなくなってゆく様子がわかる。また、先のホプキンソン棒法の結果より本研究で使用した純アルミニウム棒の K 値はほぼ $3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ で、それを考慮に入れると衝撃端近傍において高いひずみ値を取ることを除けば、図5(a)と図7(a), (b)はほぼ対応していることがわかる。衝撃端近傍における高ひずみ値は、横慣性等の影響⁽²³⁾⁽²⁴⁾と考えられる。

図8(a), (b)は、それぞれ衝撃速度 $V_0=7$ および13.4 m/sに対する、棒長 $L=20 \text{ cm}$ の試料棒の残留ひずみ分布の実験結果と $K=3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ とした場合の理論結果との比較である。(a), (b)とも上述の端面における高ひずみ値を除けば全体的によく一致していることがわかる。

(a) $V_0=7 \text{ m/s}$

(b) $V_0=13.4 \text{ m/s}$

図7 距離を無次元化したひずみ分布の実験値

図8 実験値と理論曲線の比較

5. 結 言

本論文では、剛体によって縦衝撃を受ける有限長棒の動的弾塑性挙動とひずみプラトーの形成条件についてひずみ速度依存性理論に基づいて検討を行い、純アルミニウム棒について実験検証を行った。

主要な結果を要約すれば次のとおりである。

(1) 有限長棒におけるひずみプラトーの形成は材料のひずみ速度依存量、衝突速度および棒の長さによって支配されている。

(2) 有限長棒のひずみ分布は、自由端からの反射波の影響によって半無限長棒の場合ほど発達せず、また棒長が長くなるに従いひずみ分布は一定の形状に近づきあまり変化しなくなる。

(3) 上記の理論予測は純アルミニウム棒を用いた実験結果とほぼ一致した。

文 献

- (1) Malvern, L. E., *J. Appl. Mech.*, **18** (1951), 203.
- (2) Malvern, L. E., *Behaviour of Materials under Dynamic Loading*, (1965), 81, ASME, New York.
- (3) Wood, E. K. and Phillips, A., *J. Mech. Phys. Solids*, **15** (1967), 241.
- (4) Suliciu, I., Malvern, L. E. and Cristescu, N., *Arch. Mech.*, **24** (1972), 999.
- (5) Cristescu, N., *Int. J. Solids Struct.*, **8** (1972), 511.
- (6) 西山・谷村, 機論, **36-288** (昭45), 1247.
- (7) Kuriyama, S. and Kawata, K., *J. Appl. Phys.*, **44** (1973), 3445.
- (8) 林・福岡・藤村・香本, 塑性と加工, **14-147** (昭48), 259.
- (9) 千田, 機論, **46-410, A** (昭55), 1143.
- (10) Kolsky, H. and Douch, L. S., *J. Mech. Phys. Solids*, **10** (1962), 195.
- (11) Cristescu, N., *Int. J. Mech. Sci.*, **12** (1970), 723.
- (12) 若杉・後藤, 材料, **28-309** (昭54), 517; 若杉・後藤・西, 材料, **28-309** (昭54), 523.
- (13) 内藤・台丸谷・岸本, 材料, **31-350** (昭57), 1068.
- (14) Daimaruya, M. and Naitoh, M., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **50** (1983), 678.
- (15) 内藤・台丸谷・浜田, 材料, **33-375** (昭59), 1477.
- (16) 内藤・台丸谷・劉, 材料, **34-382** (昭60), 784.
- (17) 谷村・栗庭・機論, **49-448, A** (昭58), 1565.
- (18) 内藤・台丸谷・劉, 機論, **51-463, A** (昭60), 935.
- (19) 中川・岸田・谷林, 材料, **34-384** (昭60), 1115.
- (20) Lindholm, U. S., *J. Mech. Phys. Solids*, **12** (1964), 417.
- (21) 田中・安達, 航空宇宙学雑誌, **21-230** (昭48), 126.
- (22) 台丸谷・内藤・浜田・劉, 機論, **52-474, A** (昭61), 498.
- (23) Devault, G. P., *J. Mech. Phys. Solids*, **13** (1965), 55.
- (24) 田中・黒川・上田, 材料, **34-387** (昭60), 1388.