高密度ポリエチレンの二軸延伸加工に関する研究*
(第 2 報, HDPE の二軸延伸材の各種方向の引張試験)金子 信之^{*1}, 中山 登史男^{*2}, 井上 信雄^{*2}A Study on the Biaxial Forming of Polymers
(2nd Report, Tension Tests in Various Directions
of Biaxially Drawn High-Density Polyethylene)

Nobuyuki KANEKO, Toshio NAKAYAMA, and Nobuo INOUE

Polymers can be considered isotropic when they have not been cold worked, but they become highly anisotropic when plastically deformed. Biaxially drawn high density polyethylene (HDPE) sheets were prepared by forging them between a pair of opposing punches. Various rates of biaxial drawing were achieved by changing the aspect ratios of the rectangular specimens. In the previous paper, they were subsequently subjected to tension tests in the direction of principal strain, and the coefficients of anisotropic yield condition were determined for various amounts of principal strains. In the present paper, on the other hand, the test directions were angled 22.5°, 45°, and 67.5° to the principal strain direction. One of the anisotropic coefficients left unknown in the previous study was thus obtained.

Key Words: Plasticity, Polymer Forming, Anisotropy, Tension Test Yield Criterion

1. 緒 言

結晶性高分子材料を溶融することなく延伸させた場合、延伸方向の引張強度が増大することが知られており、それを目的とする塑性加工の研究は広く行われている。本研究室で行われている、後方押出し、拡管加工などの二軸延伸加工⁽¹⁾の解析には異方性を考慮しなければならないと考えられる。前報⁽²⁾では高密度ポリエチレン (HDPE) を用いた二軸延伸材について、主ひずみ方向の引張試験を行い、その結果をもとに、Raghava ら⁽³⁾の降伏条件式の異方性係数 H, F, G, K_x, K_y, K_z を推定し、種々の延伸比における降伏条件を明らかにした。本報は主ひずみ以外の方向に引張試験を行い、引張降伏応力と方向の関係を明らかにする。さらに、前報では考慮していないせん断成分を表す異方性係数 N を今回の実験結果と前報で求めた他の異方性係数をもとに計算し、これらの係数から種々のひずみにおける、45° 方向の引張降伏強さを求める。

2. 記 号

- α : 引張試験の方向
- α' : 異方性主軸と引張方向の角度差
- β : 主ひずみ増分と異方性主軸の角度差
- $d\lambda$: 主応力と主ひずみ増分の比例係数
- $\Delta\theta$: 異方性主軸の角度変化
- $E_{45}(E_0)$: 45° 方向 (0° 方向) の弾性係数
- ε_{45} : 異方性主軸に対して 45° 方向のひずみ
- F, G, H, K, N : 異方性の係数
- R : 押出し比
- t : 試験片の寸法
- $\sigma_{\varepsilon, 0.2}$: 真ひずみ 0.2 における引張応力
- σ_a : 平均引張降伏強さ
- σ_{45} : 異方性主軸に対して 45° 方向の引張降伏強さ
- $g(\alpha)$: 引張方向による降伏強さの変化

3. 実験装置と実験方法

二軸延伸加工は図 1 に示す平行ポンチ (材質 S 45 C, テストピースとの接触面は研磨仕上げ) によって行われる。このポンチは、4 本の案内ピンによりスライドできる構造のポンチホルダに装置される。ポンチホルダへの荷重は、油圧ラム装置により加えられる。こ

* 昭和 62 年 3 月 7 日 北海道支部第 28 期総会講演会において講演。原稿受付 昭和 61 年 6 月 6 日。

^{*1} 正員, 東京理科大学大学院 (〒162 東京都新宿区神楽坂 1-3)。

^{*2} 正員, 東京理科大学工学部。

のポンチは、幅と長さが異なる直方体材料を圧縮すると短辺方向により大きく延伸する特性を利用して、テストピースの長さを変化させることで種々の延伸比を持った試料を得るものである。

テストピースは、丸棒の原材(三井石油化学 HDPE ハイゼックス 5300 B)を 100° で 12 h 熱処理した後直方体に切削加工したものである。

二軸延伸加工後のテストピースの延伸比を知るため、初期厚さ t mm のテストピース表面に 0.5 mm 間隔に正方格子状のポイントを印し、これを厚さ t' mm まで圧縮した後のポイントの間隔 x, y を調べ、それぞれの方向の延伸比を求め、テストピースの各種サイズについて、 t/t' と延伸比の関係を表す近似式を求める⁽²⁾。ポイント加工を施したテストピースは二軸延伸加工後に引張試験は行えないので、この近似式を用いて延伸比 $X = X'/0.5$, $Y = Y'/0.5$ は算出する。表面の摩擦の影響を低減するために、テストピースとポンチの間に HDPE で厚さ 3 mm のスペーサを入れる。

図 1 実験装置の略図

図 2 引張試験片

図 3 実験過程

引張試験片は二軸延伸加工した試料の中心付近より図 2 に示す形状に加工する。このとき図 3, 4 に示したように引張試験片の引張方向を角度 $\alpha = 0, 22.5, 45, 67.5, 90^\circ$ の 5 種類に定めた。また、平面ひずみ押し加工した試料からも図 5 に示したように試験片を取り出す。引張試験片の引張方向を 1 とし、幅方向を 2 と定義する。引張荷重は万能定速試験機で与え、引張速度は 0.5 mm/min とした。引張試験において試験片の幅と厚さを測定し、体積一定の条件でひずみを求めた。実験はすべて室温で行った。

4. 実験結果と考察

4.1 二軸延伸材 図 6 に二軸延伸材の各種方向の引張試験の結果を示す。図 6 (a)~(c) は t/t' が 4.3 から 4.9、図 6 (d), (e) は t/t' が 2.2 から 2.3、図 6 (f), (g) は t/t' が 7.2 から 9.4 の場合である。図 6 (c), (e), (g) の比較的、真ひずみが小さい、弾性域と推定される領域において、 45° 方向の引張試験の真応力-ひずみ線図の傾きが他の方向の傾きに比較して小さくなっており同様の現象から PE テープについて見られることが報告されている⁽⁴⁾。具体的な弾性係数などについては試験片が小さいなど実験精度に期待できないので定性的な比較にとどめ表 1 にまとめる。この現象は x, y それぞれの方向の延伸比の差が大きい場合に見られる。図 6 (a), (d), (f) に示す x, y の延伸比の差が小さい場合には引張方向の角度の増大とともに弾性係数は増加する。

45° 方向の引張試験において降伏後の真応力は x, y

図 4 引張試験の方向

図 5 平面ひずみ押し材の引張試験

図6 二軸延伸材の真応力-ひずみ線図

の延伸比と無関係に 0° 方向と 90° 方向の真応力-ひずみ曲線に挟まれる。図6(a), (b), (c)の順に x, y 方向の延伸比の差が大きくなるほど、 0° 方向の真応力-ひずみ曲線に近づき、 x, y の差が小さくなると 0° 方向と 90° 方向のほぼ中間となる。これらのことをより明らかにするため引張方向の角度と真ひずみ0.2における応力との関係を図7に示す。明確な降伏点を同一な定義で与えることができないため、充分塑性変形に達していると考えられる真ひずみ0.2における応力を前報と同様に用いた。それぞれの曲線の t/t' はほぼ等しいが x, y の延伸比は異なる。延伸比の差が小さくなると $x-y$ 平面内で等方性に近くなることがこのグラフからもわかる。ここで、この真ひずみ0.2における

表1 弾性係数の比較

X	Y	Y/X	X≠Y	E
1.51	1.54	1.02	2.33	$\epsilon_0 = \epsilon_{45} = \epsilon_{90}$
1.37	1.58	1.15	2.16	$\epsilon_0 < \epsilon_{45} < \epsilon_{90}$
1.12	1.93	1.72	2.16	$\epsilon_0 = \epsilon_{90} > \epsilon_{45}$
1.98	2.48	1.25	4.91	$\epsilon_0 = \epsilon_{45} < \epsilon_{90}$
1.23	3.52	2.86	4.33	$\epsilon_0 = \epsilon_{90} > \epsilon_{45}$
2.70	3.49	1.29	9.42	$\epsilon_0 < \epsilon_{45} < \epsilon_{90}$
1.88	3.89	2.07	7.31	$\epsilon_0 = \epsilon_{90} > \epsilon_{45}$
1.37	5.29	3.86	7.24	$\epsilon_{90} > \epsilon_0 > \epsilon_{45}$

応力を $\sigma_{\epsilon 0.2}$ とし引張方向 α に対する平均値を平均応力 σ_a と考え、任意の α 方向の応力を $g(\alpha)$ とすれば

$$\sigma_a = \left\{ \int_0^{\pi/2} g(\alpha) d\alpha \right\} / (\pi/2) \quad \dots\dots\dots (1)$$

となる。 σ_a を求めるため、 $g(\alpha)$ を Raghava らの降伏条件式

$$H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 2N\tau_{xy}^2 + K_x\sigma_x + K_y\sigma_y + K_z\sigma_z = 1 \quad \dots\dots\dots (2)$$

で近似する。 α 方向の引張応力を σ とすれば、式(2)は

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma \cos^2 \alpha & \sigma_y &= \sigma \sin^2 \alpha \\ \tau_{xy} &= \sigma \cos \alpha \sin \alpha & \sigma_z &= \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \end{aligned}$$

$$\{H + F \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha + (2N - F - G - 4H) \times \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha\} \sigma^2 + (K_x \cos^2 \alpha + K_y \sin^2 \alpha) \sigma - 1 = 0 \quad \cdots (3)$$

と整理される。0°方向と90°方向のそれぞれの応力と、延伸比がわかれば前報と同様に、 H, F, G, K_x, K_y, K_z は求められる。 N は α が45°における応力より得られる。この $g(\alpha)$ より計算した σ_a は t/t' が等しい場合、 x, y の延伸比と無関係にほぼ一定となるため、 σ_a と t/t' との関係を図8に示し最小二乗法により直線に近似した。 t/t' の増加とともに σ_a が増加するグラフとなる。

4.2 平面ひずみ押し材 図9(a)に押し比 $R=1.7$ における圧縮方向と45°方向の真応力-ひずみ線図を示す。平面ひずみ押し材であるから、2軸延伸の表記を用いれば $X=0.58, Y=1.7$ の0°方向と45°方向の引張試験となる。 X が負になっても45°方向の応力が0°方向を上まわるのは同様である。図9(b)は $R=1.7, 3, 4$, それぞれの45°方向の引張試験の結果である。押し比 R が大きくなるほど引張降伏強さは減少している。

図7 $\sigma_{0.2}$ - α 線図

図8 平均応力-圧縮比線図

5. 実験結果の解析

斜め方向の引張試験では主ひずみと応力の方向が一致しないため、引張方向に対しせん断ひずみを生じる。しかしこれは測定できないため、斜め方向に引張るときも直交異方性主軸と主ひずみの軸が一致すると仮定し、降伏条件式と、塑性ポテンシャルとみなした応力・ひずみ関係から、主ひずみと応力の角度差とせん断係数 N を推定する。図10に示すように、両主軸方向の二軸延伸加工による初期ひずみを、それぞれ $\epsilon_{x0}, \epsilon_{y0}$, 引張試験より得られる引張方向のひずみ増分、幅方向のひずみ増分を、それぞれ $\epsilon_i, d\epsilon_o$, 主ひずみの増分 $d\epsilon_x, d\epsilon_y$ とすると、

$$\begin{cases} d\epsilon_x = d\epsilon_i \cos^2(-\alpha) + d\epsilon_o \sin^2(-\alpha) \\ d\epsilon_y = d\epsilon_i \sin^2(-\alpha) + d\epsilon_o \cos^2(-\alpha) \end{cases} \quad \cdots (4)$$

と、あらわされる。したがって、両主軸方向の全ひずみ ϵ_x, ϵ_y は、

$$\begin{cases} \epsilon_x = \epsilon_{x0} + d\epsilon_x \\ \epsilon_y = \epsilon_{y0} + d\epsilon_y \end{cases} \quad \cdots (5)$$

となる。また、せん断ひずみ増分 $\Delta\gamma$ は、

$$\Delta\gamma = -(d\epsilon_i - d\epsilon_o) \cos(-\alpha) \cdot \sin(-\alpha) \quad \cdots (6)$$

である。

ここで仮定から、異方性主軸すなわち主ひずみの方

図9 平面ひずみ押し材の真応力-ひずみ線図

図 10 初期ひずみとひずみ増分

図 11 異方性主軸の回転

図 12 応力とひずみ増分の角度

向は、引張る際に $\Delta\theta$ だけ傾くということがいえる。

$$\Delta\theta = 0.5 \tan^{-1} \{2\Delta\gamma / (\epsilon_x - \epsilon_y)\} \quad (7)$$

ゆえに、主軸が $\Delta\theta$ 傾いた後の主ひずみ ϵ'_x, ϵ'_y は、

$$\begin{aligned} \epsilon'_x &= \epsilon_x \cos^2 \Delta\theta + \epsilon_y \sin^2 \Delta\theta + 2\Delta\gamma \cos \Delta\theta \sin \Delta\theta \\ \epsilon'_y &= \epsilon_x \sin^2 \Delta\theta + \epsilon_y \cos^2 \Delta\theta - 2\Delta\gamma \cos \Delta\theta \sin \Delta\theta \end{aligned} \quad (8)$$

となる。

式(8)で求められる ϵ'_x, ϵ'_y より、降伏条件式(2)の N を除く各係数を求めることができる。これ以降 x, y を新たに x, y とおく。さらに、異方性主軸と、引張方向の角度差 $\alpha' = \alpha - \Delta\theta$ を、図 11 のように定める。

異方性材料の斜め方向の引張りにおいては、応力の方向と主ひずみ増分の方が一致しない。 α 方向の引張りにおけるひずみ増分は、異方性主軸に関して

$$\begin{aligned} d\epsilon_x &= [2\{(G+H)\sigma_x - H\sigma_y\} + K_x] d\lambda \\ &= [2\{(G+H)\cos^2 \alpha' - H \sin^2 \alpha'\} \sigma + K_x] d\lambda \\ d\epsilon_y &= [2\{(F+H)\sigma_y - H\sigma_x\} + K_y] d\lambda \\ &= [2\{(F+H)\sin^2 \alpha' - H \cos^2 \alpha'\} \sigma + K_y] d\lambda \\ d\gamma_{xy} &= 2N\tau_{xy} d\lambda = 2N\sigma \sin \alpha' \cos \alpha' d\lambda \end{aligned} \quad (9)$$

となる。主ひずみ増分と、異方性主軸の角度差を β とすると、

$$\beta = 0.5 \tan^{-1} \{2d\gamma_{xy} / (d\epsilon_x - d\epsilon_y)\} \quad (10)$$

となる。ここで、引張方向と、主ひずみ増分との角度差を、 $\beta' = \alpha - \beta$ として、図 12 のように定める。引張試験の、この微小部分における引張方向のひずみ増分 $d\epsilon_1$ と、幅方向のひずみ $d\epsilon_2$ とから、せん断ひずみ増分 $d\gamma_{12}$ は

$$d\gamma_{12} = \frac{(d\epsilon_1 - d\epsilon_2) \sin(-\beta') \cos(-\beta')}{\cos^2(-\beta') - \sin^2(-\beta')} \quad (11)$$

ゆえに引張全体でのせん断ひずみ増分 $\Delta\gamma_{12}$ は、

$$\Delta\gamma_{12} = \sum d\gamma_{12} \quad (12)$$

となる。

この $\Delta\gamma_{12}$ と、引張全体における引張方向のひずみ増分 $\Delta\epsilon_1$ 、幅方向のひずみ増分 $\Delta\epsilon_2$ より、主ひずみ増分 $\Delta\epsilon_x, \Delta\epsilon_y$ 、せん断ひずみ増分 $\Delta\gamma$ は、

図 13 $\bar{\sigma}_{45}-\bar{\epsilon}$ 線図

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_x &= \Delta\epsilon_1 \cos^2(-\alpha') + \Delta\epsilon_2 \sin^2(-\alpha') \\ &\quad + 2\Delta\gamma_{12} \sin(-\alpha') \cos(-\alpha') \\ \Delta\epsilon_y &= \Delta\epsilon_1 \sin^2(-\alpha') + \Delta\epsilon_2 \cos^2(-\alpha') \\ &\quad - 2\Delta\gamma_{12} \sin(-\alpha') \cos(-\alpha') \\ \Delta\gamma &= -(\Delta\epsilon_x - \Delta\epsilon_y) \sin(-\alpha') \cos(-\alpha') \\ &\quad + \Delta\gamma_{12} (\cos^2(-\alpha') - \sin^2(-\alpha')) \end{aligned} \quad (13)$$

と、求めることができる。したがって、異方性主軸方向の全ひずみ ϵ_x, ϵ_y は、

$$\epsilon_x = \epsilon_{x0} + \Delta\epsilon_x \quad \epsilon_y = \epsilon_{y0} + \Delta\epsilon_y \quad (14)$$

であらわされる。このとき、異方性主軸の方向、すなわち、主ひずみの方向が、 $\Delta\theta$ だけ傾くことになる。ゆえに、式(13)および式(14)を式(7)に代入し、それ以降を微小な区間について繰返すことによって、任意の ϵ_x, ϵ_y における降伏条件式(2)の各係数を求めることができる。

以上のように、任意の ϵ_x, ϵ_y における降伏条件式が求められると、さまざまな方向の応力-ひずみ状態を考えることができる。ここでは、解析による直交異方性主軸に対して 45° 方向の引張降伏強さ $\bar{\sigma}_{45}$ 、同様に、直交異方性主軸に関して 45° 方向のひずみ $\bar{\epsilon}_{45}$ 、せん断ひずみ $\bar{\gamma}$ を求めることを試みた。この際、

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_{45} &= (\epsilon_x + \epsilon_y) / 2 \\ \bar{\gamma} &= (\epsilon_x - \epsilon_y) / 2 \end{aligned} \quad (15)$$

である。 $\bar{\sigma}_{45}$, $\bar{\epsilon}_{45}$, $\bar{\gamma}$ の関係を示したものが、図 13 である。それぞれの実線は $\bar{\epsilon}_{45}$ 一定をあらわす。 $\bar{\epsilon}_{45}$ が一定であるとき、 $\bar{\sigma}_{45}$ は、 $\bar{\gamma}$ が小さい範囲では $\bar{\gamma}$ の増加につれて減少し、さらに $\bar{\gamma}$ が増加するとほぼ一定になるということがわかる。また、この傾向は $\bar{\epsilon}_{45}$ が大きな値をとるほど顕著である。このグラフから最小二乗法によって近似一次の式を得た。

$$\bar{\sigma}_{45} = \{8.53(\bar{\epsilon}_{45} - \bar{\gamma}) - 0.0942\}(\bar{\epsilon}_{45} + \bar{\gamma}) - 0.212(\bar{\epsilon}_{45} - \bar{\gamma}) + 23 \quad \cdots \cdots (16)$$

6. 結 言

(1) 真応力 $\sigma_{e0.2}$ について、引張方向の角度に対する平均応力は延伸比に無関係に t/t' のみで決定され、 $\sigma_{e0.2}$ は t/t' とともに増大する。

(2) 軸方向および斜め方向に引張試験を行う際、直交異方性主軸と主ひずみ ϵ_x , ϵ_y の軸が一致すると仮定することにより、任意の ϵ_x , ϵ_y におけるせん断項

の係数を含めた降伏条件式の各係数を求めることができる。

(3) 求められた各係数より、直交異方性主軸に対して 45° 方向の引張降伏強さ $\bar{\sigma}_{45}$ と、 45° 方向のひずみ $\bar{\epsilon}_{45} = (\epsilon_x + \epsilon_y)/2$, せん断ひずみ $\bar{\gamma} = (\epsilon_x - \epsilon_y)/2$ を求めることができる。これら $\bar{\sigma}_{45}$, $\bar{\epsilon}_{45}$, $\bar{\gamma}$ の3要素の関係は、三次元グラフに近似して表すと、ひとつの曲面となる。

文 献

- (1) 中山ら, 第34回塑性加工連合講演会論文集, (昭58), 361.
- (2) 金子信之, 根岸 勝, 中山登史男, 井上信雄, 機論, 52-483, A (昭61), 2552.
- (3) Raghava, R. S. and Caddle, R. M., *Int. J. Sci.*, 16 (1974), 789.
- (4) Raumn, G. and Saunders, D. W., *Proc. Phys. Soc.*, 77 (1963), 1028.