引張荷重を受ける中央き裂板の振動特性*
(第1報, き裂長さの影響)藤 本 孝*¹, 角 誠之助*¹Vibration Characteristics of Center Cracked Plates under Tension
(1st Report, The Effect of Crack Length)

Takashi FUJIMOTO and Seinosuke SUMI

This paper deals with the vibration characteristics of a rectangular plate with a central crack subjected to a uniaxial tension. The approach adopted is the finite element method based on the linear vibration theory of a plate with inplane forces. The calculated eigen-frequencies and eigen-modes are compared with those obtained in the experiments. The experimental results indicate that the linear vibration analysis is available for the prediction of the vibration characteristics until the local buckling occurs due to the tensile load. The effects of the crack length on the vibration characteristics are discussed in detail. It is shown that the increase of the crack length makes complicated the variation of the frequencies and modes in the range of even a small load.

Key Words: Structural Analysis, Vibration Characteristics, Cracked Plate, Uniaxial Tension, Linear Vibration Theory, Finite Element Method

1. 緒 言

構造物の大形化や軽量化に伴って, 使用される板材は構造全体の寸法に比べて相対的に薄板になる傾向にあり, また板材に対する荷重条件も次第に厳しくなる一方である。例えば航空機の機体構造はその典型的な例であり, 与圧を受ける胴体外板にはフープ引張応力とともにジェットエンジン騒音や乱流境界層の圧力変動による極めて強い面外加振力が作用する。

このような板材に疲労き裂が生じると, Clarkson⁽¹⁾や Pietruzewicz⁽²⁾らが音響疲労実験で明らかにしているように, き裂進展速度は板に作用する面内引張応力と加振音圧に依存し, き裂進展速度が急激に増加しはじめる遷移点が存在する。したがって, き裂の成長と密接に関係することが予想されるき裂先端の応力変動を解明する基礎として, 面内力が作用するき裂板の振動特性すなわち固有振動数や固有モードの変化を把握しておく必要がある。

き裂板の振動特性は, 板の材質や形状寸法, 境界条件とともにき裂の位置や方向, き裂の長さなど数多く

の因子が関係する。さらに面内力が作用する場合には, 応力分布が一般的に非一様になるために, その振動特性は無き裂板のものに比べて極めて複雑になる。このような問題の解明にはパラメトリックな研究の蓄積が必要であると考えられるが, 理論および実験に関する研究報告は極めて少ないのが現状である。

そこで本研究では, 板材の疲労強度試験に用いられる代表的なモデルの一つである引張荷重を受ける中央き裂板を取り上げ, 振動特性に及ぼすき裂長さの影響を調べることを目的として, 振動実験および有限要素法による線形振動解析を行った。その結果, 引張荷重が作用する場合には, き裂長さは固有振動数や固有モードの変化に顕著な影響を及ぼすことが明らかになった。とくに, き裂が長くなると, 固有振動数や固有モードが低い荷重範囲でも複雑に変化するようになることを計算と実験の結果の詳細な比較により具体的に示した。また, 既報⁽³⁾⁻⁽⁵⁾で明らかにしたように, き裂周辺に生じる圧縮応力によってき裂近傍が局部的に座屈する場合がある。この引張荷重による局部座屈が生じると, 一次振動の固有振動数が固有モードの変化を伴いながら極端に低下することがわかった。座屈後の振動特性は疲労き裂の進展問題とも密接に関係する重要な課題であると考えられるが, 本報はまずその基礎とな

* 昭和62年3月14日 関西支部第62期定時総会講演会において講演, 原稿受付 昭和61年9月2日。

*¹ 正員, 九州大学工学部 (〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)。

る線形振動解析を行ったもので、座屈変形による幾何学的非線形性の影響を考慮した解析と座屈後の実験結果との比較については次報で詳細に報告する。

2. 有限要素法による線形振動解析

有限要素法による通常の定式化により、面内荷重を受ける板の線形たわみ振動の基礎方程式は次のように表すことができる⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

$$[K_p]\{u\}=\{P\} \quad \cdots \cdots \cdots (1)$$

$$([K_b]+[K_\sigma])\{v\}=\omega^2[M_b]\{v\} \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

式(1)は面内変形に関する剛性関係式で、 $[K_p]$ は面内剛性行列、 $\{u\}$ は面内の荷重ベクトル $\{P\}$ に対応する変位ベクトルである。また、式(2)は面外振動に関する運動方程式で、一般固有値問題の形式で与えられる。 $[K_b]$ は線形板曲げ剛性行列、 $[K_\sigma]$ は初期応力(幾何剛性)行列、 $[M_b]$ は板の曲げ振動に関する質量行列、 $\{v\}$ は振動モードを表す固有ベクトル、 ω は円振動数である。

式(2)からわかるように板の等価剛性行列は $[K_b]+[K_\sigma]$ となるが、 $[K_\sigma]$ が面内応力に比例して変化するので、等価剛性行列も面内荷重とともに変化する。この点が面内荷重を受ける板の振動問題の特徴である。なお、 $[K_\sigma]$ を計算する際に必要になる応力分布は、式(1)に基づく面内応力解析を行って求める。

ここで取扱う問題は図1に示す一軸引張荷重を受ける中央き裂板の振動特性である。たわみに関する境界条件は荷重辺固定、他の二辺自由である。解析にあ

図1 引張荷重を受ける中央き裂板

図2 要素分割

って板材は線形弾性体とした。この問題の特徴の一つは応力分布が非一様であり、とくにき裂の周辺で応力こう配が大きくなることである。したがって、初期応力行列を精度よく求めることに関連して、き裂周辺の応力分布を精度よく求める必要がある。このような計算精度の観点から、この問題に適した有限要素と要素分割様式を既報⁽³⁾で検討した。本報ではその結果に基づいて、面内応力解析には線形ひずみ要素⁽⁸⁾、振動解析には BCIZ 要素⁽⁹⁾を採用し、また要素分割は図2に示すようにき裂長さによって変えた。なお、面内応力解析と振動特性を求めるための固有値解析の要素分割は同じものとし、板の対称性を考慮して板全体の4分の1の部分について計算した。

2.1 振動特性の計算手順 面内荷重による振動特性の変化を求めるには、比較的小さなきぎみ幅で設定した一連の荷重値に対して $[K_\sigma]$ を求め直して、そのたびごとに式(2)の固有値計算を繰返す必要がある。ここで取扱う線形弾性問題では、面内応力が荷重に比例するので、一連の荷重値に対する $[K_\sigma]$ の計算を簡単にするために次のような計算手順をとる。まず適当な基準荷重 P_{ref} に対する応力分布を面内応力解析を行って求め、この応力分布に対する初期応力行列 $[K_\sigma]_{ref}$ を計算する。任意の荷重 P と基準荷重 P_{ref} との比すなわち荷重倍率を

$$\lambda=P/P_{ref} \quad \cdots \cdots \cdots (3)$$

とすると、荷重 P に対する初期応力行列は

$$[K_\sigma]=\lambda[K_\sigma]_{ref} \quad \cdots \cdots \cdots (4)$$

で与えられる。荷重の変更に伴う初期応力行列の再計算は単に式(3)の関係で与えられる荷重倍率を式(4)に代入するだけである。このような計算手順に従えば、応力分布を求めるための面内応力解析および初期応力行列の実質的な計算は一度行うだけでよい。したがって、実際の振動特性の計算では、

$$([K_b]+\lambda[K_\sigma]_{ref})\{v\}=\omega^2[M_b]\{v\} \quad \cdots \cdots \cdots (5)$$

のように式(2)を書き直して、一連の設定荷重に対して固有値計算を行う。以上述べてきた計算手順は、面内荷重を受ける線形弾性板の振動特性解析において一般的に適用できるものである。

2.2 座屈後の線形振動計算 先に述べたように、図1に示す引張荷重を受ける中央き裂板では、き裂の周辺に生じる圧縮応力による局所的な座屈すなわち「き裂座屈」⁽³⁾が生じる場合がある。座屈するところでは固有振動数が零になるので、式(5)で $\omega=0$ とおくと、座屈の基礎式は

$$([K_b]+\lambda[K_\sigma]_{ref})\{v\}=\{0\} \quad \cdots \cdots \cdots (6)$$

となる。引張荷重に対する応力分布を用いて式(6)を

解くと、正の固有値が引張座屈すなわちき裂座屈に対応する。したがって、正の固有値の最小値を $\lambda = \lambda_{cr}$ とすると、座屈荷重は

$$P_{cr} = \lambda_{cr} \cdot P_{ref} \quad (7)$$

で与えられる。

圧縮荷重やせん断荷重を受ける板の座屈⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾では、板が全体的にたわむ座屈モードになるので、座屈後の面内応力は板の全域で座屈変形の影響を受ける。その結果、2・1節で示した線形振動解析は座屈後には全く無意味となる。しかし、ここで取扱うき裂座屈は局部座屈であり、座屈変形の影響を大きく受ける領域はき裂近傍に限られる。したがって、全体座屈の場合とは違って、座屈変形の影響をあまり受けない振動モードの存在が予想される。そこで本報告では、座屈後の振動特性の定性的な傾向を議論するという立場から、座屈後についても線形振動解析の結果を示し、実験結果と比較する。

ここで取扱う問題の自由度はおよそ 600 程度であり、式(5)の各行列は帯行列になる。本計算では、この程度の自由度をもつ帯行列の一般化固有値問題に適した解法として、Jenningsの方法⁽¹²⁾を用いた。この方法で固有振動数 ω を最小値のほうから求めようとすると、計算手順の中で式(5)の等価剛性行列をコレスキ分解する必要がある。そのために等価剛性行列はかならず正定値であることが要求される。座屈前では等価剛性行列は正定値であるが、座屈後には負定値になるので、座屈後の計算を行うには等価剛性行列を正定値化する必要が生じる。本計算では、原点移動による方法⁽¹³⁾で正定値化を行った。すなわち、ある十分大きな正定数 λ_0 と正定値行列 $[M_b]$ の積を式(5)の両辺の係数行列に加えて、式(5)を次式のように変形する。

$$([K_b] + \lambda[K_{\sigma ref}] + \lambda_0[M_b])\{v\} = (\omega^2 + \lambda_0)[M_b]\{v\} \quad (8)$$

このように、固有値を $(\omega^2 + \lambda_0)$ とする新たな固有値問題に変換することによって係数行列を正定値化することができる。したがって、式(8)に対してJenningsの固有値計算法がそのまま適用できる。なお、 λ_0 の値を十分に大きくすると正定値化できるが、むやみに大きな値をとると変換された固有値 $(\omega^2 + \lambda_0)$ が相対的に近接するようになり数値計算上好ましくない。ここでは、係数行列を正定値化に必要な λ_0 の最小値を用いて計算した。求めようとする荷重範囲の最大値 P_{max} に対して式(8)の左辺の係数行列を正定値化する最小の λ_0 を選べば、 P_{max} 以下の荷重に対しても常に係数行列は正定値となる。したがって、 P_{max} に対する荷重倍率を $\lambda_{max} = P_{max}/P_{ref}$ とすると、そのとき

の係数行列 $([K_b] + \lambda_{max}[K_{\sigma ref}] + \lambda_0[M_b])$ を半正定値とする λ_0 の値が求めようとする最小値になる。このような λ_0 を求めるには、 λ_0 に試行値を与えて係数行列を決定し、そのたびに係数行列をコレスキ分解してその正定値性を調べる方法が最も確実と思われる。このアルゴリズムの詳細は既報⁽³⁾に示している。

以上述べてきた等価剛性行列の正定値化は、本計算で用いたJenningsの固有値計算法だけに限らず、繰返し法あるいは反復法に基づく他の固有値解法を用いる場合にも必要であることを付記しておく。

2・3 計算結果の無次元表示 有限要素法による振動解析では、モデルの幾何学量や物理量を直接用いて数値計算を行う。そこで本節では、き裂板の振動解析で得られる数値計算結果の無次元表示について検討する。

平板の振動の基礎式⁽¹⁴⁾は次のように与えられる。

$$\nabla^4 w - \frac{1}{D} \left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = -\frac{\rho h}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (9)$$

ここで、 D 、 ρ 、 h 、 w はそれぞれ板の曲げ剛性、密度、板厚、たわみである。また、 N_x 、 N_y 、 N_{xy} は一般化面内応力成分である。

基準荷重 P_{ref} を板に加えたときの面内応力成分を $\hat{N}_x$ 、 $\hat{N}_y$ 、 $\hat{N}_{xy}$ とし、荷重倍率 $\lambda = P/P_{ref}$ を用いると、任意の荷重 P を加えたときのそれぞれの応力成分は $\lambda \hat{N}_x$ 、 $\lambda \hat{N}_y$ 、 $\lambda \hat{N}_{xy}$ となる。これらの応力成分および調和振動解 $w = \bar{w} \exp(i\omega t)$ を式(9)に代入し、無次元表示すると次式のようなになる。

$$\nabla^4 \bar{w} - \Lambda \left(\frac{\hat{N}_x}{N_{ref}} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + 2 \frac{\hat{N}_{xy}}{N_{ref}} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} + \frac{\hat{N}_y}{N_{ref}} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} \right) = \Omega^2 \bar{w} \quad (10)$$

$$\Lambda = P(2W)/D \quad (11)$$

$$\Omega = \omega \sqrt{\rho h (2W)^4 / D} \quad (12)$$

ここで、

$$\bar{w} = w/h, \quad \bar{x} = x/(2W), \quad \bar{y} = y/(2W)$$

$$N_{ref} = P_{ref}/(2W)$$

である。なお、無次元振動数 Ω が零になるときの無次元荷重すなわち無次元座屈荷重 Λ_{cr} と実際の座屈荷重 P_{cr} の関係は式(11)から次式のように表せる。

$$\Lambda_{cr} = P_{cr}(2W)/D \quad (13)$$

基準荷重 P_{ref} に対する $\hat{N}_x/N_{ref}$ 、 $\hat{N}_y/N_{ref}$ 、 $\hat{N}_{xy}/N_{ref}$ は板厚に無関係であるから、無次元荷重 Λ と無次元振動数 Ω も板厚に無関係に決定される。したがって、ここで取り上げた中央き裂板の場合に限定すれば、無次元荷重に対する無次元振動数の変化に影響を及ぼす

ラメータは(a)板の縦横比 L/W , (b)き裂長さと板幅の比すなわち裂比 a/W , (c)荷重条件, (d)ポアソン比である。ポアソン比がパラメータに含まれるのは板の面外変形に関する境界条件にポアソン比が関係する自由境界条件が含まれるからである。き裂板の面外振動問題では板周辺の境界条件のいかにかわらず、き裂縁が自由境界となるので結果を無次元表示するときにはポアソン比を明示する必要がある。

4章では、ここで示した無次元量を用いて計算および実験の結果を整理する。

3. 実験

3.1 試験片 板材として降伏応力値が比較的高いアルミ合金板 7075-T6を使用した。試験片の材料定数および寸法を表1に示す。き裂として、幅が0.3 mm, 先端半径が0.15 mmのスロットを試験片中央に荷重と直交する方向に開けた。き裂長さ $2a$ は10 mm, 15 mm, 20 mm, 25 mm (き裂比 $a/W=0.2, 0.3, 0.4, 0.5$) の4とおりとした。

3.2 引張荷重装置と実験方法 一様な面内引張りの条件と荷重辺で面外変形に対して固定の条件を同

表1 材料定数と試験片寸法

Plate material	Young's modulus E , GPa	Poisson's ratio ν	Yield stress σ_{ys} , MPa	Plate dimension $2L \times 2W \times h$, mm
Al 7075-T6	69	0.31	492	100 x 50 x 0.4

図3 一軸引張荷重装置

時に満足させることに実験実施上の難しさがある。

ここで用いた荷重装置の概略を図3に示す。この装置では、ウォーム・ギアの回転によって機械的に引張荷重を試験片に与える方法をとっている。試験片の荷重辺に取付けられている端板は試験片にエポキシ系接着剤で接着しているため、荷重様式は一様変位形の引張りに近いものになっている。

実験は次のような手順で行った。まず、所定の荷重に達したことを上部のロード・セルで確認した後、試験片の端板を門形フレームに固定した。次に、スピーカによる音響加振を行い、固有振動数とモードを測定した。このような一連の操作を引張荷重を段階的に変えて繰返した。

固有振動数は加振用のスピーカ端子電圧と試験片に取付けた圧電素子の応答出力電圧とでリサージュ図を描かせる方法⁽¹⁵⁾によって測定した。固有モードの測定はレーザ・ホログラフィの時間平均法⁽¹⁶⁾によった。

4. 結果と考察

縦横比 $L/W=2$ の中央き裂板について、引張荷重による固有振動数と固有モードの変化を考察する。なお、き裂長さをパラメータにとり、五次までの振動モードを考察の対象とする。計算では、荷重条件は一様変位形の引張りとし、ポアソン比は $\nu=0.31$ とした。ただし、ここで取扱う縦横比 $L/W=2$ の場合には、振動特性に及ぼす荷重様式の違いによる影響はわずかであ

図4 引張荷重による無き裂板の固有振動数の変化（短辺固定、長辺自由）

り、以下に示す計算結果は一様応力形の引張りの場合の結果とほとんど同じであるとみなしてよい。

まず、基本となる無き裂板の結果を図4に示す。縦軸は無次元振動数 Ω 、横軸は無次元荷重 Λ である。この図には、リッツ法⁽¹⁷⁾と有限要素法の両方で計算した結果を示しているが、その差は極めて小さく、二つの

結果はグラフ上では一致している。また、実験と計算の結果もよく一致している。固有振動数は引張荷重を増加していくと単調に増加するが、その増加の割合はモードによって異なる。とくに引張荷重方向と直交する方向にノードラインを有するAS-1やAA-1などのモードが荷重の影響を強く受けて、その固有振動

(a) き裂比 $a/W=0.2$

(b) き裂比 $a/W=0.3$

(c) き裂比 $a/W=0.4$

(d) き裂比 $a/W=0.5$

図5 引張荷重による中央き裂板の固有振動数の変化、—: FEMによる計算値; $\circ \diamond \square \triangle$: 実験値 ($L/W=2$, $\nu=0.31$, 一様変位形の引張り, 短辺固定, 長辺自由)

数の増加率が大きくなっている。また、無き裂板の特徴として、引張荷重を増加しても固有モードはほとんど変化しない。そこで、同図には無荷重時のそれぞれの固有モードの計算結果を等たわみ線で表示している。

図4および以下の図において、固有振動数の変化曲線に対応するそれぞれの固有モードの対称性を記号で示している。例えば、図1で示した座標系の x 軸と y 軸に関して対称な一次モードをSS-1、また、同様に x 軸に関して逆対称、 y 軸に関して対称な一次モードをAS-1のように表している。

4.1 中央き裂板の固有振動数の変化 中央き裂板の固有振動数の変化に関する計算ならびに実験の結果を図5(a)~(d)に示す。図5(a)のように、き裂が短い場合には無き裂板の結果とそれほど顕著な違いはみられない。しかし、き裂が長い場合は、き裂近傍の圧縮応力場⁽³⁾が拡大し、引張荷重の増加に伴って板の等価剛性の低下が大きくなるために振動数の低下するモードが現れる。そして、き裂比が0.4, 0.5のように大きくなると、一次モード(SS-1)の固有振動数が極端に低下することが図5(c), (d)の実験結果からも理解される。計算では一次座屈荷重値のところで一次モード(SS-1)の固有振動数が零になっているが、この近くでは座屈変形に対する初期たわみの影響が大きく、実際には固有振動数が零になることはない。一次座屈荷重値より少し小さい荷重までは実験値とほぼよく一致する値が線形計算によって得られている。しかし、座屈後の計算と実験の結果は一致せず、実験値は計算値に比べて増加する傾向を示している。また、一次座屈が生じた後では、図5(d)でみられるような計算上の二次あるいは三次の座屈は実際には生じない。なお、図5(c)でみられるように、 y 軸に関して反対称なSA-1とAA-1のモードのように固有振動数が座屈変形の影響をあまり受けないモードが存在するが、これは2章で述べたように座屈が局部的なものであるためと考えられる。

既報⁽⁵⁾で座屈変形挙動について論じたが、その結果から判断して、座屈後の実験値と線形振動計算結果の不一致は座屈変形が増すに従って面内応力が荷重に比例なくなるためであると推論される。座屈後に振動数が再び増加し始めるのは、き裂周辺に生じる圧縮応力の増加が座屈変形によって軽減されるためであると考えられる。また、線形解析で予想される高次の座屈が実際に生じないのは、ひとたび座屈すると、その後応力分布が座屈前とは大きく違ったものになるためであると思われる。

4.2 中央き裂板の固有モードの変化 引張荷重が作用する場合には固有振動数とともに固有モードも一般に変化するが、き裂が長くなると比較的低い荷重のところからすでに顕著なモード変化がみられる。そのような一例として、き裂比 $a/W=0.4$ の場合についてホログラフィ時間平均法によって記録、再生した固有モード写真とそれに対応する計算結果の等たわみ線表示との比較を図6(a)~(e)に示す。同図には座屈前の結果のみを示しているが、この範囲では線形計算と実験の結果はよく一致しているといえる。

図6からSS-1, SS-2, AS-1などの固有モードが顕著に変化することがわかる。このようなモードは引張荷重によって圧縮応力が生じるき裂周辺の振幅が荷重の増加とともに大きくなり、また図4と図5(c)を比較すればわかるように、振動数変化が無き裂板の場合とは大きく違うモードに対応している。逆に、振動数変化が無き裂板の場合とあまり変わらず、またモード変化も少ないSA-1, AA-1はき裂周辺の振幅が小さいままにとどまるモードに対応している。このように引張荷重の増加に伴って、固有モードが変化するモードと変化しないモードが混在する。そのようなモードを大ざっぱに区別するには、図6からわかるように、引張荷重によって生じるき裂周辺の圧縮応力場について無荷重時の固有モードの振幅の大きさを調べればよさそうである。

音響疲労実験⁽¹⁾⁽²⁾によれば、一次モード(SS-1)の振動数が低下する座屈荷重の近くで、き裂進展速度が急激に増加するという結果が得られている。これは、図6(a)からわかるように引張荷重が座屈荷重値に近づくにつれて板が全体的にたわむモードからき裂周辺の領域が局部的にたわむモードに変化していくというモード変化の観点からも定性的に理解される。また、同様なことが図6(c)に示すAS-1のモードについてもいえる。このように低次モードの固有振動数や固有モードはき裂座屈が生じる荷重の近くで急激に変化する。したがって、座屈荷重値は振動特性に対する一つの遷移点とみなすことができよう。

4.3 無荷重時の振動特性 ここでは、とくに無荷重の場合に注目して振動特性に及ぼすき裂寸法だけの影響をこれまでの結果から調べてみる。図4と図5(a)~(d)において $A=0$ のときの振動数を比較するとわかるように、各モードともき裂比が大きくなるにつれて固有振動数は低下している。しかし、き裂比の増加に対する振動数の低下率はわずかである。振動数の低下率が最も大きい一次モード(SS-1)でも、無き裂からき裂比が0.5まで増加する間に振動数はわず

かに6%程度低下するだけである。また、固有モードについてみても、 $\Lambda=0$ の場合には、無き裂板とき裂比が0.4のき裂板とでは大差ないことが図4と図6の比較からわかる。以上のことから、中央き裂板の振動特性に及ぼすき裂寸法の影響は無荷重の場合には比較

的小さく、引張荷重が加えられた場合に顕著になることに留意すべきであろう。

4.4 座屈後の振動特性 通常の板材では、き裂寸法比 a/W が0.3程度以上になると比較的小さい荷

図6 引張荷重による中央き裂板の固有モードの変化, $a/W=0.1$, $L/W=2$

重で局部的に座屈するようになる^{(3)~(5)}。その結果、実際の疲労強度試験において、中央き裂板の多くは座屈変形を生じた後に疲労破壊に至ることが予想される。また、き裂進展速度が座屈荷重の近くで急激に増加するという実験結果⁽¹⁾⁽²⁾を考え合わせれば、座屈直前から座屈後にかけての座屈変形を伴う中央き裂板の振動特性を明らかにすることは、重要な課題であると思われる。しかし、本報で示した線形振動解析では座屈変形が生じた後の振動特性を明らかにすることはできなかった。そこで、座屈変形による幾何学的非線形性の影響を考慮した解析結果と座屈後の実験結果との比較、検討については別途に次報で報告する。

5. 結 言

引張荷重を受ける中央き裂板の振動特性について有限要素法を用いた線形振動解析および実験を行って、振動特性に及ぼすき裂長さの影響を明らかにした。き裂近傍で局部的な座屈を生じる荷重値より少し小さい荷重の範囲までは、解析と実験の結果は極めてよく一致した。標準的な縦横比 $L/W=2$ の中央き裂板について得られた結果を要約すると次のとおりである。

(1) 引張荷重が作用せず、き裂長さが少なくとも板幅の半分以下であれば、固有振動数や固有モードはき裂長さの影響をあまり受けない。しかし、引張荷重が作用する場合には、き裂長さは固有振動数や固有モードに顕著な影響を及ぼすようになる。

(2) き裂が短い場合(き裂比が0.2程度以下)には、かなりの荷重範囲にわたって無き裂板と同様な振動特性を呈する。すなわち、引張荷重を増加していくと、固有モードはほとんど変化せずに固有振動数だけが単調に増加する。

(3) き裂が長い場合(き裂比が0.4程度以上)には、比較的小さい引張荷重によって固有振動数とともに固有モードが複雑に変化するモードが現れる。固有モードが変化するモードは、き裂周辺の振幅が大きく、

振動数変化が無き裂板の場合と大きく違うモードに対応している。

(4) き裂が長くなると、かなり小さい引張荷重で局部座屈をおこす。この座屈が生じる荷重の近くでは低次モードの固有振動数や固有モードが急激に変化するので、座屈荷重値は振動特性に対する一つの遷移点と考えられる。

(5) 座屈荷重値の付近から座屈後にかけての振動特性については、次報で報告するように座屈変形による幾何学的非線形性を考慮した振動解析を行って明らかにする必要がある。

最後に、本研究の計算には九州大学大型計算機センター FACOM M 382 を用いたことを付記する。

文 献

- (1) Clarkson, B. L., *Acoustical Fatigue in Aerospace Structures*, (1965), 361, Syracuse University Press.
- (2) Pietruzewicz, S. A., *J. Sound Vib.*, 11-2 (1970), 235.
- (3) 藤本・角, 機論, 52-478, A (昭61), 1579.
- (4) 文献(3)の1587ページ.
- (5) 藤本・角, 機論, 53-487, A (昭61), 593.
- (6) Zienkiewicz, O. C., *The Finite Element Method in Engineering Science (2nd ed.)*, (1971), 322, 102, 培風館.
- (7) Petyt, M., *J. Sound Vib.*, 8-3 (1968), 377.
- (8) Argyris, J. H., *J. Roy. Aero. Soc. Tech. Note*, 69 (1965), 711.
- (9) Bazeley, G. P., ほか3名, *Proc. 1st Int. Conf. Matrix Meth. in Struct. Mech.*, Wright Patterson Air Force Base, (1965), 547.
- (10) Ilanko, S. and Tillman, S. C., *J. Sound Vib.*, 98-1 (1985), 25.
- (11) Bassily, S. F. and Dickinson, S. M., *J. Sound Vib.*, 24-2 (1972), 219.
- (12) Jennings, A., *Matrix Computation for Enginners and Scientists*, (1971), 301, John Wiley and Son.
- (13) 鷲津・ほか4名, 有限要素法ハンドブック, (昭56), 102, 培風館.
- (14) Leissa, A. W., *Vibration of Plates*, NASA SP-160, (1969), 267.
- (15) 西村, 振動工学, (昭44), 16, 誠文堂新光社.
- (16) 角, 航字誌, 25-281 (昭52), 259.
- (17) Young, D., *J. Appl. Mech.*, 17 (1950), 448.