半円形切欠溝をもつ丸棒の引張り*
(追加切欠きによる応力集中の緩和)長谷川 久夫*¹, 常世田 聡*², 熊 本 国 夫*³Stress Concentration of a Circular Solid Cylinder
with Semicircular Notches under Tension
(Stress Mitigations by Additional Notches)

Hisao HASEGAWA, Satoshi TOKOYODA, and Kunio KUMAMOTO

This paper deals with the stress concentration problem of a circular solid cylinder with a central notch and two supplemental notches under tension. Stress mitigations due to the interference effects of stress concentration are investigated. We consider the influences of the distances between a central notch and two supplemental notches and the radii of the semicircular notches on the mitigations of stress concentration. The principle of the method of solution makes use of distributing body forces in the interior of a solid cylinder in order to satisfy the boundary conditions of the notched surfaces, which are imagined in the solid cylinder with no notch. For this purpose, we apply Green's functions for body force problems of an infinite solid cylinder. Numerical results are shown for stress concentration factors of the problem.

Key Words: Elasticity, Stress Concentration, Form Factor, Notch, Stress Mitigation, Tension, Solid Cylinder, Interference Effect, Supplemental Notch

1. 緒 言

本報は、中央切欠きおよびその近傍に応力集中を緩和する目的で付加した追加切欠きをもつ丸棒が引張力を受けるときの応力集中問題を三次元弾性論により考察したものである。切欠きや円孔をもつ物体に力が作用すると応力集中が生じ、そして物体中に複数の切欠きや円孔が存在すると応力集中の干渉が起こり、応力集中係数は1個のときのそれよりも小さくなることが知られている^{(1)~(5)}。この応力集中の干渉現象を利用して応力集中を緩和することが古くから考えられているが、解法上の困難さから、この種の問題の厳密な考察は少なかった。しかし、数値解法の発展により、近年かなり精度のよい結果が得られるようになった。前報⁽⁶⁾⁽⁷⁾で半円切欠きをもつ丸棒がねじり力を受けるとき⁽⁶⁾、ならびに半円切欠きをもつ帯板が引張力を受けるとき⁽⁷⁾の追加切欠きによる応力集中の緩和問題を考察し、応力集中の干渉効果は丸棒のねじりよりも帯板の引張りのときのほうが大きいことなどを示した。本

報では、半円切欠きをもつ丸棒が引張力を受ける場合に対し、応力集中の干渉効果に及ぼす切欠半径と切欠間距離の影響を明らかにし、上述の丸棒のねじりの結果ならびに帯板の引張りの結果と比較する。

本報で採用する解法の原理は、前報⁽⁸⁾⁽⁹⁾と同じく切欠きをもたない円柱内に物体力を分布させ、円柱内に想定した切欠きとなる面の境界条件を満足するように分布させた物体力の大きさを決めることにある。本解法は体積力法、境界要素法の間接法、代用電荷法などの一種と考えることもできる。本報では、基本解として、軸対称物体力の働く無限円柱問題のグリーン関数⁽⁸⁾⁽⁹⁾を採用する。

2. 境 界 条 件

半径 b_1 の中央切欠きとそれに対称な位置にある半径 b_2 の追加切欠きをもつ半径 c の丸棒に円柱座標 (r, θ, z) を図1のようにとる。中央切欠きならびに追加切欠きの面上の任意の点の座標をそれぞれ (r_i, z_i) , (r_m, z_m) 、切欠間距離を s とする。丸棒は切欠部から z 軸方向に十分離れたところで等分布引張応力 $\sigma_z = p$ を受け、そして円柱表面および切欠溝表面には表面力は作用していないものとする。したがって、本問題の境界条件は次式のように表される。

* 昭和62年8月20日 第65期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和62年2月2日。

*¹ 正員、明治大学工学部 (〒214 川崎市多摩区東三田1-1-1)。

*² 准員、住友重機械工業(株) (〒100 東京都千代田区大手町2-2-1)。

*³ 学生員、明治大学大学院。

- (i)
- $r=c, b_1 \leq |z| \leq s-b_2, s+b_2 \leq |z| < \infty$
- ;

$$\sigma_r = \tau_{r\theta} = \tau_{rz} = 0$$

- (ii) 半径
- b_1, b_2
- の半円切欠溝の表面
- $(r_i, z_i), (r_m, z_m)$
- ;

$$\sigma_n = \tau_{n\varphi} = \tau_{n\theta} = 0$$

- (iii)
- $0 \leq r \leq c, s+b_2 \ll |z|$
- ;

$$\sigma_z = p, \sigma_r = \sigma_\theta = \tau_{r\theta} = \tau_{z\theta} = \tau_{rz} = 0$$

.....(1)

ここに $\sigma_n, \tau_{n\varphi}, \tau_{n\theta}$ は半円切欠溝の表面 $(r_i, z_i), (r_m, z_m)$ に作用する垂直応力とせん断応力で次式で表される。

- (i) 中央切欠溝 (
- $0 \leq \varphi_1 \leq \pi/2$
-);

$$\sigma_n = \sigma_r \cos^2 \varphi_1 + \sigma_z \sin^2 \varphi_1 - 2\tau_{rz} \sin \varphi_1 \cos \varphi_1$$

$$\tau_{n\varphi} = (\sigma_r - \sigma_z) \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 + \tau_{rz} (\cos^2 \varphi_1 - \sin^2 \varphi_1)$$

$$\tau_{n\theta} = \tau_{z\theta} \sin \varphi_1 - \tau_{r\theta} \cos \varphi_1$$

- (ii) 追加切欠溝 (
- $0 \leq \varphi_2 \leq \pi$
-);

$$\sigma_n = \sigma_r \sin^2 \varphi_2 + \sigma_z \cos^2 \varphi_2 + 2\tau_{rz} \sin \varphi_2 \cos \varphi_2$$

$$\tau_{n\varphi} = (\sigma_z - \sigma_r) \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 + \tau_{rz} (\sin^2 \varphi_2 - \cos^2 \varphi_2)$$

$$\tau_{n\theta} = -\tau_{z\theta} \cos \varphi_2 - \tau_{r\theta} \sin \varphi_2$$

.....(2)

ここに φ_1 は、図2に示すように、中央切欠面上の任意の点の法線と r 軸とのなす角、 φ_2 は追加切欠面上の任意の点の法線と円柱表面とのなす角である。本問題は軸対称引張り問題であるから、常に $\tau_{r\theta} = \tau_{z\theta} = 0$ したがって $\tau_{n\theta} = 0$ である。

3. 解 法

解法の原理は、前報⁽⁸⁾⁽⁹⁾と同様、切欠きのない円柱内に物体力を分布させ、その物体力の大きさを、円柱内に想定した切欠きの表面となる面で式(1)の境界条件(ii)を満足するように定めることにある。物体力は切欠きとして仮想的に切取られる領域内のみ分布させておくことにすれば、切欠きをもつ円柱内には物体力は存在しないことになる。

円柱内に分布させる物体力として、ここでは図3に示すような半径 a の円周上に r 方向に働く物体力

$$F_1 = \frac{1}{2\pi r} \delta(r-a) \{ \delta(z-h) + \delta(z+h) \} \quad \text{.....(3)}$$

ならびに図4に示すような z 軸方向に働く物体力

$$F_3 = \frac{1}{2\pi r} \delta(r-a) \{ \delta(z-h) - \delta(z+h) \} \quad \text{.....(4)}$$

を採用する。ここに $\delta(\quad)$ はディラックのデルタ関数である。式(3)は、図3の物体力が2個の円周 ($r=a, z=\pm h$) 上に同じ向きに働くことを、また式(4)は図4の物体力が2個の円周 ($r=a, z=\pm h$) 上に逆向きに働くことを表している。切欠きのない半径 c の円柱内の2個の円周上に式(3)あるいは式(4)で表される物体力が存在し、円柱表面で表面力が働かないという境界条件

図1 追加切欠きをもつ丸棒の引張り

図2 切欠部の1/4領域

図 3 半径 a の円周上の r 方向物体力

$$r=c, 0 \leq |z| < \infty; \sigma_r = \tau_{r\theta} = \tau_{rz} = 0 \dots \dots \dots (5)$$

を満足する解 (グリーン関数) をそれぞれ次式で表す.

$$\sigma_r^K, \sigma_\theta^K, \sigma_z^K, \tau_{rz}^K \quad (K=1,3) \dots \dots \dots (6)$$

ここに $K=1$ は物体力 F_1 に対する解, $K=3$ は物体力 F_3 に対する解で, 式(6)の具体的な式は文献(8), (9)に示されているからここでは省略する.

本問題は $z=0$ に関して対称であり, グリーン関数もそのように構成されているから, 図2に示す領域の

図 4 半径 a の円周上の z 方向物体力

み考えればよい. 図中の半径 e ($e=e_1, e_2$) の点線は物体力の分布面で, この面に式(3), (4)の物体力を分布させたとき, それによって円柱内の任意の点 (r, z) に生ずる応力はグリーン関数を用いて次式のように表される.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix} &= \int_0^{\pi/2} \left[f_1(\beta_1) \begin{Bmatrix} \sigma_r^1 \\ \sigma_\theta^1 \\ \sigma_z^1 \\ \tau_{rz}^1 \end{Bmatrix} + f_3(\beta_1) \begin{Bmatrix} \sigma_r^3 \\ \sigma_\theta^3 \\ \sigma_z^3 \\ \tau_{rz}^3 \end{Bmatrix} \right]_{\substack{a=a_j \\ h=h_j}} d\beta_1 + \int_0^\pi \left[g_1(\beta_2) \begin{Bmatrix} \sigma_r^1 \\ \sigma_\theta^1 \\ \sigma_z^1 \\ \tau_{rz}^1 \end{Bmatrix} + g_3(\beta_2) \begin{Bmatrix} \sigma_r^3 \\ \sigma_\theta^3 \\ \sigma_z^3 \\ \tau_{rz}^3 \end{Bmatrix} \right]_{\substack{a=a_n \\ h=h_n}} d\beta_2 \\ &+ \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p \\ 0 \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

ここに $f_K(\beta_1)$, $g_K(\beta_2)$, ($K=1,3$), は分布させた物体力の大きさ, β_1, β_2 は図2に示すように物体力の分布面 (a_j, h_j) の法線と r 軸とのなす角および物体力の分布面 (a_n, h_n) の法線と円柱表面とのなす角である.

上述のグリーン関数は, その定義からも明らかなように, 境界条件式(1)の条件(i)と(iii)を満足しているから, 式(7)もこれらの条件(i), (iii)を $f_K(\beta_1)$, $g_K(\beta_2)$ の値にかかわらず常に満足する. したがって条件(ii)を満足するように $f_K(\beta_1)$, $g_K(\beta_2)$ の値を定めれば, 式(7)は式(1)のすべての境界条件を満足することになる. 式(7)に境界条件式(1)の条件(ii)を適用すれば次式の関係が得られる.

(i) 中央切欠溝 ($r=r_i, z=z_i$);

$$\begin{Bmatrix} -p \sin^2 \varphi_1 \\ p \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 \end{Bmatrix} = \int_0^{\pi/2} \left[f_1(\beta_1) \begin{Bmatrix} \sigma_{n1}^1 \\ \tau_{n\varphi 1}^1 \end{Bmatrix} + f_3(\beta_1) \begin{Bmatrix} \sigma_{n1}^3 \\ \tau_{n\varphi 1}^3 \end{Bmatrix} \right]_{\substack{a=a_j \\ h=h_j}} d\beta_1 + \int_0^\pi \left[g_1(\beta_2) \begin{Bmatrix} \sigma_{n1}^1 \\ \tau_{n\varphi 1}^1 \end{Bmatrix} + g_3(\beta_2) \begin{Bmatrix} \sigma_{n1}^3 \\ \tau_{n\varphi 1}^3 \end{Bmatrix} \right]_{\substack{a=a_n \\ h=h_n}} d\beta_2 \dots \dots \dots (8)$$

(ii) 追加切欠溝 ($r=r_m, z=z_m$);

$$\begin{Bmatrix} -p \cos^2 \varphi_2 \\ -p \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 \end{Bmatrix} = \int_0^{\pi/2} \left[f_1(\beta_1) \begin{Bmatrix} \sigma_{n3}^1 \\ \tau_{n\varphi 3}^1 \end{Bmatrix} + f_3(\beta_1) \begin{Bmatrix} \sigma_{n3}^3 \\ \tau_{n\varphi 3}^3 \end{Bmatrix} \right]_{\substack{a=a_j \\ h=h_j}} d\beta_1 + \int_0^\pi \left[g_1(\beta_2) \begin{Bmatrix} \sigma_{n3}^1 \\ \tau_{n\varphi 3}^1 \end{Bmatrix} + g_3(\beta_2) \begin{Bmatrix} \sigma_{n3}^3 \\ \tau_{n\varphi 3}^3 \end{Bmatrix} \right]_{\substack{a=a_n \\ h=h_n}} d\beta_2 \dots \dots \dots (9)$$

ここに $\sigma_{nL}^K, \tau_{n\varphi L}^K$ ($K=1, 3, L=1, 3$), は次式を表す.

$$\sigma_{n1}^K = \sigma_r^K \cos^2 \varphi_1 + \sigma_z^K \sin^2 \varphi_1 - 2\tau_{rz}^K \sin \varphi_1 \cos \varphi_1, \quad \tau_{n\varphi 1}^K = (\sigma_r^K - \sigma_z^K) \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 + \tau_{rz}^K (\cos^2 \varphi_1 - \sin^2 \varphi_1)$$

$$\sigma_{n3}^K = \sigma_r^K \sin^2 \varphi_2 + \sigma_z^K \cos^2 \varphi_2 + 2\tau_{rz}^K \sin \varphi_2 \cos \varphi_2, \quad \tau_{n\varphi 3}^K = (\sigma_z^K - \sigma_r^K) \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 + \tau_{rz}^K (\sin^2 \varphi_2 - \cos^2 \varphi_2) \quad (10)$$

式(8), (9)は物体力の大きさ $f_K(\beta_1)$, $g_K(\beta_2)$ を未知関数とする連立積分方程式である。ここでは、この連立積分方程式を連立一次方程式に帰着させるため、未知関数 $f_K(\beta_1)$, $g_K(\beta_2)$ をそれぞれ次式のようにおく。

$$\begin{aligned} f_K(\beta_1) &= \sum_{j=1}^M f_{Kj} \delta(\beta_1 - \beta_{1j}), (0 < \beta_{1j} < \pi/2) \\ g_K(\beta_2) &= \sum_{n=1}^N g_{Kn} \delta(\beta_2 - \beta_{2n}), (0 < \beta_{2n} < \pi) \end{aligned} \quad (11)$$

ここに f_{Kj} , g_{Kn} は物体力の大きさに対応する任意定数である。式(11)は物体力を連続的ではなく、 $(M+N)$ 個の点

$$\begin{cases} a_j = c - e_1 \cos \beta_{1j}, \\ h_j = e_1 \sin \beta_{1j}, \\ a_n = c - e_2 \sin \beta_{2n}, \\ h_n = s - e_2 \cos \beta_{2n}, \end{cases} \quad (j=1 \sim M, n=1 \sim N) \quad (12)$$

に作用させることを意味している。式(11)を式(8), (9)に代入すれば次式を得る。

(i) 中央切欠溝 ($r=r_i$, $z=z_i$);

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} -p \sin^2 \varphi_1 \\ p \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 \end{Bmatrix} &= \sum_{j=1}^M \left[f_{1j} \begin{Bmatrix} \sigma_{n1}^1 \\ \tau_{n\varphi 1}^1 \end{Bmatrix} + f_{3j} \begin{Bmatrix} \sigma_{n1}^3 \\ \tau_{n\varphi 1}^3 \end{Bmatrix} \right]_{\beta_1=\beta_{1j}} \\ &+ \sum_{n=1}^N \left[g_{1n} \begin{Bmatrix} \sigma_{n1}^1 \\ \tau_{n\varphi 1}^1 \end{Bmatrix} + g_{3n} \begin{Bmatrix} \sigma_{n1}^3 \\ \tau_{n\varphi 1}^3 \end{Bmatrix} \right]_{\beta_2=\beta_{2n}} \end{aligned} \quad (13)$$

(ii) 追加切欠溝 ($r=r_m$, $z=z_m$);

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} -p \cos^2 \varphi_2 \\ -p \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 \end{Bmatrix} &= \sum_{j=1}^M \left[f_{1j} \begin{Bmatrix} \sigma_{n3}^1 \\ \tau_{n\varphi 3}^1 \end{Bmatrix} + f_{3j} \begin{Bmatrix} \sigma_{n3}^3 \\ \tau_{n\varphi 3}^3 \end{Bmatrix} \right]_{\beta_1=\beta_{1j}} \\ &+ \sum_{n=1}^N \left[g_{1n} \begin{Bmatrix} \sigma_{n3}^1 \\ \tau_{n\varphi 3}^1 \end{Bmatrix} + g_{3n} \begin{Bmatrix} \sigma_{n3}^3 \\ \tau_{n\varphi 3}^3 \end{Bmatrix} \right]_{\beta_2=\beta_{2n}} \end{aligned} \quad (14)$$

式(13), (14)には $2(M+N)$ 個の任意定数 f_{Kj} , g_{Kn} があるから、中央切欠溝の表面となる面に M 個、追加切欠溝の表面となる面に N 個の点

$$\begin{cases} r_i = c - b_1 \cos \varphi_{1i}, \\ z_i = b_1 \sin \varphi_{1i}, \\ r_m = c - b_2 \sin \varphi_{2m}, \\ z_m = s - b_2 \cos \varphi_{2m}, \end{cases} \quad (0 < \varphi_{1i} < \pi/2; i=1 \sim M, 0 < \varphi_{2m} < \pi; m=1 \sim N) \quad (15)$$

を選び、これらの点で式(13), (14)が成立するように f_{Kj} , g_{Kn} の値を定める。このとき、式(13), (14)から $2(M+N)$ 元連立一次方程式が構成されるから、それを解けば、追加切欠きをもつ丸棒の任意の点の応力が次式から求められる。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} &= \sum_{j=1}^M \left[f_{1j} \begin{Bmatrix} \sigma_r^1 \\ \sigma_\theta^1 \\ \sigma_z^1 \\ \tau_{r\theta}^1 \end{Bmatrix} + f_{3j} \begin{Bmatrix} \sigma_r^3 \\ \sigma_\theta^3 \\ \sigma_z^3 \\ \tau_{r\theta}^3 \end{Bmatrix} \right]_{\beta_1=\beta_{1j}} \\ &+ \sum_{n=1}^N \left[g_{1n} \begin{Bmatrix} \sigma_r^1 \\ \sigma_\theta^1 \\ \sigma_z^1 \\ \tau_{r\theta}^1 \end{Bmatrix} + g_{3n} \begin{Bmatrix} \sigma_r^3 \\ \sigma_\theta^3 \\ \sigma_z^3 \\ \tau_{r\theta}^3 \end{Bmatrix} \right]_{\beta_2=\beta_{2n}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

4. 数 値 結 果

前章で述べた解法に基づき、切欠半径が $b_1/c \leq 0.7$, $b_2/c \leq b_1/c$, 切欠間距離が $0.6 \leq s/c \leq 2.4$ の範囲で数値計算を行った。丸棒材料のポアソン比は $\nu=0.3$ とした。また、物体力を分布させる点 (a_j, h_j) , (a_n, h_n) ならびに境界条件を満足させる点 (r_i, z_i) , (r_m, z_m) は、中央切欠部では $\pi/2$ を M 等分、追加切欠部では中心角 π を $(N+1)$ 等分した角度に対応する点を採用した。

切欠きの数が1個あるいは周期的に無数個存在する場合には、応力 σ_z の最大値 $(\sigma_z)_{\max}$ は切欠きの谷底 ($\varphi=\pi/2$) に生ずるが、本報のような場合には、追加切欠底近傍の最大応力 $(\sigma_z)_{\max}$ は切欠底ではなく、 $\varphi_2 \geq \pi/2$ の切欠表面に生ずる。図5は追加切欠部における $(\sigma_z)_{\max}$ の生ずる角度 φ_2 と s/c , b_1/c , b_2/c の関係を示したもので、一点鎖線などは b_1/c の変化、白丸印などは b_2/c の変化を表し、 $\varphi_2=90^\circ$ が切欠底に対応する。図から明らかなように $(\sigma_z)_{\max}$ の生ずる角度 φ_2 は

図5 最大応力 $(\sigma_z)_{\max}$ の生じる位置 (角度 φ_2)

切欠半径 b_1 , b_2 および切欠間距離 s によって異なり, b_1/c , b_2/c が一定ならば s/c が小さいほど, s/c と b_2/c が一定ならば, b_1/c が大きいほど 90° から離れ, 最大で切欠底から 10° くらい遠く離れる. 前報⁽⁶⁾の追加切欠きをもつ丸棒がねじり力を受けるときの結果と比較すると, 本報の引張力を受ける場合のほうがより大きくずれる. また, $(\sigma_z)_{\max}$ が b_1/c , b_2/c の値にかかわらずほぼ切欠底に生ずるようになる s/c の値は, ねじりのとき $s/c > 1.0$ であるのに対し, 引張りでは $s/c > 2.0$ となっているから, ねじりのときよりも引張りのときの方が広い範囲に渡って応力集中の干渉が現れる. 前報⁽⁷⁾の追加切欠きをもつ帯板が引張力を受ける場合と比較するとあまり大きな違いはない.

応力集中係数を $(\sigma_z)_{\max}/\sigma_{\text{nom}}$ で定義する. ここに σ_{nom} は, 中央切欠部では最小 (切欠底) 横断面, 追加切欠部では $(\sigma_z)_{\max}$ の生ずる横断面の平均垂直応力を表す. 表 1 に得られた応力集中係数 α_c (中央切欠部) を

上段に, α_s (追加切欠部) を下段に示す.

図 6 は中央切欠部の応力集中の干渉効果 α_c/α_1 を図示したものである. ここに α_1 は切欠きが 1 個のときの応力集中係数⁽⁶⁾を表す. この図から次のことがわかる.

(i) 応力集中の干渉効果 ($\alpha_i < \alpha_1$ となる現象. ここに α_i は i 個の切欠きのときの応力集中係数) は $b_1/c \leq 0.4$ の範囲で生ずる. $b_1/c \geq 0.5$ の範囲では応力集中の干渉効果は見られず, むしろ $\alpha_c/\alpha_1 > 1.0$ となることがある.

(ii) 前報⁽⁶⁾⁽⁷⁾の追加切欠きをもつ丸棒がねじり力を受けるとき⁽⁶⁾の結果と比較すると, 本報の引張力のほうが干渉効果は大きい. また, 追加切欠きをもつ帯板が引張力を受けるとき⁽⁷⁾と比較すると, 本報の丸棒の引張りのほうが干渉効果は小さい. 例えば, $b_1/c = b_2/c = 0.3$, $s/c = 0.6$ の場合を比較すると, 丸棒の引張りでは $\alpha_c/\alpha_1 = 0.82$, 丸棒のねじりでは $\alpha_c/\alpha_1 = 0.96$, 帯板の引張りでは $\alpha_c/\alpha_1 = 0.75$ である. このことは図 8 か

表 1 応力集中係数 α_c , α_s

b_1/c	b_2/c	s/c									
		0.6	0.7	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	2.0	2.2	2.4
0.1	0.1	2.3187		2.4556	2.5306	2.5697					
		2.4522		2.5251	2.5626	2.5812					
0.2	0.1	2.0879		2.1187	2.1509	2.1719		2.1894	2.1921		
		2.1179		2.3376	2.4656	2.5357		2.5896	2.5985		
	0.2	1.7780		1.9227	2.0383	2.1153		2.1823	2.1958		
		2.0080		2.0721	2.1221	2.1559		2.1869	2.1934		
0.3	0.1	1.8472		1.8453	1.8521	1.8595		1.8669	1.8682		
		1.6550		2.0559	2.3047	2.4514		2.5711	2.5948		
	0.2	1.7549		1.7763	1.8067	1.8340		1.8627	1.8687		
		1.7984		1.9410	2.0405	2.1092		2.1762	2.1926		
	0.3	1.5425		1.6467	1.7307	1.7909		1.8541	1.8696		
		1.7502		1.7834	1.8120	1.8347		1.8606	1.8681		
0.4	0.1			1.6075	1.6068	1.6075		1.6084			
				1.7059	2.0926	2.3359		2.5459			
	0.2			1.5940	1.5978	1.6029		1.6088			
				1.7667	1.9345	2.0462		2.1600			
	0.3		1.5573	1.5659	1.5840	1.5972		1.6093			
			1.6631	1.7050	1.7677	1.8067		1.8507			
	0.4			1.5013	1.5449	1.5771		1.6057			
				1.5781	1.5848	1.5942		1.6060			
0.5	0.1				1.4130	1.4125		1.4113	1.4105		
					1.8149	2.1664		2.5042	2.5927		
	0.2			1.4154	1.4154	1.4153		1.4136	1.4118		
				1.5296	1.7937	1.9596		2.1321	2.1870		
	0.3				1.4216	1.4215		1.4183	1.4147		
					1.7028	1.7722		1.8390	1.8619		
	0.4				1.4238	1.4264		1.4223	1.4155		
					1.5674	1.5845		1.6056	1.6091		
	0.5				1.4154	1.4257		1.4273	1.4185		
					1.4160	1.4190		1.4177	1.4175		
0.6	0.6						1.2897	1.2846	1.2767	1.2740	1.2722
							1.2804	1.2772	1.2734	1.2730	1.2716
0.7	0.7							1.1778	1.1729	1.1726	1.1727
								1.1757	1.1730	1.1728	1.1729

図 6 中央切欠部の応力集中の干渉効果

図 8 中央切欠部の応力集中の干渉効果

図 7 追加切欠部の応力集中の干渉効果

らも明らかである。

(iii) 中央切欠きの半径 b_1 と切欠間距離 s を一定にしておいて追加切欠半径 b_2 を変化させると、 b_2 の大きいほうが干渉効果は大きい。計算した範囲でも、最大で 20 % 程度の干渉効果が得られている。

(iv) b_2 と s を一定にしておいて b_1 を変化させると、 b_1 の小さいほうが干渉効果は大きい。

(v) b_1 と b_2 を一定にしておいて s を変化させると、 s の小さいほうが干渉効果は大きい。

図 7 は追加切欠部の応力集中の干渉効果 α_s/α_1 を図示したものである、この図から次のことがわかる。

(i) 追加切欠部の応力集中の干渉効果も $b_1/c \leq 0.4$ の範囲で生じる。 $b_1/c \geq 0.5$ の範囲では干渉効果はなく、わずかな場合でわずかな値であるが、 $\alpha_s/\alpha_1 > 1.0$

となることがある。つまり、 $\alpha_c/\alpha_1 > 1.0$ となるときには $\alpha_s/\alpha_1 > 1.0$ となるようである。

(ii) b_1 と s が一定であれば、 b_2 の小さいほうが干渉効果は大きい。

(iii) b_2 と s が一定であれば、 b_1 の大きいほうが干渉効果は大きい。

(iv) b_1 と b_2 が一定であれば、 s の小さいほうが干渉効果は大きい。

(v) α_s/α_1 の量的な値は異なるが、中央切欠部のとき述べた結果(ii)がそのまま追加切欠部でも成立する。

図 8 は追加切欠きをもつ丸棒が引張力を受ける場合(●印)、ねじり力を受ける場合(□印)ならびに追加切欠きをもつ帯板が引張力を受ける場合(○印)の応力集中の干渉効果 α_c/α_1 を $b_1/c = b_2/c$ のときに比較したものである。この図から、帯板の引張りの場合が最も干渉効果が大きく、丸棒のねじりの場合の干渉効果はかなり小さいことがわかる。また、引張り、ねじりを問わず、 $b_1/c = b_2/c = 0.2 \sim 0.3$ のときに干渉効果は最も大きい。

なお、中央切欠部の応力集中の干渉効果を最大にする b_2 と s の関係を求める問題^{(10)~(12)}、すなわち最適条件を求める問題は別の機会に考察することにし、ここでは触れない。

5. 結 言

切欠部の応力集中を緩和するため、その切欠きの近傍に追加切欠きを付加することが考えられる。本報では、半円形の中央切欠きと追加切欠きをもつ丸棒が引張力を受けるときの応力集中の干渉効果を考察した。

主な結果を要約すると次のようになる。

(1) 本問題に対して物体力の分布による解法を示し、種々の寸法の切欠半径と切欠間距離に対して $b_1/c \geq b_2/c$ の範囲で応力集中係数を求めた。

(2) 追加切欠きによる応力集中の干渉効果に及ぼす切欠半径と切欠間距離の影響を明らかにした。そして、本計算範囲でも 20% 程度の干渉効果の現れる場合のあることを示した。

(3) 追加切欠部の最大応力 $(\sigma_z)_{\max}$ は、最小断面ではなく引張方向にずれた位置に生ずるが、追加切欠きをもつ丸棒がねじり力を受けるときよりも引張力を受けるときのほうが軸方向により大きくずれる。つまり、ねじりのときよりも引張りのときのほうが広い範囲に渡って応力集中の干渉が現れる。追加切欠きをもつ帯板が引張力を受けるときと本結果を比較するとあまり大きな違いはない。

(4) 追加切欠きによる応力集中の干渉効果は b_1/c の値が小さいほど大きく $b_1/c \leq 0.4$ の範囲で生じ、 $b_1/c \geq 0.5$ の範囲では応力集中の干渉効果は見られない。

(5) 応力集中の干渉効果は、追加切欠きをもつ丸棒がねじり力を受けるときよりも大きい。また、追加切欠きをもつ帯板が引張力を受けるときよりも小さい。

(6) 追加切欠きにより応力集中が緩和せず、むしろ応力集中の大きくなる場合もある。

文 献

- (1) 西田, 応力集中, (昭 48), 112, 森北出版.
- (2) Neuber, H., *Kerbspannungslehre*, (1958), 157, Springer-Verlag.
- (3) Peterson, R. E., *Stress Concentration Factors*, (1974), 24, John-Willy and Sons.
- (4) 大久保, 機誌, 62-488 (昭 34), 1272.
- (5) 西谷, 機誌, 71-589 (昭 43), 209.
- (6) 長谷川・常世田, 機論, 52-478, A (昭 61), 1547.
- (7) 長谷川・熊本, 機論, 53-491, A (昭 62).
- (8) 長谷川, 機論, 46-407, A (昭 55), 805.
- (9) 長谷川・ほか 2 名, 機論, 50-460, A (昭 59), 1955.
- (10) 康井・ほか 2 名, 東海大学紀要工学部, No. 2 (昭 53), 173.
- (11) 柴原・谷口, 機論, 49-446, A (昭 58), 1261.
- (12) Rajaiah, K. and Naik, N. K., *Proc. Soc. Exp. Mech.*, 41 (1984), 157.

討 論

〔質問〕 野 口 博 司〔九州大学工学部〕

次の質問にお答えいただきたい。

(1) 付加切欠きの応力集中係数には、 $(\sigma_z)_{\max}$ ではなく、 $(\sigma_\phi)_{\max}$ を用いたほうがよいと思われるがいかがか。

(2) 表 1 の数値の精度をお教え願いたい。

(3) 図 6 において、 $S/c=0$ の時 $\alpha_c/\alpha_1=1$ になることを考慮すれば、解析されていない図 6 の左側において、応力集中係数は急激に変化すると思われる。一方 $S \leq b_1+b_2$ の範囲においては、貴解析法における e_1, e_2 の取り方が難しく、解析困難かと思われるがいかがか。

〔回答〕 (1) 最小断面部では $(\sigma_z)_{\max}$ と $(\sigma_\phi)_{\max}$ は一致するが、追加切欠部ではこれらの応力は一致しない。したがって応力集中係数として $\alpha_z=(\sigma_z)_{\max}/\sigma_n$ と、ご指摘の $\sigma_\phi=(\sigma_\phi)_{\max}/\sigma_n$ の二つの定義が考えられる。本論文で σ_z を採用した理由は、 α_z では $\sigma_{\max}$ の方向と σ_n の方向が一致するからである。

(2) 表 1 の結果のすべてについて精度のチェックは行っていないが、これまでの経験から、本結果の精度は 0.1% 以下の誤差と推定している。したがって表 1 の小数点以下 4 けためは目安とみなしていただきたい。

い。

(3) 本論文では $S \geq b_1+b_2$ (中央切欠きと追加切欠きが重ならない範囲) の範囲における応力集中の干渉効果を考察したもので、中央切欠きと追加切欠きが重なった形 ($S < b_1+b_2$ の範囲) の場合は取扱っていないが、そのような場合を本結果から推定すると、ご指摘のような急激な変化があるときがあると思われる。

なお、このように半円切欠きが部分的に重なった形状の場合に対しても本解析法を適用することに困難は生じないと思う。前報⁽⁹⁾(付 1)(付 2)でも述べたように e_1, e_2 の取り方には経験的に簡単な法則がある。すなわち e_1, e_2 はだいたい

$$2.0 < \frac{\text{真の境界と仮想境界間の距離}}{\text{選点間距離}} < 4.0$$

に取れば良いようである。

〔質問〕 野 田 尚 昭〔九州工業大学〕

追加切欠きによる干渉効果についての詳しいご研究に敬意を表す。

追加切欠底近傍に生じる最大応力と、中央切欠底に

(付 1) 長谷川・常世田, 機論, 51-469, A (昭 60), 2112.

(付 2) 長谷川, 機論, 49-440, A (昭 59), 512.

生じる最大応力の大小関係はどのように考えたらよいか。もし検討しておられたらご教示願いたい。

〔回答〕 本論文で求めた応力集中係数の値の範囲では、若干の例外の場合 ($b_1=b_2$ のときに $\alpha_s^c > \alpha_s^s$ となる場合のあること)を除いて、次のことが言える。切欠半径が $b_2=b_1$ のときには、応力集中の干渉効果は $\alpha_c/\alpha_f \leq \alpha_s/\alpha_f$ であるが、 $b_2 < b_1$ の場合には $\alpha_c/\alpha_f > \alpha_s/\alpha_f$ となる。したがって、本論文では求めなかった、 $b_2 < b_1$ であるが $b_2 \approx b_1$ であるどこかの b_2 において、 $\alpha_c/\alpha_f = \alpha_s/\alpha_f$ となる b_2 の値が存在することになる。

上記のことは、切欠底の最大応力 $(\sigma_z)_c^c$ と $(\sigma_z)_s^s$ の大小関係に対しても全くそのまま成立する。本論文では、上記の b_2 の値を示さなかったが、適当な機会に報告したいと考えている。

〔質問〕 長谷部 宣男〔名古屋工業大学〕

(1) 干渉効果に関する一般的法則(特別の形状や荷重によらない)は存在しそうか。

(2) 追加切欠きの最大応力発生位置に関する一般

的な法則は存在しそうか。

〔回答〕 (1) 応力集中の干渉効果は種々の形状の切欠き、円孔、介在物、き裂などが複数個存在する場合に対して考えられ、また、すでにいくつかの研究も報告⁽¹⁾されているが、現在のところでは個々の問題が取扱われている段階であり、ご指摘のような形状や荷重によらない一般的法則について述べることはまだ困難を感じている。

(2) 著者らはこれまで二対の半円切欠き、三対の半円切欠き、3個の円孔をもつ帯板の引張り、2個の半円切欠きをもつ丸棒の引張り、とねじりの問題を取扱い、最大応力発生位置を調べてきたが、それらの結果は、量的には違いますが本質的にはいずれも本論文の図5と同様な法則を示した。しかし、残念ながらこれらの結果からご指摘のような法則を見つけるまでには、まだ至っていない。なお、ご質問(1)と合わせ、これらの点について今後さらに検討を続けたいと思っている。