混合モード高速進展き裂のコースティック法理論*
(第1報, 面内混合モード理論)西岡 俊久*¹, 橋高 弘幸*²A Theory of Caustics for Mixed-Mode Fast Running Cracks
(1st Report, Inplane Mixed-Mode Theory)

Toshihisa NISHIOKA and Hiroyuki KITTA

The method of caustics (shadow spot method) has proven to be a powerful optical method to measure stress intensity factors in static and dynamic fracture mechanics problems. In this paper, a theory of caustics was developed for elastodynamically propagating cracks under inplane mixed-mode conditions. Complex potentials for the general solutions of a near-tip field which have been previously derived by the authors were used in this theoretical development. The effects of crack velocity and the mixed-mode condition on the caustic pattern and initial curve were investigated. A new procedure was also proposed for the evaluation of the dynamic stress intensity factors K_I and K_{II} using appropriate dimensions of the caustic pattern. The method of caustics developed here enables one to study quantitatively various mixed-mode dynamic fracture phenomena such as crack branching, crack curving, and crack kinking.

Key Words: Fracture, Dynamic Fracture, Method of Caustics, Dynamic Crack Propagation, Mixed-Mode, Shadow Spot Method, Optical Method, Dynamic Stress Intensity Factor

1. 緒 言

コースティック法は実験装置が簡単で、かつ非接触で実験を行うことができ、応力拡大係数の値を求める手順が簡便であるなどの利点を有している。このため静的および動的応力拡大係数の測定手法として注目され、多くの応用がなされてきた⁽¹⁾⁽²⁾。とくに、コースティック法と高速度カメラ撮影法を組合せた手法は、動的伝ばき裂の応力拡大係数測定法として現在最も有力な方法と考えられている。

コースティック法による応力拡大係数測定論は、はじめに Manogg⁽³⁾が透明材に対して静的透過形コースティック法を提案したことに始まる。その後、Theocaris⁽⁴⁾によって、反射形コースティック法へと拡張された。また静的混合モード応力拡大係数測定理論が Theocaris-Gdoutos⁽⁵⁾によって提案されている。

動的き裂伝ばに対するコースティック法理論は、き裂が直進するモード I 形き裂に対して、Kalthoff⁽⁶⁾、Theocaris⁽⁷⁾、および Rosakis⁽⁸⁾によって

研究されている。またモード III 形き裂に対しても検討されている⁽⁹⁾。

一方、動的き裂伝ば実験ではしばしば、き裂分枝やき裂曲進など、混合モード状態がかなり関与していると思われる現象が観察される。このような現象をコースティック法で解明するためには混合モード高速進展き裂のコースティック法理論の確立が必要である。

現在のところ、著者らの知る限りこのような研究は Theocaris-Papadopoulos⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾によるものがあるのみである。しかし、彼らによる理論的コースティック像はき裂速度とともに小さくなり、モード I のみおよびモード III のみの場合と明らかに矛盾している。このため正確な理論の確立が望まれる。

本論文では、第1報として、面内混合モード高速進展き裂のコースティック法理論解析を行う。本解析では著者ら⁽¹²⁾が先に導いた混合モード高速進展き裂の一般解の複素ポテンシャル表示を利用した。さらに、この理論解析結果をもとに動的伝ばき裂の応力拡大係数 K_I および K_{II} をコースティック像の大きさより測定する方法を提案する。

* 昭和62年11月21日 第949回講演会において講演、原稿受付 昭和62年6月19日。

*¹ 正員、神戸商船大学 (〒658 神戸市東灘区深江南町5-1-1)。

*² 正員、海技大学校 (〒659 芦屋市西蔵町12-24)。

2. コースティック像の形成理論⁽¹⁾

ここでは、代表例として図1に示すような透明材を透過する光線によって形成されるコースティック像について述べる。試験片に負荷を加えると、き裂先端では応力集中によって板厚および屈折率に変化が生じる。このため入射した光は偏向し、例えば試験片上のP点の光はスクリーン上P'点に到達する。P点の位置ベクトルを $\vec{r}$ とし、入射光自体の倍率を λ とすればP'点の位置ベクトル $\vec{W}$ は次式で表される。

$$\vec{W} = \lambda \vec{r} + \vec{w} \quad \dots\dots\dots (1)$$

倍率 λ は、図1のような平行光の場合 $\lambda=1$ である。収束光や発散光の場合、無負荷の試験片上の長さがスクリーン上で λ 倍の長さとして投影される。倍率は光学的配置が決まれば簡単な式で計算できる⁽¹⁾⁽²⁾。一方、 $\vec{w}$ は入射光線のスクリーン上での偏向量であり、一般に次式で表される。

$$\vec{w} = -Z_0 \text{grad } \Delta s \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 Z_0 は試験片とスクリーン間の距離で、 Δs は光路程の変化量である。 Δs は、反射形コースティックス法を含めて統一的に主応力によって記述でき次式で表される。

$$\Delta s = C_0 t (\sigma_1 + \sigma_2) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、上式では屈折率の変化が主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ に無関係な光弾性感度のない場合を示した。 t は無負荷時の試験片板厚で C_0 は光学定数や材料定数によって表される⁽¹⁾。表面反射形コースティックス法の場合、 Δs は試験片のくぼみ量の2倍で、平面応力の仮定より、 $C_0 = -\nu/E$ (ν : ポアソン比, E : ヤング率) で与えられる。

光線が試験片で偏向する結果、スクリーン上に光線が到達しない shadow spot (dark spot) と呼ばれる領域が生じる。またその周囲には光線が集中するコースティック像が形成される。コースティック像を形成する光線が試験片上で形成する曲線は初期曲線(initial curve)と呼ばれる。一般的に静的問題ではき裂先端を

図1 コースティック像の形成理論

囲む小さな円で表される。理論的には初期曲線は試験片上の $\vec{r}$ とその写像 $\vec{W}$ との一対一の対応が成立しなくなる条件すなわち次式のように Jacobian が零になる条件より得られる。

$$J = \frac{\partial(W_x, W_y)}{\partial(x, y)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial W_x}{\partial x} & \frac{\partial W_x}{\partial y} \\ \frac{\partial W_y}{\partial x} & \frac{\partial W_y}{\partial y} \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 W_x, W_y は $\vec{W}$ の x', y' 成分である。ここで、得られた初期曲線の値を式(1)に代入することによりコースティック像が得られる。

以上述べたようにコースティック像は負荷時のき裂先端場の応力状態より計算できる。

3. 混合モード高速進展き裂のコースティック像

図2に示すように、弾性体中を速度 C で伝ばしているき裂を考える。このときのき裂先端場の一般解は Nishioka-Atluri⁽¹²⁾によって導かれた。本論文ではこの一般解を利用して、面内混合モード下的高速進展き裂のコースティック像を理論的に求める。面内混合モード下の応力場は修正 Radok 複素ポテンシャル⁽¹²⁾を用いて次式で表される。

$$\sigma_x = -\text{Re}[(1 + 2\beta_1^2 - \beta_2^2)\Phi'(z_1) + 2\Psi'(z_2)] \quad \dots\dots\dots (5\cdot a)$$

$$\sigma_y = \text{Re}[(1 + \beta_2^2)\Phi'(z_1) + 2\Psi'(z_2)] \quad \dots\dots\dots (5\cdot b)$$

$$\sigma_{xy} = \text{Im}\left[2\beta_1\Phi'(z_1) + \frac{(1 + \beta_2^2)}{\beta_2}\Psi'(z_2)\right] \quad \dots\dots\dots (5\cdot c)$$

ここで、 Φ', Ψ' はそれぞれ複素ポテンシャルの一次の導関数を表す。また z_1 および z_2 は複素変数で

$$z_k = x + i\beta_k y \quad (k=1, 2) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\beta_1^2 = 1 - (C/C_d)^2 \quad \dots\dots\dots (7\cdot a)$$

$$\beta_2^2 = 1 - (C/C_s)^2 \quad \dots\dots\dots (7\cdot b)$$

図2 混合モード高速進展き裂

で与えられる。ここに i は虚数, C_d および C_s は材料の膨張波速度およびせん断波速度である。 x, y はき裂先端に原点をもつ移動座標系で, 全体座標系 X, Y となす角度 θ_0 は混合モードき裂伝ばでは刻々と変化するものと考えられる。

このときの主応力は式(5)より次式で表される。

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y = \operatorname{Re} [-2(\beta_1^2 - \beta_2^2) \Phi'(z_1)] \quad \dots\dots\dots (8)$$

き裂先端の固有値解析の結果より, 特異応力と関連する複素ポテンシャルは次式で表される⁽¹²⁾。

$$\Phi'(z_1) = \frac{K z_1^{-1/2}}{\sqrt{2\pi}} = \frac{\zeta}{\sqrt{2\pi}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで K は複素定数で応力拡大係数 K_I および K_{II} と次式のように関係する。

$$K = K^0 + iK^* = -B_I(C)K_I + iB_{II}(C)K_{II} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで B_I および B_{II} はき裂速度の関数で

$$B_I(C) = \frac{(1 + \beta_2^2)}{4\beta_1\beta_2 - (1 + \beta_2^2)^2} \quad \dots\dots\dots (11 \cdot a)$$

$$B_{II}(C) = \frac{2\beta_2}{4\beta_1\beta_2 - (1 + \beta_2^2)^2} \quad \dots\dots\dots (11 \cdot b)$$

で与えられる。

式(8), (9)を式(2), (3)に代入し, 複素関数の微分に Cauchy-Riemann の関係を用いて整理すると, $\vec{w}$ の各成分は次のように表される。

$$w_x = -2N(\beta_1^2 - \beta_2^2) \operatorname{Re} \zeta' \quad \dots\dots\dots (12 \cdot a)$$

$$w_y = +2N\beta_1(\beta_1^2 - \beta_2^2) \operatorname{Im} \zeta' \quad \dots\dots\dots (12 \cdot b)$$

ここで, $N = C_0 t Z_0 / \sqrt{2\pi}$ である。

したがってスクリーン上の光線の位置ベクトルの各成分は次のようになる。

$$W_x = \operatorname{Re} [\lambda z - 2N(\beta_1^2 - \beta_2^2) \zeta'] \quad \dots\dots\dots (13 \cdot a)$$

$$W_y = \operatorname{Im} [\lambda z + 2N\beta_1(\beta_1^2 - \beta_2^2) \zeta'] \quad \dots\dots\dots (13 \cdot b)$$

ここで, $z = x + iy$ である。

式(13)を式(4)に代入してヤコビアンを表すと

$$J = 1 - 2\left(\frac{N}{\lambda}\right)(1 - \beta_1^2)(\beta_1^2 - \beta_2^2) \operatorname{Re} \zeta'' - 4\left(\frac{N}{\lambda}\right)^2 \beta_1^2(\beta_1^2 - \beta_2^2)^2 \{(\operatorname{Re} \zeta'')^2 + (\operatorname{Im} \zeta'')^2\} = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

となる。 $\zeta'' = 3/4 K z_1^{-5/2}$ であるから, 式(14)はさらに次のように書き直すことができる。

$$J = 1 - \frac{3}{2}\left(\frac{N}{\lambda}\right)(1 - \beta_1^2)(\beta_1^2 - \beta_2^2) \times (K^0 \cos \frac{5}{2} \theta_1 + K^* \sin \frac{5}{2} \theta_1) r_1^{-5/2} - \frac{9}{4}\left(\frac{N}{\lambda}\right)^2 \beta_1^2(\beta_1^2 - \beta_2^2)^2 \{(K^0)^2 + (K^*)^2\} r_1^{-5} = 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

上式で r_1 は独立変数でなく, 通常の極座標 (r, θ) の関数であるため, 上式を r_1 について解くことはできない。このため上式を極座標 (r, θ) で表すと,

$$J = 1 - \frac{3}{2}\left(\frac{N}{\lambda}\right)(1 - \beta_1^2)(\beta_1^2 - \beta_2^2) \{K^0 E_1(\beta_1, \theta) + K^* E_2(\beta_1, \theta)\} r^{-5/2} - \frac{9}{4}\left(\frac{N}{\lambda}\right)^2 \beta_1^2(\beta_1^2 - \beta_2^2)^2 \times \{(K^0)^2 + (K^*)^2\} r^{-5} g^{-5/2} = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに, $g = 1 + (1 - \beta_1^2) \sin^2 \theta$ で $E_1(\beta_1, \theta)$, $E_2(\beta_1, \theta)$ はそれぞれ次式によって示される β_1 と θ の関数である。

$$E_1(\beta_1, \theta) = \frac{-1}{\sqrt{2}}(g^{-1/2} + g^{-1} \cos \theta)^{1/2} \times (g^{-1} + 2g^{-3/2} \cos \theta - 4g^{-2} \cos^2 \theta) \quad \dots\dots (17 \cdot a)$$

$$E_2(\beta_1, \theta) = \frac{\mp 1}{\sqrt{2}}(g^{-1/2} - g^{-1} \cos \theta)^{1/2} \times (g^{-1} - 2g^{-3/2} \cos \theta - 4g^{-2} \cos^2 \theta) \quad \dots\dots (17 \cdot b)$$

ここで, $E_2(\beta_1, \theta)$ の符号は θ の符号と反対のものをとるものとする。

式(16)で $R = r^{-5/2}$ とおくと, 式(16)は二次方程式に変換でき, r について解くことができる。したがって動的き裂伝ば中の初期曲線 r_0^{dyn} は次式で表される。

$$r = \left[\frac{3}{2} \frac{N}{\lambda} K_I H(\alpha, \beta, \theta) \right]^{2/5} \equiv r_0^{\text{dyn}} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに, パラメータ α, β は $\alpha = K_{II}/K_I$, $\beta = C/C_s$ を用いた。したがって, $H(\alpha, \beta, \theta)$ は混合モード状態, き裂速度および角度 θ に依存する関数として次式で与えられる。

$$H(\alpha, \beta, \theta) = \frac{1}{2}(1 - \beta^2) \{-F_I E_1(\beta_1, \theta) + \alpha F_{II} E_2(\beta_1, \theta)\} + \left[\frac{1}{4}(1 - \beta^2)^2 \{-F_I E_1(\beta_1, \theta) + \alpha F_{II} E_2(\beta_1, \theta)\}^2 + \beta_1^2 g^{-5/2} (F_I^2 + \alpha^2 F_{II}^2) \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$F_I = (\beta_1^2 - \beta_2^2) B_I \quad \dots\dots\dots (20 \cdot a)$$

$$F_{II} = (\beta_1^2 - \beta_2^2) B_{II} \quad \dots\dots\dots (20 \cdot b)$$

静止き裂の場合, 初期曲線は円になり

$$r_0^{\text{stat}} = \left(\frac{3}{2} \frac{N}{\lambda} K_I \right)^{2/5} (1 + \alpha^2)^{1/5} \quad \dots\dots\dots (21)$$

で表される⁽¹⁾。動的進展き裂の初期曲線 r_0^{dyn} は式(21)を用いると次式で表される。

$$r_0^{\text{dyn}} = r_0^{\text{stat}} I(\alpha, \beta, \theta) \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここで, $I(\alpha, \beta, \theta)$ は初期曲線速度効果関数で

$$I(\alpha, \beta, \theta) = [H(\alpha, \beta, \theta)]^{2/5} / (1 + \alpha^2)^{1/5} \quad \dots\dots\dots (23)$$

となる。式(18)より, 応力拡大係数は初期曲線と次のように関係づけられる。

$$K_I = \frac{2\lambda}{3NH(\alpha, \beta, \theta)} (r_0^{\text{dyn}})^{5/2} \\ = \frac{2\lambda(r_0^{\text{stat}})^{5/2}}{3N(1+\alpha^2)^{1/2}} \dots\dots\dots (24\cdot a)$$

$$K_{II} = \alpha K_I \dots\dots\dots (24\cdot b)$$

スクリーン上のコースティック像は式(13)より

$$W_x = \lambda r \cos \theta \\ + Nr_1^{-3/2} \left(F_I K_I \cos \frac{3}{2} \theta_1 - F_{II} K_{II} \sin \frac{3}{2} \theta_1 \right) \\ \dots\dots\dots (25\cdot a)$$

$$W_y = \lambda r \sin \theta \\ + \beta_1 Nr_1^{-3/2} \left(F_I K_I \sin \frac{3}{2} \theta_1 + F_{II} K_{II} \cos \frac{3}{2} \theta_1 \right) \\ \dots\dots\dots (25\cdot b)$$

で表され、通常の極座標で表すと、

$$W_x = \lambda r \cos \theta + Nr^{-3/2} \{ F_I K_I G_1(\beta_1, \theta) \\ - F_{II} K_{II} G_2(\beta_1, \theta) \} \dots\dots\dots (26\cdot a)$$

$$W_y = \lambda r \sin \theta + \beta_1 Nr^{-3/2} \{ F_I K_I G_2(\beta_1, \theta) \\ + F_{II} K_{II} G_1(\beta_1, \theta) \} \dots\dots\dots (26\cdot b)$$

となる。ここに

$$G_1(\beta_1, \theta) = \frac{-1}{\sqrt{2}} (g^{1/2} + \cos \theta)^{-1/2} \\ \times (g^{-1/2} - g^{-1} \cos \theta - 2g^{-3/2} \cos^2 \theta) \dots (27\cdot a)$$

$$G_2(\beta_1, \theta) = \frac{\beta_1}{\sqrt{2}} (g^{1/2} + \cos \theta)^{-1/2} \\ \times (g^{-1} \sin \theta + g^{-3/2} \sin 2\theta) \dots\dots\dots (27\cdot b)$$

ここで、特別な場合として、モード I のみ ($K_{II}=0$) の高速進展き裂を考えると、式(26)は表示が若干異なるが、Beinert-Kalthoff⁽⁶⁾の式と一致する。

式(24)を用いて、応力拡大係数を消去すると、スクリーン上のコースティック像は次式で表される。

$$W_x = \lambda r_0^{\text{dyn}} \left[\cos \theta + \frac{2}{3H(\alpha, \beta, \theta)} \right. \\ \left. \times \{ F_I G_1(\beta_1, \theta) - F_{II} G_2(\beta_1, \theta) \} \right] \dots\dots\dots (28\cdot a)$$

$$W_y = \lambda r_0^{\text{dyn}} \left[\sin \theta + \frac{2\beta_1}{3H(\alpha, \beta, \theta)} \right. \\ \left. \times \{ F_I G_2(\beta_1, \theta) + F_{II} G_1(\beta_1, \theta) \} \right] \dots\dots\dots (28\cdot b)$$

r_0^{dyn} は式(22)で示したように θ の関数であるので、 r_0^{stat} を用いると、コースティック像の式は

$$W_x = \lambda r_0^{\text{stat}} \left[I(\alpha, \beta, \theta) \cos \theta + \frac{3}{2} \{ I(\alpha, \beta, \theta) \}^{-3/2} \right. \\ \left. \times \{ F_I G_1(\beta_1, \theta) - \alpha F_{II} G_2(\beta_1, \theta) \} / \sqrt{1+\alpha^2} \right] \\ \dots\dots\dots (29\cdot a)$$

$$W_y = \lambda r_0^{\text{stat}} \left[I(\alpha, \beta, \theta) \sin \theta + \frac{2}{3} \beta_1 \{ I(\alpha, \beta, \theta) \}^{-3/2} \right. \\ \left. \times \{ F_I G_2(\beta_1, \theta) + \alpha F_{II} G_1(\beta_1, \theta) \} / \sqrt{1+\alpha^2} \right] \\ \dots\dots\dots (29\cdot b)$$

なお、モード II 形のき裂 ($\alpha=\infty$) のときのコースティック像と初期曲線速度効果関数は次式で与えられる。

$$W_x = r_0^{\text{stat}} [I(\infty, \beta, \theta) \cos \theta \\ - \frac{2}{3} F_{II} G_2(\beta_1, \theta) \{ I(\infty, \beta, \theta) \}^{-3/2}] \dots\dots (30\cdot a)$$

$$W_y = r_0^{\text{stat}} \left[I(\infty, \beta, \theta) \sin \theta \right. \\ \left. + \frac{2}{3} F_{II} G_1(\beta_1, \theta) \{ I(\infty, \beta, \theta) \}^{-3/2} \right] \dots\dots (30\cdot b)$$

$$I(\infty, \beta, \theta) = \left[\frac{1}{2} (1 - \beta_1^2) F_{II} E_2(\beta_1, \theta) \right. \\ \left. + \left\{ \frac{1}{4} (1 - \beta_1^2)^2 F_{II}^2 E_2^2(\beta_1, \theta) + \beta_1^2 g^{-5/2} F_{II}^2 \right\}^{1/2} \right]^{2/5} \\ \dots\dots\dots (31)$$

4. 数 値 解 析

ここでは鉄鋼材料中を伝ば中のき裂に対する表面反射形コースティック像と初期曲線について数値解析を行った結果について述べる。ここでは、文献(6)と同じ材料を仮定し、ポアソン比 $\nu=0.29$ を用いた。なおコースティック像の形状はポアソン比のみに若干依存する。この材料中の弾性波速度は $C_d=5940$ m/s, $C_s=3230$ m/s である。

4.1 初期曲線 はじめにモード I のみ ($\alpha=0$) の場合について初期曲線速度効果関数 $I(\alpha, \beta, \theta)$ と初期曲線の形状を図3(a)および図4(a)に示す。モード I のみの場合、Kalthoff ら⁽⁶⁾はき裂速度の効果を二つの関数に分け、そのうち一つの関数はほとんどき裂速度効果が無視できることを示した。しかし、混合モードではき裂速度の効果を二つの関数に分離できないので、図3(a)では混合モードに合わせて一つの関数で示した。モード I のみの場合、き裂速度効果は β の増加につれて大きくなり、とくに $\beta=0.8$ ($C=2584$ m/s) でかなり大きくなっていることがわかる。またどの β においても $\theta=0$ で対称になっていることがわかる。関数 $I(\alpha, \beta, \theta)$ はどの β においてもだいたい $\theta=90^\circ$ 付近で最大になり、このため初期曲線の形状も β が大きくなるにつれて縦長になっている。

混合モード ($\alpha=1$) のときの初期曲線について図3(a)および図4(b)に示す。この場合も β の増加につれて、関数 $I(\alpha, \beta, \theta)$ は大きくなり、 $\theta=0$ に関する対称性も失われていることがわかる。このため、図4(b)に見られるように、き裂上下面 ($\theta=\pm 180^\circ$) での初期曲線が不連続になっている。

さらに比較のため、モード II のみ ($\alpha=\infty$) の場合を図3(c)および図4(c)に示す。図に見られるように関数 $I(\alpha, \beta, \theta)$ の非対称性およびき裂上下面での初期

(a) モード I ($\alpha=0$)

(a) モード I ($\alpha=0$)

(b) 混合モード ($\alpha=1$)

(b) 混合モード ($\alpha=1$)

(c) モード II ($\alpha=\infty$)

(c) モード II ($\alpha=\infty$)

図 3 初期曲線速度効果関数

図 4 初期曲線

(a) モード I ($\alpha=0$) (b) 混合モード ($\alpha=1$) (c) モード II ($\alpha=\infty$)

図5 コースティック像

曲線の不連続性がいっそう顕著になっている。

4.2 コースティック像 高速進展き裂のコースティック像を図5(a)~(c)に示す。図5(a)はモードIのみの場合で、円に近い形をしている。き裂速度が大きくなるにつれてほぼ相似形でコースティック像が大きくなる。モードIのみの場合、Kalthoffら⁽⁶⁾も同様な結果を得ている。

混合モード($\alpha=1$)の場合コースティック像は開いた形になり、さらにモードIIのみの場合になると開き方が顕著になる。いずれの場合もき裂速度が大きくなるに連れて、コースティック像が大きくなることわかる。これに対し、Theocarisら⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾の結果はき裂速度の増加とともにコースティック像が小さくなっている。これはモードIの傾向と明らかに矛盾するものである。

また図5に見られるように、 $\beta=0.2$ の場合、各モードとも静止き裂($\beta=0$)の場合とほぼ一致している。しかし $\beta=0.4$ ではコースティック像の y' 方向最大幅は静止き裂よりも約3%大きくなる。したがって、この場合き裂速度効果を見逃して応力拡大係数を求めると結果に約8%程度の誤差を生じることになる。誤差は図より明らかなようにき裂速度の増加に伴い増加する。したがって動的伝ばき裂に対して精密な応力拡大係数決定法が必要である。

5. 混合モード動的応力 拡大係数の決定法

動的応力拡大係数を決定するためには、はじめにき裂速度を測定しておく必要がある。コースティックス法では、コースティック像の高速度写真よりき裂速度が評価できるが、この際、shadow spot内にあるき裂先端の位置を正確に決定する必要がある。このため、ここでき裂先端位置とコースティック像の大きさとの関係を明らかにした。図6にコースティック像の代表寸法を示す。コースティック像の最先端点Aの x 座標値 $W_z^{\max}$ と D との関係は一般に次のように表される。

$$W_z^{\max} = kD \dots\dots\dots (32)$$

ここで k をき裂先端位置係数と呼ぶ。これにより、き裂先端の位置はA点より kD だけshadow spot内に入ったところとして決定することができる。

き裂先端位置係数 k を種々のき裂速度と混合モード状態に対して計算したものを表1に示す。き裂先端位置係数はき裂速度には若干依存するが、 α にほとんど依存しないことがわかる。以上よりコースティック像の高速度写真より、あらかじめき裂速度の時間変化

表 1 混合モード高速進展き裂のき裂先端位置係数

$\alpha \backslash \beta$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
0.0	0.526	0.525	0.523	0.520	0.515
0.5	0.526	0.525	0.523	0.520	0.514
1.0	0.526	0.525	0.523	0.519	0.514
1.5	0.526	0.525	0.523	0.519	0.513
2.0	0.526	0.525	0.523	0.519	0.513
2.5	0.526	0.525	0.523	0.519	0.513
5.0	0.526	0.525	0.523	0.519	0.512
10.0	0.526	0.525	0.523	0.519	0.512
∞	0.526	0.525	0.523	0.519	0.512

図 6 混合モードコースティック像の代表寸法

を評価できる。

静的な場合について、混合モードの応力拡大係数を決定する方法は図6に示すようなコースティック像の寸法 D と $(D_l^{\max} - D_l^{\min})$ より評価する方法がすでに提案されている⁽²⁾⁽⁵⁾。しかし、 $(D_l^{\max} - D_l^{\min})$ は α が小さいとき、かなり小さくなり測定値の相対誤差が大きくなる欠点がある。本論文ではこれらの方法と異なる新しい方法を用いて高速進展き裂の混合モード応力拡大係数を決定する方法について述べる。

いま、 $\lambda=1$ の場合について、コースティック像の y' 方向の最大幅 D と r_0^{stat} の比を δ とおくと、一般に、 r_0^{stat} は次式で表される。

$$r_0^{\text{stat}} = (D/\delta)/\lambda \quad (33)$$

δ はき裂速度及び混合モード状態に依存する。式(33)を式(24)に代入すると、次式が得られる。

$$K_I = \frac{2\lambda^{-3/2}}{3N} \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} (D/\delta)^{5/2} \quad (34\cdot a)$$

$$K_{II} = \frac{2\lambda^{-3/2}}{3N} \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} (D/\delta)^{5/2} \quad (34\cdot b)$$

本法では初めに、 $D_l^{\max}$ と D をコースティック像より計測する。この比 $D_l^{\max}/D$ と応力拡大係数の比 $\alpha =$

図 7 $D_l^{\max}/D$ と α の関係 図 8 δ と α の関係

(K_{II}/K_I) の関係を代表き裂速度に対して数値的に求めたものを図7に示す。したがって、この図より各き裂速度に対して α を決定することができる。次に $\delta = (D/r_0^{\text{stat}})$ と α の関係を同じく代表き裂速度に対して求めたものを図8に示す。この図よりすでに決定されている α を用いて δ を決定することができる。以上の決定された α, δ を式(34)に代入して応力拡大係数が計算できる。

以上述べたように、本法では比較的計測の容易な $D_l^{\max}$ と D から計算することで応力拡大係数が決定できるため、他の方法と比較して、簡便かつ高精度であると考えられる。

6. 結 言

面内混合モード高速進展き裂のコースティック像を

高速進展き裂先端の一般解を用いて理論的に明らかにした。さらに、コースティック像から各モードの応力拡大係数を決定する方法を示した。また、shadow spot内のき裂先端位置を正確に決定するためにき裂先端位置係数を明らかにした。これによるときき裂先端位置係数はき裂速度のみに依存し、混合モード状態に依存しないことがわかった。これらにより、混合モード動的破壊に関する種々の現象、例えばき裂分枝(crack branching)、き裂曲進(crack curving)、き裂回折(crack kinking)などのコースティックス法による定量的な研究が可能になった。なお面外変形(モードIII)をふくむ一般混合モード高速進展き裂については次報において発表する。

本研究は第25回東レ科学技術助成研究の一環として行われたものである。ここに当財団に対し謝意を表す。

文 献

- (1) Theocaris, P. S. (Sih, G. C., 編), in *Experimental Evalu-*

- ation of Stress Concentration and Intensity Factors*, (1981), 189, Martinus Nijhoff.
 (2) 高橋・清水, 機械の研究, 37 (昭60), 485および621.
 (3) Manogg, P., *Ph. D. Dissertation*, University of Freiburg, (1964).
 (4) Theocaris, P. S., *Trans. ASME, Ser. E*, 37-2 (1970), 409.
 (5) Theocaris, P. S. and Gdoutos, E., *Trans. ASME, Ser. E*, 39-1 (1972), 91.
 (6) Beinert, J. and Kalthoff, J. F. (Sih, G. C. 編), 文献(1)の281ページ.
 (7) Theocaris, P. S. and Ioakimidis, N., *Eng. Fract. Mech.*, 12-4 (1979), 613.
 (8) Rosakis, A. J., Duffy, J. and Freund, L. B., *J. Mech. Phys. Solids*, 32 (1984), 443.
 (9) Theocaris, P. S. and Georgiadis, G. (Valluri, S. R., ほか4名編), *Advances in Fracture Research (ICF6)*, 5 (1984), 3345.
 (10) Theocaris, P. S. and Papadopoulos, G. (G. C. Sih and Theocaris, P. S. 編), *Mixed Mode Crack Propagation*, (1981), 125, Sijthoff and Noordhoff.
 (11) Theocaris, P. S. and Papadopoulos, G., *ASTM STP*, 791 (1983), II-320.
 (12) Nishioka, T. and Atruri, S. N., *Eng. Fract. Mech.*, 18 (1983), 1.

討 論

〔質問〕 高橋 賞〔関東学院大学工学部〕

(1) 例えば図5において x' , y' の座標値はどれくらいになるか。図5でコースティック像が大きくなった分だけ応力拡大係数が増大することになるか。その増加分は動的応力拡大係数で現れる速度係数に対応すると考えてよいのか。

(2) β の値は実際上どのくらいが問題になるか。実際に β があまり大きくないときは、本論文の結果によれば動的効果は小さいと考えてよいのか。

(3) Theocaris らによるものとは逆な結果になっているようだが、その原因は基礎理論の考え方にあるのか。

〔回答〕 (1) 図5は K_I , K_{II} を一定とし、 β を変えてコースティック像の変化をみたものである。式(29)などからわかるように、コースティック像の大きさは光学系の倍率 λ に対して相似的に変化する。したがって、コースティック像の座標値自体をとくに問題にはしなかった。

(2) き裂速度効果を見捨てた場合、 $\beta=0.2$ のときは K_I , K_{II} に約1.9%の誤差が生じるのみで、その効果は少ないものと思われる。しかし、 β が0.4程度の亜音

速破壊に関する研究も数多くなされている。この場合は本文で述べたようにき裂速度効果は無視できなくなる。さらに超音速破壊現象についても報告されている(付1)。この場合、減速過程において $\beta=1\sim0.4$ の領域を通り、その解析に本研究の結果が必要になる。

(3) Theocaris は、面内混合モードの解析にあたって複素応力拡大係数 K^{*d} を用いている。

$$K^{*d} = K_I^d - iK_{II}^d$$

ここで K_I^d , K_{II}^d はモードI, IIの動的応力拡大係数である。これは本研究の式(10)に相当し、 $B_I(C)$, $B_{II}(C)$ の項が欠落している。さらに主応力 σ_x と σ_y が次式によって示されている。

$$\sigma_x + \sigma_y = 2 \operatorname{Re} \Omega(z_1)$$

$$\Omega(z_1) = \frac{K^{*d}}{\sqrt{2\pi z_1}}$$

式(8)と比較して、 $(\beta_1^2 - \beta_2^2)$ の項がやはり欠落している。これらの欠落などが、初期曲線、コースティック像、応力拡大係数の式に影響を及ぼしているものと考えられる。

- (付1) Huang, J. L., and Virkar, A. V., *Eng. Fract. Mech.*, 21-1 (1985), 106.