三次元物体の動的応力解析*

(球状空かを有する環状切欠円柱棒の動的応力集中係数について)

杉浦正勝^{*1}, 安藤善司^{*1}

Dynamic Stress Analysis of a Three-Dimensional Solid Body (Dynamic Stress Concentration Factor around a Spherical Cavity in a Grooved Cylindrical Bar)

Masakatsu SUGIURA and Zenji ANDO

The reflection and interference of stress-waves play an important role in dynamic cases. It is very desirable to study the time variation of the stress distribution and especially the dynamic stress concentration factor in three-dimensional solid bodies. Hence, we have already reported the dynamic stress concentration factor around a spherical cavity in a smoothed cylindrical bar. Further, we have analyzed the stress propagation and the dynamic stress concentration phenomena around a spherical cavity in the various grooved cylindrical bars by utilizing the strain gage method and also the finite element method. Emphasis was laid on the dynamic stress concentration analysis of bodies with inner cavities, such as those often found in welded parts or castings. We found that the three-dimensional dynamic stress concentration factors obtained by the present two methods are in general agreement. In the small radius grooved cylindrical bars, the dynamic stress concentration factor inside the inner spherical cavity does not give a larger variation, and at the circular notch the root becomes larger, with increasing diameter of the cavity. On the other hand, when the circular notch radius of the grooved cylindrical bar becomes larger, its value becomes opposite.

Key Words: Experimental Stress Analysis, Dynamic Stress Concentration Factor, Stress wave Propagation, Impulsive Loadings, Strain Gage, FEM

1. 緒言

動的な荷重を受ける構造物あるいは機械部品には応力波の複雑な反射、干渉などのために、静的荷重を受ける場合と著しく異なる応力分布を生じ思わぬ損傷を招くこともあり、その応力解析は重要な問題と考えられる。従来、一様断面を有する円柱棒に軸方向の衝撃荷重が加わる場合の応力波の伝ば問題は多くの研究者らによって理論的、実験的に研究されている。これまで円柱棒の内部に球状空かを有する場合の動的応力解析は著者ら⁽¹⁾によってすでに報告された。

しかし、実際に機械や構造物に使用されている有限な太さをもつ環状切欠円柱棒中に、球状空かを有する場合の動的応力解析はまだみられないようである。

著者らはこの点に着目し、既報⁽¹⁾した論文の続報として、軸上に球状空かを有する種々の環状切欠円柱棒の空か周りの応力分布の時間的変動、特に、動的応力集中係数について電気抵抗線歪計法を使用して実験的に解析し、また、別に有限要素法を用いて動的応力集中係数を求め、実験値と計算値との比較検討を行っ

た。

2. 実験方法および試験片

実験方法は前報⁽¹⁾と同様なのでここでは省略する。図1にみられるようにアクリル樹脂の丸棒を $D=40$ mm, 長さ $L=150$ mm に切り出し、棒の一端に幅 6 mm, 長さ $l=30$ mm の溝をほった。ほった溝の一端に半球エンドミル NC フライス盤を使用して精密に位置決めを行い、球径 $d=10, 14, 20$ mm に変えて 3 種類の半球を切削した。また、円柱棒の半球の外側に図1(b)にみられるごとく、環状切欠半径 $r=1, 5, 40, 80$ の 4 種類を旋盤にて切削した。このように切り出したアクリル棒は 2 本で一組である。また、環状切欠円柱棒の中に挿入するアクリル板は長さ $2l=60$ mm, 板幅 $W=40$ mm にフライス盤で直角度を出しながら仕上げた。仕上げたアクリル板は板幅の両サイドに切欠半径 $r=1, 5, 40, 80$ mm の 4 種類を切り出した。なお、母材切欠底の直径はすべての試験片に対して $D'=30$ mm と一定にした。

所定寸法に仕上げたアクリル樹脂板を旋盤を使用し一点切削により熱応力が入らないように切削油を十分注いで直径 $d=10, 14, 20$ mm の円孔を 3 種類切削した。また、上記のほかに図1(a)にみられるように

* 昭和63年3月15日 東海支部第37期総会講演会において講演, 原稿受付 昭和62年8月19日。

*¹ 正員, 大同工業大学 (〒457 名古屋市南区大同町)。

円孔の内側に2枚のひずみゲージを接着し、リード線4本を外部に出すため直径 $d=0.3\text{ mm}$ の案内管を4個つけた。また、切欠底にも2枚接着した。

このように準備した試験片は図1(b)のごとく接着する。接着剤はエポキシ樹脂系接着剤(セメダイン製, 1565)と硬化剤(セメダイン製, 1565)を約4:6の割合で混合した接着剤を使用した。接着する際に接着面を紙やすりで軽く削るとはく離などが少なくなる。また接着剤は十分混合し、化学反応させ硬化を速めるために 60°C 前後の加熱炉に入れ、よくかき混ぜ気泡が除去された時点でアクリル樹脂棒、アクリル樹脂板に均一に接着剤を塗布し挟み込みながら気泡を出して、バイスによって固定し、一昼夜常温で放置して完全に接着させる。接着した試験片はエッジエフェクトなどが入らないように接着後乾燥器の中で保存した。なお、使用した衝撃落下棒は長さ $L=300\text{ mm}$ 、直径 $d=57\text{ mm}$ のエポキシ樹脂製円柱棒を使用した。表1に得られた供試材料の物性値を示した。

3. 実験結果および考察

3.1 公称応力(σ_{nom})の測定 公称応力(σ_{nom})を求めるのにひずみゲージを使用し、円柱棒の中央断面の円周上の4箇所にゲージ長 1 mm のひずみゲージを接着してそのひずみゲージによって検出されたひずみ量を測定し、公称応力を求めた。また、試験片の下端部と落下棒の上端部からの反射波の影響を考えにい

表1 試験片の物性値

	Acrylic-resin
Young's modulus(E)(MPa)	3195
Poisson's ratio(ν)	0.37
Density(ρ)(Kg/m ³)	122×10^3

図1 試験片形状

れて時間 $T=210\text{ }\mu\text{s}$ 以前の球状空か想定位置における安定した応力の平均値を公称応力とした。

なお、落下棒の下端部と試験片上端部までの落下高さを $h=300\text{ mm}$ と設定した。得られた公称応力は 2.84 MPa と決定した。

3.2 球状空か内面の応力の時間に対する変化のひずみゲージ法による測定 図2, 3は例として、球状空か直径 d と円柱棒直径 D の比 d/D が $0.25, 0.35, 0.5$ のときの空か内面の応力の時間に対する変化を示したものである。すなわち、環状切欠半径の小さいときと、大きい場合とである。

図2, 3から球状空か直径が大きくなれば最大応力も次第に大きくなることがみられる。また、 d/D が小さい試験片ほど最大応力が発生する時間が幾分早期に現れる。同様に d/D が小さいほど応力の安定する時間が長いことがわかる。また、図2より r/D が小さい試験片ほど球状空か内面の応力値はいずれの d/D に対しても小さい値を示す。

このことは図7, 8に見られるごとく、FEM計算においても同様な傾向を示した。なお、ここには示さないが、 $r/D=0.125, 1$ の値は $r/D=0.025$ と2の中間的な値を示した。

3.3 球状空かを有する環状切欠円柱棒の切欠底の応力の時間に対する変化のひずみゲージ法による測定 図4, 5は球状空かを有する環状切欠円柱棒試験片の球状空か直径と円柱棒直径の比 d/D が $0.25, 0.35, 0.5$ に変化したときの、環状切欠底の応力の時間に対する変化を示したものである。図4は切欠半径の小さい場合、図5は大きい場合である。環状切欠半径 r が大きいときは、切欠底の応力値は低い値を示し、逆に、 r の値が小さくなると球状空か内面の値より増大する。

図2 ひずみゲージ法による動的応力と時間との関係

4. 有限要素法における 解析および考察

4.1 解析方法 弾性系微小変形時の運動方程式

図3 ひずみゲージ法による動的応力と時間との関係

図4 ひずみゲージ法による動的応力と時間との関係

図5 ひずみゲージ法による動的応力と時間との関係

は次のように表される。

$$[M]\{\ddot{d}\} + [K]\{d\} = \{P\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで $\{d\}$ は節点変位ベクトル, $\{\ddot{d}\}$ は節点加速度ベクトル, $[M]$ は質量マトリックス, $[K]$ は剛性マトリックス, $\{P\}$ は外力ベクトルである。式(1)の運動方程式を解くには、直接数値積分法(Newmark β 法)を用いる。また, $[M]$ にランブドマスマトリックスを用い, $[K]$ には三角形リング要素を用いて三角形内における変位分布が線形である変位法を用いた。また, その時間増分は $\Delta T = 2.5 \times 10^{-6}$ s とした。

図6の(a), (b)は計算に使用したモデル形状および要素分割の一例であり, (c)は切欠部の拡大図を示した。また, 図中(a)は公称応力 σ_{nom} を得るための球状空かをもたないモデルである。各寸法は $L=300$ mm, $R=20$ mm とした。要素数 752, 節点数 424 である。また, 図中(b)は球状空かを有する環状切欠円柱棒のモデルであり(a)と同様 $L=300$ mm, $R=20$ mm, $S=150$ mm であり球状空か直径 d を 10, 14, 20 mm の3種類と環状切欠半径 r を 1, 5, 40, 80 mm と4種類, すなわち, 公称応力用モデルと合わせて全部で13種類のモデルについてそれぞれ計算した。材料定数は $E=3\,195.7$ MPa, $\nu=0.37$, $\rho=1.22 \times 10^3$ kg/m³ とした。

また, 入力図6の下端を支持して上端を衝撃荷重 Q_0 で引張るものとした。その Q_0 は安定解を得るために $Q = Q_0[1 - \exp(-\lambda T)]$ で階段状に増加させ $\lambda = 1.5 \times 10^{-6}$ とした (T =時間)。

以上の条件でそれぞれ計算を行い, 得られた環状切欠円柱棒の球状空か内面の最大応力を σ_{max} , 球状空かを持たない円柱棒の空か想定位置の円柱棒中心における応力を公称応力 σ_{nom} として, 両者の比から動的応力集中係数 α_d を次式により定義する。

$$\alpha_d = \sigma_{max} / \sigma_{nom} \quad \dots\dots\dots (2)$$

4.2 球状空か内面応力の時間に対する変化を有限要素法により求めた結果 図7, 8は環状切欠半径 r と円柱棒直径 D の比 $r/D=0.025, 2$ に対して, d/D を種々変化させた場合の空か内面応力の時間に対する変化を有限要素法で計算した結果である。

ここで, 図2, 3と図7, 8では, 時間に対する応力の変化は異なった傾向を示している。これは, 入射応力波が前者は正弦波で, 後者は計算の都合によりく形波を用いたためである。しかし, 動的応力集中係数 (α_d) は反射波の影響を受ける前の最大値で計算し, その値は次の場合には, 応力波の影響を受けない⁽²⁾。すなわち, $H=2R/T_0 \cdot C$ (ただし, $2R$: 切欠寸法, T_0 : 応力波の持続時間, C : 材料を伝ばする速度) の値が

0.2~0.7 以外の場合は影響しない。

この実験では $H=0.028\sim0.056$, FEM の計算では $H=\infty$ で影響を受けない領域にある。実際に後述するように、両者より求めた α_d は似た傾向を示している。なお、図 4, 5 と図 9, 10 の相違についても同様である。

また、最大応力としては、反射波が球状空かに到達する時間 $T=250\ \mu\text{s}$ 以前に発生する最大応力をその試験片の最大応力 ($\sigma_{\max}$) とみなした。

また、 $r/D=0.125, 1$ の場合は前述した $r/D=0.025, 2$ の中間的な値を示した。

4.3 環状切欠底の応力の時間に対する変動の有限要素法の計算 図 9, 10 は FEM により得られた環状切欠底の応力の r/D の変化に対する変動を示したものである。図 9 から環状切欠半径が小さいほど応力変動が大きく、 d/D の値が大きいほど応力が大きくなる。図 10 から r/D が大きいときは、大きな応力変動が

見られず d/D の変化に対してもさほど大きな影響を受けない。また、その応力値も低下する。

このことはひずみゲージ法で測定された値に対しても同様な傾向を示した。

4.4 応力分布図 図 11, 12 に代表例として、 $r/D=0.025, 2$ に対して、 $d/D=0.0, 0.25, 0.35, 0.5$ に変えた場合の最小断面部における応力分布を示したものである。なお、最小断面部において反射波の影響を受ける以前の最大応力を発生した時刻と同時刻におけるものである。

同一の空か直径であっても、環状切欠半径が小さい $r=1$ の切欠底に最大応力が顕著に現れる。しかし、環状切欠半径が大きくなると球状空か内面に最大応力が発生するが、その値は $r=1$ の環状切欠底より大きい値を示さない。

5. 応力集中係数 α_d

図 13 は球状空かを有する環状切欠円柱棒の空か内

図 6 試験片の要素分割図

図 7 d/D の変化に対する動的応力と時間との関係 ($r/D=0.025$)

図 8 d/D の変化に対する動的応力と時間との関係 ($r/D=2$)

図 9 d/D の変化に対する動的応力と時間との関係 ($r/D=0.025$)

図 10 d/D の変化に対する動的応力と時間との関係 ($r/D=2$)

図 11 最小断面部における応力分布図 ($r/D=0.025$)

図 12 最小断面部における応力分布図 ($r/D=2$)

面に発生する最大応力 ($\sigma_{\max}$) を、空かのない円柱棒の最大応力〔公称応力 (σ_{nom})〕で除した動的応力集中係数 (a_d) を、FEM によって求めて示したものである。この図から明らかなように環状切欠半径の小さい試験片ほど空か内面の応力集中係数が小さくその値も安定している。逆に切欠半径が大きくなると d/D の増加とともに大きくなる。一方、環状切欠底の応力集中係数を図 14 に示した、この図から環状切欠半径の小さい試験片ほど切欠底の応力集中係数が増大し、 d/D が大きくなるとその値もわずかながら増加する。

図 15 および 16 は一例として、 $r/D=2$ に対する電気抵抗線歪計法および FEM で求めた球状空か内面と環状切欠底の応力集中係数の値を比較したものであ

図 13 FEM による種々の r/D に対する d/D と a_d の関係 (空か内面)

図 14 FEM による種々の r/D に対する d/D と a_d の関係 (切欠底)

図 15 FEM とひずみゲージ法による α_d の比較 (空か内面)

図 16 FEM とひずみゲージ法による α_d の比較 (切欠底)

る。

図 15, 16 から実験値と計算値とは比較的良好一致をみせている。

6. 結 言

前報⁽¹⁾の続報として、球状空かを有する環状切欠円柱棒の r/D と d/D の変化が動的応力集中係数に及ぼす影響を電気抵抗線ひずみ計法および FEM によって解析し、詳細に検討した結果、次の結論が得られた。

(1) d/D が大きくなるに従い、動的応力集中係数 α_d は球状空かと環状切欠の最小断面部の球状空か内面、環状切欠底で増加した。また、 r/D が大きくなるに従い、球状空か内面の応力集中が増加して、環状切欠底では減少し、 r/D が小さくなると、逆になる。

(2) 環状切欠半径が小さい場合は、最大応力は環状切欠底に発生するが、空か内面の動的応力集中係数

は環状切欠のない場合に近くなる。

(3) FEM により求められた動的応力集中係数 α_d は動的実験値より幾分大きめの値を示した。

最後に、この研究を進めるに当たり有益なご助言とご指導をいただいた名古屋大学工学部 清家政一郎教授にお礼申し上げます。また本実験を進めるに当たりご協力をいただいた名古屋大学工学部 栗栖善男技官と FEM 計算にご協力いただいた本学講師 和田均氏に感謝申し上げます。またここで行った計算はすべて大同工業大学情報処理センター HITAC M-240 H を使用したことを付記し、謝意を表す。

文 献

- (1) 杉浦・高木, 機論, 52-477, A (昭 61), 1373.
- (2) 和田・ほか 2 名, 非破壊検査, 29-9 (昭 55), 582.