シェブロンき裂を有する円柱状三点曲げ試験片の
BEM 解析と岩石破壊じん性評価法の検討*林 一夫^{*1}, 小野章彦^{*2}, 阿部博之^{*3}BEM Analysis of a Cylindrical Three Point Bend Specimen with
a Chevron Crack for Fracture Toughness Test of Rock

Kazuo HAYASHI, Akihiko ONO, and Hiroyuki ABÉ

The stress intensity factor along the periphery of a chevron crack in a cylindrical three point bend specimen (CB) is evaluated by BEM for the establishment of the rock fracture toughness test using CB specimens. So far, in the test, the stress intensity factor is assumed to be constant along the front edge of the crack and is evaluated by the compliance method. It is revealed from the present analysis that the stress intensity factor takes a minimum value at the center of the front edge so that the crack growth during the fracture toughness test makes the front edge of the crack concave. It is also shown that the stress intensity factor evaluated by the compliance method is larger than that of the concave crack with a homogeneous distribution of the stress intensity factor along the front edge. This implies that the fracture toughness test leads to over estimation.

Key Words: Elasticity, fracture, fracture toughness of rock, CB specimen, chevron crack, fracture toughness test, stress intensity factor

1. 緒 言

地下岩体からの熱エネルギーの抽出, 石油・天然ガスの増産, 地殻応力の現位置評価, 各種廃棄物の地下保管など, 地下開発あるいは利用の種々の技術分野において, 地下人工き裂は, 中心的役割を果たしている^{(1)~(3)}. 地下人工き裂は, 基本的には破壊力学の法則に従って挙動する. すなわち, 地下人工き裂の設計, 作成, 安定保持技術の確立は, 破壊力学に基づいて行われる必要があり, 地下岩体の破壊じん性評価法の重要性は言うまでもない. また, 上述の諸技術分野のみならず, 岩盤の発破, 粉碎, 掘削などを伴う多くの分野においても, 岩石の破壊じん性の重要性が, 近年認識されつつある⁽⁴⁾. このような背景のもとに, 現在, 岩の国際力学学会 (ISRM) において, 岩石の破壊じん性評価法の標準化が進められている^{(5)~(7)}.

岩石, 特に地下深部の岩石試料は, 掘削時に得られるボーリングコアの形で与えられる場合がほとんどである. このために, 上述の ISRM 破壊じん性評価法で

は, 円柱試験片にシェブロンき裂をいれた SR (引裂試験片) 2 個および CB (三点曲げ試験片) 1 個の 2 種を標準試験片として用いることとしている. さて, 破壊じん性評価には, あらかじめ応力拡大係数を正確に評価しておくことが必要である. SR については, すでに FEM^{(8)~(10)}あるいは BEM⁽¹¹⁾⁽¹²⁾による解析がいくつか報告されているが, CB については, このような研究がなされておらず, 実際の破壊じん性評価においては, コンプライアンス法により実験的に求められた応力拡大係数が用いられている. シェブロンき裂の応力拡大係数は, 当然三次元効果の影響を受けるにもかかわらず, 上述のコンプライアンス法による応力拡大係数は, 荷重点変位とき裂開口変位の代表値という大域的な計測量から定められるものであり, 三次元効果をまらめた値である.

本研究は, 従来明らかにされていない CB 試験片の応力拡大係数を明らかにし, コンプライアンス法による応力拡大係数との比較を行うとともに, CB 試験片を用いた破壊じん性試験について検討を加えることを目的とする. このため, まず CB 試験片の BEM による解析を行い, シェブロンき裂前縁に沿う応力拡大係数を求めた. 次に, これと, コンプライアンス法により得られる応力拡大係数との関係を検討し, さらに, 応

* 昭和 62 年 3 月 12 日 東北支部第 23 期総会講演会において講演, 原稿受付 昭和 62 年 10 月 19 日.

*¹ 正員, 東北大学高速力学研究所 (〒980 仙台市片平 2-1-1).

*² 准員, 三菱電機(株)鎌倉製作所 (〒247 鎌倉市寺分 418).

*³ 正員, 東北大学工学部 (〒980 仙台市荒巻青葉).

力拡大係数がき裂前縁でほぼ一定となるき裂形状について検討を加えることにより、CB 試験片より得られる破壊じん性の評価を行った。

2. CB 試験片の応力拡大係数

図 1 に示す CB 試験片の BEM 解析を行った。要素としては、六節点三角形アイソパラメトリック要素と八節点四角形アイソパラメトリック要素を併用した。解析は、問題の対称性を考慮して、試験片全体の 1/4 について行った。き裂縁近傍では、変位は、き裂縁からの距離 r に関して $\sqrt{r}$ の、また、表面力は $1/\sqrt{r}$ の漸近性特性を持つ。そこで中央断面のき裂面上の要素のうち、き裂縁に沿う要素には、1/4 節点き裂要素⁽¹³⁾を用い、また、中央断面の非き裂面上の要素のうち、き裂に沿う要素では、通常の形状関数に

$$K(r) = \frac{1}{\sqrt{r}} \left\{ 1 - \frac{r}{L} (1 - \sqrt{L}) \right\} \quad \cdots \cdots (1)$$

なる関数を乗じた形状関数を用いて表面力を表現すること⁽¹³⁾で、き裂縁での表面力の特異性を表現できるよう配慮した。ここに、 L はき裂縁に沿う要素のき裂縁から要素対辺までの距離である。応力拡大係数は次式により計算した。

$$K_I = \frac{\mu}{2(1-\nu)} \sqrt{2\pi/r} v \quad \cdots \cdots (2)$$

ここに、 μ はせん断弾性係数、 ν はポアソン比、 v はき裂開口変位である。以下においては、次式により規格化された応力拡大係数

$$Y_c = \frac{K_I}{0.25(S/D)P/D^{1.5}} \quad \cdots \cdots (3)$$

を用い、これを形状係数と呼ぶことにする。式(3)において、 D は試験片の直径、 S は三点曲げ支持点のスパン、 P は荷重である(図 1)。試験片寸法としては、ISRM により推奨されているもの⁽⁵⁾を用いた。すなわち、支持点スパンを $S/D=3.33$ 、初期き裂深さを $a_0/D=0.205$ とした。要素分割例を図 2 に示す。 $a/D=0.4$ の場合の例であり、総節点数 534、総要素数 184 である。

計算精度検討のため、 $a/D=0.4$ に対し、き裂縁に沿う要素の幅 L について $L/D=0.025$ および 0.035 の 2 例について計算を行った。その結果 Y_c の差はたかだか 1% であった。実用上十分の精度が得られていると言える。以下の結果は、すべて $L/D=0.035$ として求めたものである。なお、ポアソン比は $\nu=0.12$ とした。

図 3 は、種々の a/D のき裂について、き裂前縁に沿う形状係数 Y_c の変化を示したものである。いずれのき裂深さに対しても、応力拡大係数は、き裂前縁中央で最小値をとり、両端に向かって大きくなり、両端で最大値をとるといふ、き裂形状に起因する三次元効果が現れている。

図 1 CB 試験片形状

図 2 要素分割例 ($a/D=0.4$)

3. CB試験片による岩石破壊じん性試験に関する考察

CB試験片による岩石破壊じん性試験では、応力拡大係数は次式により実験的に算定されるものを用いている。

$$K_I = \left(\frac{P^2 E'}{2b} \cdot \frac{d\lambda}{da} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $E' = E/(1-\nu^2)$ 、 E は縦弾性係数、 λ は荷重線変位から求めたコンプライアンス、 b はき裂幅(図1)である。したがって、形状係数は

$$Y_c = \left(\frac{P^2 E'}{2b} \cdot \frac{d\lambda}{da} \right)^{1/2} / \left\{ 0.25 \left(\frac{S}{D} \right) P/D^{1.5} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

コンプライアンスから Y_c を定めたものによれば、 Y_c はあるき裂深さ a_c で最小値をとる⁽⁶⁾。したがって、破壊じん性を K_c として、もし破壊じん性試験において $K_I = K_c$ (=一定)でき裂が進展しているとすると、式(3)から、 $a = a_c$ となったときに荷重 P は最大値 P_{max} をとることになる。このことを用いて、CB試験片による岩石破壊じん性試験では、種々のき裂深さの金属CB試験片により λ - a 曲線ならびに a_c を求めておき、 $a = a_c$ のとき $d\lambda/da$ および所要の岩石CB試験片の三点曲げ試験時の破断に至るまでの最大荷重 P_{max} を式(4)に代入して、破壊じん性を求めるという方法が用いられている。

2章のBEM解析で得られた、き裂前縁と荷重線の交点の変位から、コンプライアンスを求めてみると、図4のようなになる。なお、図4には、実験で求められた

コンプライアンス⁽¹⁴⁾も併せて示した。このコンプライアンスから式(5)を用いて Y_c を定め図示したものが図5である。図5には、実験で定めたコンプライアンスから得られた形状係数⁽¹⁴⁾、および、2章で示した形状係数(図3)のき裂前縁に沿っての平均値も併せて示した。図4、5から明らかのように、本研究で求めたコンプライアンスと実験により求めたそれ⁽¹⁴⁾の間には良好な一致が見られる。しかし、形状係数においては、8%以上の差が生じている。

さて、図3に示したように、シェブロンき裂前縁の応力拡大係数には、三次元効果がかかり現れており、き裂前縁に沿って応力拡大係数は一定ではなく、き裂前縁の両端に近いほど大きくなっている。したがって、破壊じん性試験において、き裂進展が $K_I = K_c$ (=一定)で生じているとすると、 $a = a_0$ の形状(図2)からき裂進展して、き裂前縁の中央がへこんだ凹状のき裂

図4 き裂深さとコンプライアンスの関係

図3 形状係数のき裂前縁に沿う変化

図5 き裂深さと形状係数との関係

図 6 応力拡大係数がほぼ一定とみなせるき裂形状 ($a/D=0.4$)

形状で、き裂が進展していくことになる。そこで、き裂前縁中央のき裂深さが $a/D=0.4$ の場合について、き裂前縁の形を種々変化させて、き裂前縁に沿って Y_c がほぼ一定となるようなき裂形状ならびにそのときの Y_c を求めてみた。形状係数 Y_c がき裂前縁に沿ってほぼ一定となるき裂形状を示したものが図 6 であり、そのときの Y_c を示したものが図 7 である。図 7 に示したように、図 6 のき裂形状で Y_c はほぼ一定となっている。この値は、図 5 の Y_c 、すなわち、BEM 解析により求めた Y_c のき裂前縁に沿っての平均値と、コンプライアンスから求めた Y_c のほぼ中間に入っている。すなわち、直線前縁を有するシェブロンき裂の応力拡大係数のき裂前縁に沿う平均値から求めた破壊じん性はやや低めの評価を与え、また、コンプライアンスから求めた破壊じん性はやや高めの評価を与えると言える。

4. 結 言

岩石破壊じん性試験のための CB 試験片の BEM 解析を行い、従来明らかにされていなかったき裂前縁に沿う応力拡大係数の分布を明らかにし、コンプライアンスに基づく応力拡大係数との比較を行って、CB 試験片による破壊じん性評価法の検討を行った。得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) 前縁が直線のシェブロンき裂の応力拡大係数は、いずれのき裂深さにおいても、き裂前縁中央で最小値を取り、両端で最大値をとる。最大値と最小値の差は約 15 % 程度である。

(2) 解析から得られたコンプライアンスと実験で得られているコンプライアンスは良く一致し、その結果、コンプライアンスから求められる応力拡大係数においては、解析結果と実験結果はほぼ一致している。

図 7 図 6 のき裂形状に対する形状係数の変化

しかし、解析により直接求めた応力拡大係数のき裂前縁に沿っての平均値はコンプライアンスから求めた応力拡大係数より小さく、その差は 8 % 以上である。

(3) き裂前縁に沿って応力拡大係数がほぼ一定とみなせるき裂形状およびこのときの応力拡大係数を求めた結果、この応力拡大係数はコンプライアンスから求められる応力拡大係数よりも小さくなっていることがわかった。このことは、実験的に定めたコンプライアンスを用いて求められていた破壊じん性値は、実際よりやや高めの評価となっていることを示唆している。

最後に、本研究は昭和 58 年度文部省科学研究費〔特別推進研究(2)課題番号 58065002〕によるものであることを記し謝意を表す。また、図の作成にあたっては、東北大学工学部 庄子孝夫技官の助力を得たことを記し感謝の意を表す。

文 献

- (1) Abé, H. and Takahashi, H., *Proc. 9th Workshop Geotherm. Reservoir Eng.*, (1983), 415.
- (2) Mendelson, D. A., *Trans. ASME, J. Energy Res. Tech.*, 106-3 (1984), 369.
- (3) Mendelson, D. A., *Trans. ASME, J. Energy Res. Tech.*, 106-4 (1984), 543.
- (4) Ouchterlony, F. and Zongqi, S., *Proc. 1st Int. Symp. Rock Fragmentat. Blast.*, (1983), 23.
- (5) Ouchterlony, F., *Suggested Methods for Determining Fracture Toughness of Rock Materials* (4th Draft, June 1, 1986), 日本機械学会第 102 回特別講演会要旨集,

- (昭 62), 46.
- (6) Ouchterlony, F., *Proc. 27th US Symp. Rock Mech.*, Univ. AL, (1986-6).
- (7) Ouchterlony, F., *Proc. SEN Spring Conf.*, New Orleans LA, (1986-6).
- (8) Beeck, J. F. and Ingraffea, A. R., *Int. J. Fract.*, 18-3 (1982), 217.
- (9) Barker, L. M., *Eng. Fract. Mech.*, 17-7 (1983), 287.
- (10) Busey, R. T., ほか 3 名, *Int. J. Fract.*, 18-2 (1982), 125.
- (11) Ingraffea, A. R., ほか 3 名, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 855 (1984), 49.
- (12) Mendelson, A. and Gohsn, L. J., *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 855, (1984), 69.
- (13) 田中, 機械の研究, 34-4 (昭 57), 514.
- (14) 橋田・ほか 2 名, 第 5 回アコースティック・エミッション総合コンファレンス論文集, 11 (昭 60), 161.

討 論

〔質問〕 菊 池 正 紀〔東京理科大学〕

著者らは、実際のき裂進展が、き裂縁全域で一定の K 値を保って生じるものとお考えのようであるが、実験的に例えば図 6 に示されたようなき裂形状は観察しておられるか。

脆性的に破壊が進む場合、 K が最大の位置から進展が開始すると考えられるので、図 5 で用いられた BEM 解析結果は、き裂縁の平均値ではなく、むしろ図 3 に示された K の最大値と比較すべきではないか。

〔回答〕 著者自身によるものではないが大理石試験片についてき裂形状を調べた例があり(付 1)、それは図 6 の形状と類似している。

CB 試験片の場合、荷重を増加するにつれて、初めき裂は安定的に進展し、あるき裂深さに成長した後、不安定な破断に至ることが実験事実として知られており、また、図 5 からただちに説明される⁽¹⁴⁾。

このき裂成長の機構は次のように理解される。すなわち、ご指摘のように、初期き裂で応力拡大係数が最大になる点、つまり、初期き裂前縁の両端の点からき裂の成長が初めて生じるが、この成長が、試験片全体の不安定な破断にただちに至るのではなく、この成長によりき裂前縁の形が図 6 のような形に徐々に移行し、さらにき裂前縁全体が成長し、ある荷重レベル（最大荷重）で最終的不安定破断に至るというように理解できる。CB 試験片による破壊靱性の評価は、最大荷重すなわち不安定破断時の荷重により行うので、上述のことから図 3 の K の最大値を用いることは適当ではないと考える。なお、き裂前縁の両端での安定き裂成長開始時の荷重から破壊靱性を求めるものであれば、ご指摘の K の最大値を用いればよいわけだが、この荷重を検出することは、実験上極めて困難である。

(付 1) 松木, 野津山, 私信。