ソーダ石灰ガラスの混合モード破壊条件*

池 田 清 彦^{*1}, 井 垣 久^{*1}

Mixed-Mode Fracture Criterion in Soda-Lime Glass

Kiyohiko IKEDA and Hisashi IGAKI

The mixed-mode fracture criterion of modes I and II of Soda-Lime Glass was investigated using inclined indentation surface flaws in four-point bending. In order to examine the effect of mode II on the extension of cracks, the specimens with an inclined surface flaw oriented at an angle of 45° with respect to the outer fiber tensile stress direction were fractured under hydrostatic pressure up to about 100 MPa. The obtained catastrophic fracture paths were non-coplanar with the initial flaw plane. The values of the critical stress intensity factors, K_{Ic} and K_{IIc} , were obtained with the ratio $K_{IIc}/K_{Ic}=1.06$ observed. The experimental plots of K_I versus K_{II} were compared with the existing theories. A strain energy density fracture criterion best described the mixed-mode fracture.

Key Words: Fracture, Mixed-Mode Fracture, Soda-Lime Glass, Critical Stress Intensity Factor, Hydrostatic Pressure

1. 緒 言

混合モード下でのぜい性材料のき裂伝ば開始条件を調べる一つの方法として、曲げ試験片の引張側表面に微小硬さ計用のヌープ圧子により、引張軸とある角度をもった単一の人工表面き裂を形成し、それを破壊させるという方法があるが、実際のガラスやセラミックスに存在する欠陥の大きさと、同じオーダの大きさのき裂について調べることができるということで有用な方法とされている。すでにソーダ石灰ガラスについて Freiman⁽¹⁾ が、またホットプレスした窒化けい素について Petrovic ら⁽²⁾⁻⁽⁴⁾ がこの方法を適用しているが、前者においてはき裂が最初のき裂方向からそれで伝ばすると仮定して Hussain⁽⁵⁾ によって求められた最大エネルギー解放率一定条件、後者においてはき裂と同一方向に伝ばするとして求めた最大エネルギー解放率一定条件が実験と一致したという異なった結果を得ている。しかしながら、いずれの場合も引張軸に対して 45°以下の人工き裂をもった試験片の破壊においては実験値に大きなばらつきがみられ、さらに理論値から

もはずれる傾向がある。これは、引張軸に対してき裂面が平行になるにつれてモード I に対するモード II の負荷の割合を増大することができるが、引張軸に対してき裂面が垂直である他の先在き裂におけるモード I の負荷も増大するため、破壊が形成した人工き裂から発生しにくくなったからであると考えられる。したがって、モード II が支配的な負荷領域でのき裂伝ば開始条件を調べるためには、き裂面をなるべく引張軸に平行にすることなしにモード II の負荷の割合を増大させる工夫が必要である。

そこで本報では、引張軸に対して 45°の傾きでそう入した人工き裂をもつソーダ石灰ガラスから成る曲げ試験片の周囲より、約 100 MPa までの静水圧を加えた後四点曲げ負荷を加えて破壊させるという独自の方法により、モード II が支配的な領域でのき裂伝ば開始条件を検討する。

2. 試験片および実験方法

供試材は市販のソーダ石灰ガラスであり、表 1 にその化学組成を示す。図 1 に示すような形状の曲げ試験片の中央に、微小硬さ計用のヌープダイヤモンド圧子を約 21 N の荷重で表面に押しつけることによって、半だ円状の表面き裂から成る単一の人工欠陥を形成し

* 昭和 63 年 8 月 26 日 東北支部米沢地方講演会において講演、原稿受付 昭和 63 年 1 月 29 日。

*¹ 正員、大阪府立大学工学部 (〒591 堺市百舌鳥梅町 4-804)。

た。ヌープ圧痕の長手方向の引張軸に対する角度 θ は 45° , 60° , 90° の三段階に変えた。き裂が形成された試験片は、圧子押し込みによって生じたき裂近傍の残留応力を除去するために、 520°C で 1 時間の真空焼なましを施した。

以上のようにして用意した種々の方向に向いたき裂を有する試験片は図 1 に示すような負荷条件のもとで四点曲げにより破壊した。さらに、その中で引張軸から 45° の傾きのき裂面を持った試験片を高圧容器内に装てんし、約 100 MPa まで付加した後、四点曲げにより破壊させた。負荷速度はサブクリティカルなき裂成長を抑制するため、いずれも $10\sim 20\text{ MPa/s}$ の比較的高い応力速度を加えた。静水圧下での実験においては、表面き裂への圧力油の浸入を防ぐために試験片の全面にわたってネオプレンゴムで何層も被覆した。破壊した試験片の表面および破面は光学顕微鏡で観察し、破壊源がそう入した人工き裂であることを確認するとともに、き裂の伝ば方向および初期き裂の形状・寸法を測定した。

3. 実験結果および考察

図 2(a)～(d) は、各条件下で破壊した試験片を引張側表面で観察した初期き裂およびそこから伝ばしたき裂経路の外観を示す。引張軸からのき裂面の傾き角 θ が 90° から減少するにつれて、また静水圧が加わるにつれて、き裂の伝ば方向は最初のき裂面の方向から

表 1 供試材の化学組成 (wt%)

SiO_2	B_2O_3	Al_2O_3	Na_2O_3
81.0	13.0	2.0	4.0

図 1 試験片寸法および負荷条件

それる傾向がみられた。また、傾き角 θ が 45° の初期き裂からの破壊においては Freiman⁽¹⁾, および Petrovic ら^{(2)~(4)} の実験と同様にき裂の伝ば経路は初期き裂面全体を通過しなかった。これらの図より混合モード下での破壊においては、き裂は初期き裂面方向からそれて伝ばすることは明らかである。図 3 は $\theta = 90^\circ$ の場合の破面より観察した初期き裂の一例であるが、近似的に半円状であるとみなすことができる。また、初期き裂の周辺にははっきりとしたサブクリティカルなき裂成長の痕跡はみとめられなかった。さらに、初期き裂の形状・寸法および破壊応力を後述の式 (1)～(5) に代入することによって求めた破壊靱性値 $K_{Ic} = 1.1\text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ は、真空中および高負荷速度のもとで破壊した破面で観察された初期き裂より同様にし

図 2 各条件下で破壊した試験片表面における初期き裂およびき裂の伝ば経路

て求めた $K_{Ic} = 1.07 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ とほぼ同一の値であったことより、初期き裂からほとんど安定成長することなく不安定破壊に至ったと考えることができる。

いま、図4のように引張軸に対して θ 傾いた表面き裂を考え、無限遠方より σ_a の引張応力および静水圧 p が加わるものとするならば、き裂面に働く垂直応力成分 σ_n とせん断応力成分 τ は次式のように表される。

$$\sigma_n = \sigma_a \sin^2 \theta - p \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\tau = \sigma_a \sin \theta \cos \theta \quad \dots\dots\dots (2)$$

したがって試験片の引張側表面のき裂端 A, B にはモード I とモード II の混合モードが生じることになり、それらの応力拡大係数はそれぞれ次式のように表される。

$$K_I = (\sqrt{1.2\pi}/\Phi) \sigma_n d^{1/2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$K_{II} = \{4/\pi^{1/2}(2-\nu)\} \tau d^{1/2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし

$$\Phi = \int_0^{\pi/2} \{\cos^2 \phi + (d/c)^2 \sin^2 \phi\}^{1/2} d\phi \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで c は円状き裂の長軸半径、 d は短軸半径であり、 ν はポアソン比である。なお K_{II} に関しては、これまでに半円状表面き裂に対して解析的に求めたものはないため、Petrovic⁽²⁾ が行ったように近似的に無限体中での円板状き裂に関する表示式を使用した。

図3 破面で観察された表面き裂

図4 引張軸に対して θ 傾いたき裂面をもった初期表面き裂の模式図

図5(a), (b)は測定したき裂形状・寸法および破壊応力を式(1)~(5)に代入することによって得られた破壊時の K_I および K_{II} の値の、傾き角 θ および静水圧 p による影響をそれぞれ示したものである。なお、き裂長さ $2c$ は、 $\theta = 90^\circ$ の場合は、図3に示すような破面で観察した表面き裂より、 $\theta = 60^\circ$ および 45° の場合は、図2に示すような破壊した試験片の引張側表面で観察した表面き裂より測定して求めた。また、き裂の深さ d に関しては、 $\theta = 90^\circ$ および 60° の場合は破面より測定を行うことができたが、 $\theta = 45^\circ$ の場合は図2(c), (d)からもわかるように、破面は初期き裂の一部しか含んでいないため、それによる測定は困難であった。そこで、き裂の形状がほぼ一定であるとみなして、 $\theta = 90^\circ$ において得られた d/c の平均値 0.71 を $\theta = 45^\circ$ の場合に適用して d を決定した。まず $p = 0$ のもとで、 θ が 90° から 45° に減少するにつれて K_I は

(a) K_I の場合

(b) K_{II} の場合

図5 測定した K_I および K_{II} のき裂面の傾き角 θ および静水圧 p による影響

1.1 MPa·m^{1/2} から 0.79 MPa·m^{1/2} へとしだいに減少するのに対して, K_{II} は逆に 0 MPa·m^{1/2} から 0.67 MPa·m^{1/2} へと, 増加する傾向がみられた. さらに, $\theta = 45^\circ$ の傾きをもつき裂に対して, 静水圧 p を加えることにより, K_I はさらに減少して 100 MPa 付近ではほとんど 0 MPa·m^{1/2} に近い値となるが, K_{II} は逆に増加し, 1.16 MPa·m^{1/2} に到達する. 以上のように, $\theta = 45^\circ$ のき裂に静水圧を加えることにより, せん断モードが支配的な領域での破壊における K_I と K_{II} の関係, およびせん断モードに関する破壊靱性値 K_{IIC} ($= 1.16 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$) を得ることができた. なお, 図 5 中のそれぞれのプロットは各条件下で得られた 6~8 本の試験片による実験値の平均を示す. $\theta = 90^\circ$ のき裂により得られたモード I に関する破壊靱性値 $K_{IC} = 1.1 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ は市販のソーダ石灰ガラスにしてはやや高いように思われる. これについては Hirao ら⁽⁶⁾が述べているように, 焼なましを行うことにより残留応力が除去されることに加えて, き裂先端の鈍化が生じたということが十分考えられる.

混合モード下でのき裂進展の条件として従来より理論的仮説として, (i) 最大応力説⁽⁷⁾, (ii) き裂がそのき裂面方向に伝ばすると仮定して求めた最大エネルギー解放率一定説⁽⁸⁾, (iii) き裂がそのき裂面方向からそれて伝ばすると仮定して求めた Hussain による最大エネルギー解放率一定説⁽⁵⁾, および (iv) ひずみエネルギー密度説⁽⁹⁾がよく知られているが, それらはそれぞれ次式のように表される.

$$(i) \quad K_{Ic} = \cos(\gamma/2) \{ K_{Ic} \cos^2(\gamma/2) - 3/2 K_{II} \sin \gamma \} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$(ii) \quad K_{Ic} = (K_I^2 + K_{II}^2)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$(iii) \quad K_{Ic} = \left(\frac{2}{3 + \cos^2 \gamma} \right) \left(\frac{1 - \gamma/\pi}{1 + \gamma/\pi} \right)^{7/2\pi} \times \{ (1 + 3 \cos^2 \gamma) K_I^2 + 8 \sin \gamma \cos \gamma K_I K_{II} + (9 - 5 \cos^2 \gamma) K_{II}^2 \}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$(iv) \quad K_{Ic} = \{ 8G/(\eta - 1) \}^{1/2} (a_{11} K_I^2 + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで

$$\begin{aligned} a_{11} &= (1/16G) \{ (1 + \cos \gamma)(\eta - \cos \gamma) \} \\ a_{12} &= (\sin \gamma / 16G) \{ 2 \cos \gamma - (\eta - 1) \} \\ a_{22} &= (1/16G) \{ (\eta + 1)(1 - \cos \gamma) \\ &\quad + (1 + \cos \gamma)(3 \cos \gamma - 1) \} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで γ は最初のき裂面とき裂の伝ば方向とのなす角である. また, G は横弾性係数, ν はポアソン比, η は平面ひずみ状態において $3-4\nu$ である.

図 6 および 7 は (i)~(iv) のそれぞれの理論的仮説

に基づいて得られたき裂の伝ば方向 γ と K_I/K_{II} との関係, および K_I/K_{Ic} と K_{II}/K_{Ic} との関係を求め, 実験値と比較したものである. 図 6 において横軸 $\tan^{-1}(K_I/K_{II})$ はき裂を有する平板の引張負荷試験における引張軸に対するき裂の角度に対応する. 試験片表面のき裂の外観から測定した γ はいずれの $\tan^{-1}(K_I/K_{II})$ においてもき裂が最初のき裂面の方向からそれて伝ばするとして求めたいかなる理論値よりも低下しており, Petrovic の実験結果⁽³⁾と同様な傾向を示している. 次に図 7 において, 実験値は K_I/K_{Ic} の値が 1 から小さくなるにつれて, いったん最大エネルギー解放率一定説 (き裂がそのき裂面の方向に伝ばすると仮定して求めた) による破壊曲線より内側に入るが, K_I/K_{Ic} が 0 に近いところでは, わずかにその外側に外れる傾向がみられた. これは Sih によるひずみエネルギー密度

図 6 混合モードによる破壊におけるき裂の伝ば方向と K_I/K_{II} との関係

図 7 混合モードによる破壊における K_I/K_{Ic} と K_{II}/K_{Ic} との関係

説⁽⁹⁾によってよく説明することができる。また図7に示すように約100 MPaの静水圧を加えることによってほとんど純モードIIの破壊を生じさせることができたが、その際得られた $K_{II}=1.16 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ を近似的にモードIIに関する臨界応力拡大係数 K_{IIC} とみなすならば $K_{IIC}/K_{IC}=1.06$ となった。この値はひずみエネルギー密度説に基づいて得られた $K_{IIC}/K_{IC}=1.03$ に比較的近い値であった。

4. 結 言

ソーダ石灰ガラス試験片の引張側表面に、ヌープ圧子を押し込むことにより異なった傾きの表面き裂を形成し、それらを100 MPaまでの静水圧下で四点曲げを加えることにより、広範囲のモードIとモードIIの組合せモード下でのき裂進展開始条件について、特にモードIIによるき裂進展が支配的な領域での挙動に注目して検討したところ以下の結論を得た。

(1) 引張軸に対して45°の傾きをもった人工き裂をそう入した試験片を、周囲より約100 MPaの静水圧を付加したままで四点曲げ負荷を加えることにより近似的に純モードIIの破壊を生じさせることができた。

(2) モードIIの負荷が加わるにつれて、き裂の伝ば方向は最初のき裂面の方向からそれる傾向がみられた。

(3) き裂の伝ば開始方向のもとのき裂面方向に対

する角度は、き裂がそのき裂面の方向からそれて伝ばすると仮定して求めた理論的仮説から予測される値よりも全体的に小さかった。

(4) 実験より得られた $K_{IIC}/K_{IC}=1.06$ は従来の理論的仮説のなかでひずみエネルギー密度説について計算した値1.03に最も近い値であった。

(5) 本材料の混合モード下での破壊は従来のクライテリオンの中ではひずみエネルギー密度説に最も良く従っていると考えることができる。

最後に本研究の実験において協力していただいた本学学生の丸尾豊志君、および山本晴由君の努力に心から感謝する。

文 献

- (1) Freimann, S. W., Gonzalez, A. C. and Mecholsky, J. J., *J. Am. Ceram. Soc.*, **62**-3,4(1979), 206.
- (2) Petrovic, J. J. and Mendiratta, M. G., *J. Am. Ceram. Soc.*, **59**-3, 4(1976), 163.
- (3) Petrovic, J. J., *J. Am. Ceram. Soc.*, **68**-6(1985), 348.
- (4) Perovic, J. J., *Fracture Mechanics of Ceramics*, **8** (1986), 127, Plenum.
- (5) Hussain, M. A., Pu, S. L. and Underwood, J., *ASTM STP.*, 560(1972), 2.
- (6) Hirao, K. and Tomozawa, M., *J. Am. Ceram. Soc.*, **70**-1 (1987), 43.
- (7) Erdogan, F. and Sih, G. C., *Trans ASME, J. Basic Eng.*, Ser. D, **85**(1963), 519.
- (8) 岡村, 線形破壊力学入門, (昭51), 59, 培風館.
- (9) Sih, G. C., *Int. J. Fract.*, **10**-3 (1974), 305.