引張荷重を受ける突合せ接着継手の三次元応力解析* (被着体が異種材料中実円柱の場合)

沢 俊 行^{*1}, 天 摩 勝 洋^{*2}
角 田 雄 市^{*3}, 石 川 浩 久^{*4}

Three-Dimensional Stress Analysis of Adhesive Butt Joints Subjected to Tensile Loads (Adhesion of Dissimilar Solid Cylinders)

Toshiyuki SAWA, Katsuhiko TEMMA,
Yuuichi TSUNODA, and Hirohisa ISHIKAWA

This paper deals with a three-dimensional stress analysis of adhesive butt joints subjected to tensile loads in order to contribute to the establishment of the fracture criteria of joints. Dissimilar adherents and an adhesive bond are replaced with finite solid cylinders in the analysis. Stress distributions in adhesive joints are analyzed strictly by the three-dimensional theory of elasticity. The effects of the stiffness of the adherents and the thickness of the adhesive bonds on the normal and shear stress distributions are shown by numerical computations. The stress singularity becomes large at the corners of the interface of which the stiffness of the adherent is large. It is shown that the fracture begins at this interface. The analytical result is also compared with the result obtained by an experiment concerning strain of the adherents. Both results are in fairly good agreement.

Key Words: Elasticity, Stress Analysis, Adhesion, Butt Joint, Tensile Load, Dissimilar Solid Cylinders

1. 結 言

最近, 接着剤の性能向上に伴い機械構造物に接着継手が用いられるようになってきたが, 継手の強度設計法の確立に必要な資料はまだ十分とはいえず, その蓄積と整備が望まれている⁽¹⁾。このための一つに接着継手内の応力分布をより正確に知ることが必要である。同種材料どうしの接着継手の応力分布に関する研究^{(2)~(13)}は最近になり, かなりなされているようになってきたが, 接着継手の利点の一つである異種材料どうしの接着継手に関してはいくつかの研究^{(14)~(16)}を除いてあまりなされていないようである。

そこで本研究では, 接着継手の基本的形態である異種材料どうしの中実円柱の突合せ接着継手に引張荷重が作用する場合の継手内の応力分布について厳密な解析方法を示し, 継手の強度設計に必要な基礎的資料を得ることを目的としている。理論的には被着体, 接

着層をそれぞれ有限円柱にモデル化し, 弾性三体問題として軸対称三次元弾性論を用いて解析を行う。本解析により被着体と接着層の縦弾性係数の比, ポアソン比の比, 外径, 接着層の厚さ, 引張荷重の荷重分布が接着層境界の応力分布に及ぼす影響を明らかにする。また被着体のひずみに関する実験を行い, 実験結果と解析結果の比較検討を行う。なお本研究の特別の場合である同種材料どうしの中実円柱の接着継手に関しては前報⁽¹³⁾で報告している。

2. 理 論 解 析

図1に異種材料どうしの中実円柱の突合せ接着継手に引張荷重が作用する場合を示す。このような接着継手内部の応力分布を解析するために, 被着体を有限円柱 [I] および [III] に, 接着層を有限円柱 [II] にモデル化する。円柱 [I], [II] および [III] における外径を $2a$, 高さをそれぞれ $2h_1, 2h_2, 2h_3$, 縦弾性係数を E_1, E_2, E_3 , ポアソン比を ν_1, ν_2, ν_3 とする。円柱 [I] の上端面および円柱 [III] の下端面にそれぞれ任意の荷重 $F(r), G(r)$ が $r \leq c (\leq a)$ の範囲に作用すると仮定する。この分布を零次のベッセル関数の級数に展開すると境界条件は次のようになる。なお u は r 方向変位, w は z 方向変位とし, 右肩の添字 I, II および III

* 昭和63年10月29日 山梨地方講演会において講演, 原稿受付 昭和62年12月1日。

*¹ 正員, 山梨大学工学部 (〒400 甲府市武田4-3-11)。

*² 正員, 木更津工業高等専門学校 (〒292 木更津市清見台東2-11-1)。

*³ 学生員, 山梨大学大学院。

*⁴ 准員, 三菱重工業(株) (〒100 東京都千代田区丸の内2-5-1)。

図 1 引張荷重を受ける接着継手

はそれぞれ円柱 [I], [II], [III] に関するものを表す。

(i) 有限円柱 [I] (被着体) において

$$\left. \begin{aligned} r=a &: \sigma_r^I = \tau_{rz}^I = 0 \\ z_1=h_1 &: \sigma_z^I = a_0 + \sum_{s=1}^{\infty} a_s J_0(\gamma_s r) \\ \tau_{rz}^I &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

(ii) 有限円柱 [II] (接着層) において

$$r=a: \sigma_r^{II} = \tau_{rz}^{II} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

(iii) 有限円柱 [III] (被着体) において

$$\left. \begin{aligned} r=a &: \sigma_r^{III} = \tau_{rz}^{III} = 0 \\ z_3=-h_3 &: \sigma_z^{III} = a'_0 + \sum_{s=1}^{\infty} a'_s J_0(\gamma_s r) \\ \tau_{rz}^{III} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

(iv) 有限円柱 [I], [II] の境界および [II], [III] の境界において

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_z^I)_{z_1=-h_1} &= (\sigma_z^{II})_{z_2=h_2} \\ (\tau_{rz}^I)_{z_1=-h_1} &= (\tau_{rz}^{II})_{z_2=h_2} \\ (u^I)_{z_1=-h_1} &= (u^{II})_{z_2=h_2} \\ (\partial w^I / \partial r)_{z_1=-h_1} &= (\partial w^{II} / \partial r)_{z_2=h_2} \\ (\sigma_z^{II})_{z_2=-h_2} &= (\sigma_z^{III})_{z_3=h_3} \\ (\tau_{rz}^{II})_{z_2=-h_2} &= (\tau_{rz}^{III})_{z_3=h_3} \\ (u^{II})_{z_2=-h_2} &= (u^{III})_{z_3=h_3} \\ (\partial w^{II} / \partial r)_{z_2=-h_2} &= (\partial w^{III} / \partial r)_{z_3=h_3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

なお,

$$a_0 = \frac{2}{a^2} \int_0^a F(r) r dr$$

$$a'_0 = \frac{2}{a^2} \int_0^a G(r) r dr (= a_0)$$

$$a_s = \frac{2}{a^2 J_0^2(\gamma_s a)} \int_0^a F(r) r J_0(\gamma_s r) dr$$

$$a'_s = \frac{2}{a^2 J_0^2(\gamma_s a)} \int_0^a G(r) r J_0(\gamma_s r) dr$$

$\gamma_s = \lambda_s / a$, λ_s は $J_1(\lambda_s) = 0$ を満たす s 番目の正根。

式(1)~(4)の境界条件をもつ有限円柱を解析するために Michell の応力関数 Φ を用いる。重調和関数の変数分離解の中から境界条件を考慮して円柱 [I], [II], [III] を解析するために Michell の応力関数をそれぞれ $\Phi^I = \Phi_1^I + \Phi_2^I + \Phi_3^I + \Phi_4^I$, $\Phi^{II} = \Phi_1^{II} + \Phi_2^{II} + \Phi_3^{II} + \Phi_4^{II}$, $\Phi^{III} = \Phi_1^{III} + \Phi_2^{III} + \Phi_3^{III} + \Phi_4^{III}$ と置く。これらの応力関数を式(5)に示す。ただし右肩添字 i は $i = I, II, III$ を表すものとする。式中の Φ_1, Φ_2, Φ_3 はすでに文献⁽¹⁵⁾で示されているものを利用し、 Φ_4 の中に解の収束を改善するために $\tilde{D}_s^i$ なる未定係数を置いた。また $\bar{A}_0^i, \bar{C}_0^i, \bar{A}_n^i, \bar{C}_n^i, \bar{A}_n^i, \bar{C}_n^i, \bar{A}_0^i, \bar{C}_0^i, \bar{A}_n^i, \bar{C}_n^i, \bar{A}_n^i, \bar{C}_n^i$, $\tilde{D}_s^i (i = I, II, III, n, s = 1, 2, 3, \dots)$ は境界条件により決定される未定係数である。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1^i &= \Phi_1(\bar{A}_0^i, \bar{C}_0^i, \bar{A}_n^i, \bar{C}_n^i, a, h_i, \beta_n^i, \gamma_s, \bar{A}_n^i, \bar{Q}_s^i, \nu_i, r, z_i) \\ \Phi_2^i &= \Phi_2(\bar{A}_0^i, \bar{C}_0^i, \bar{A}_n^i, \bar{C}_n^i, a, h_i, \beta_n^i, \gamma_s, \bar{A}_n^i, \bar{Q}_s^i, \nu_i, r, z_i) \\ \Phi_3^i &= \Phi_3(\bar{A}_0^i, \bar{C}_0^i, \bar{A}_n^i, \bar{C}_n^i, a, h_i, \beta_n^i, \gamma_s, \bar{A}_n^i, \bar{Q}_s^i, \nu_i, r, z_i) \\ \Phi_4^i &= \Phi_4(\bar{A}_0^i, \bar{C}_0^i, \bar{A}_n^i, \bar{C}_n^i, a, h_i, \beta_n^i, \gamma_s, \bar{A}_n^i, \bar{Q}_s^i, \nu_i, r, z_i) \\ &= - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{A}_n^i}{\beta_n^{i'3} \bar{A}_n^i} \{ [2(1-\nu_i) I_1(\beta_n^{i'} a) + \beta_n^{i'} a I_0(\beta_n^{i'} a)] I_0(\beta_n^{i'} r) - \beta_n^{i'} r I_1(\beta_n^{i'} a) I_1(\beta_n^{i'} r) \} \cos \beta_n^{i'} z_i \\ &\quad + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\bar{C}_s^i}{\gamma_s^3 \bar{Q}_s^i} \{ -[2\nu_i \operatorname{ch}(\gamma_s h_i) + \gamma_s h_i \operatorname{sh}(\gamma_s h_i)] \operatorname{ch}(\gamma_s z_i) + \gamma_s z_i \operatorname{sh}(\gamma_s h_i) \operatorname{sh}(\gamma_s z_i) \} J_0(\gamma_s r) \\ &\quad + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\tilde{D}_s^i}{\gamma_s^3 \bar{Q}_s^i} \{ [(1-2\nu_i) \operatorname{sh}(\gamma_s h_i) - \gamma_s h_i \operatorname{ch}(\gamma_s h_i)] \operatorname{ch}(\gamma_s z_i) + \gamma_s z_i \operatorname{sh}(\gamma_s h_i) \operatorname{sh}(\gamma_s z_i) \} J_0(\gamma_s r) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

$i = I, II, III$ ただし、 $\nu_I, \nu_{II}, \nu_{III}$ はそれぞれ ν_1, ν_2, ν_3 を表し、 z, h, E についても同様である。以下これに従うものとする。

なお

$$\beta_n^{III} = \beta_n(h_3), \beta_n^{III'} = \beta_n'(h_3), \tilde{Q}_s^I = \bar{Q}_s^I, \bar{Q}_s^{II} = \bar{Q}_s^{II} = \bar{Q}_s^I(\gamma_s h_2), \bar{Q}_s^{III} = \bar{Q}_s^{III} = \bar{Q}_s^I(\gamma_s h_3)$$

$$\bar{\mathcal{Q}}_s^{\text{III}} = \bar{\mathcal{Q}} = \mathcal{Q}'_s(\gamma_s h_3), \bar{\mathcal{A}}_n^{\text{I}} = \bar{\mathcal{A}}_n^{\text{I}} = \bar{\mathcal{A}}_n^{\text{I}}, \bar{\mathcal{A}}_n^{\text{II}} = \bar{\mathcal{A}}_n^{\text{II}} = \bar{\mathcal{A}}_n^{\text{II}} = \mathcal{A}_n(\beta_n^{\text{II}}, a, \nu_2), \bar{\mathcal{A}}_n^{\text{III}} = \mathcal{A}_n(\beta_n^{\text{III}}, a, \nu_3)$$

これらの応力関数を用いて各応力, 変位を, 計算し, これらの結果と境界条件式(1)~(4)と等置すると, 未定係数の間に次の関係式(6)および(7)が得られる. なお右肩添字 i, j, k は $i = \text{I, II, III}, j = \text{I, II}, k = \text{II, III}$ と変化したものを表す.

$$\left. \begin{aligned} & \bar{A}_0^i \nu_i + \bar{C}_0^i (2\nu_i - 1) = 0, \quad \bar{A}_0^i \nu_i + \bar{C}_0^i (2\nu_i - 1) + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \frac{(-1)^{n+1}}{\beta_n^{i'}} h_i + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{C}_s^i \frac{J_0(\gamma_s a)}{\gamma_s h_i} = 0 \\ & \bar{A}_0^i (1 - \nu_j) + \bar{C}_0^i 2(2 - \nu_j) = \bar{A}_0^k (1 - \nu_k) + \bar{C}_0^k 2(2 - \nu_k) = a_0, \quad \bar{A}_0^i (1 - \nu_i) + \bar{C}_0^i 2(2 - \nu_i) = 0 \\ & \bar{A}_n^i + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{C}_s^i \bar{Q}_{sn}^i = 0, \quad \bar{A}_n^i + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{C}_s^i \bar{Q}_{sn}^i = 0, \quad \bar{A}_n^i + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{C}_s^i \bar{Q}_{sn}^i + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{D}_s^i \bar{T}_{sn}^i = 0 \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \bar{S}_{nm}^i + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{C}_s^i \bar{T}_{sm}^i = 0, \quad \bar{C}_s^i - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \bar{R}_{ns}^i = 0, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \bar{R}_{ns}^i + \bar{C}_s^i + \bar{D}_s^i = 0, \quad - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^{\text{III}} \bar{R}_{ns}^{\text{III}} - \bar{C}_s^{\text{III}} + \bar{D}_s^{\text{III}} = 0 \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \bar{R}_{ns}^i + \bar{C}_s^i - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \bar{R}_{ns}^i + \bar{C}_s^i = b_s, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^{\text{III}} \bar{R}_{ns}^{\text{III}} + \bar{C}_s^{\text{III}} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^{\text{III}} \bar{R}_{ns}^{\text{III}} - \bar{C}_s^{\text{III}} = b'_s \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \bar{R}_{ns}^i + \bar{C}_s^i + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \bar{R}_{ns}^i - \bar{C}_s^i - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^k \bar{R}_{ns}^k - \bar{C}_s^k + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^k \bar{R}_{ns}^k - \bar{C}_s^k = 0 \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \bar{R}_{ns}^i - \bar{C}_s^i + \bar{D}_s^i - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^k \bar{R}_{ns}^k - \bar{C}_s^k - \bar{D}_s^k = 0 \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \bar{H}_{ns}^i - \bar{C}_s^i \bar{F}_s^i + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \bar{H}_{ns}^i + \bar{C}_s^i \bar{F}_s^i - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \bar{E}_{ns}^i - \sum_{m=1}^{\infty} \bar{C}_m^i \bar{D}_{ms}^i - \bar{C}_s^i \bar{V}_s^i + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \bar{H}_{ns}^i + \bar{C}_s^i \bar{F}_s^i + \bar{D}_s^i \bar{V}_s^i \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^k \bar{H}_{ns}^k + \bar{C}_s^k \bar{F}_s^k + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^k \bar{H}_{ns}^k + \bar{C}_s^k \bar{F}_s^k + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^k \bar{E}_{ns}^k + \sum_{m=1}^{\infty} \bar{C}_m^k \bar{D}_{ms}^k + \bar{C}_s^k \bar{V}_s^k \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^k \bar{H}_{ns}^k + \bar{C}_s^k \bar{F}_s^k + \bar{D}_s^k \bar{V}_s^k = \frac{1}{\gamma_s J_0(\gamma_s a)} \left(\frac{\bar{C}_0^i}{G_j} - \frac{\bar{C}_0^k}{G_k} \right) \\ & \bar{C}_s^i \bar{U}_s^i - \bar{C}_s^i \bar{U}_s^i - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^i \bar{P}_{ns}^i + \bar{C}_s^i \bar{W}_s^i - \bar{C}_s^i \bar{U}_s^i + \bar{D}_s^i \bar{W}_s^i \\ & + \bar{C}_s^k \bar{U}_s^k + \bar{C}_s^k \bar{U}_s^k - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^k \bar{P}_{ns}^k + \bar{C}_s^k \bar{W}_s^k + \bar{C}_s^k \bar{U}_s^k + \bar{D}_s^k \bar{W}_s^k = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここで, $\bar{Q}_{sn}^{\text{I}}, \bar{Q}_{sn}^{\text{II}} (= Q'_{sn}(h_1, \bar{\mathcal{Q}}_s^{\text{I}})), \bar{S}_{nm}^{\text{I}}, \bar{S}_{nm}^{\text{II}}, \bar{T}_{sm}^{\text{I}}, \bar{T}_{sm}^{\text{II}}, \bar{R}_{ns}^{\text{I}}, \bar{R}_{ns}^{\text{II}}, \bar{R}_{ns}^{\text{I}}, \bar{R}_{ns}^{\text{II}}, \bar{R}_{ns}^{\text{I}}, \bar{R}_{ns}^{\text{II}}, \bar{R}_{ns}^{\text{I}}, \bar{R}_{ns}^{\text{II}}$ は文献⁽¹³⁾と同様であるので省略する.

また

$$\begin{aligned} & \bar{Q}_{sn}^{\text{I}} = Q'_{sn}(h_1, \bar{\mathcal{Q}}_s^{\text{I}}), \quad \bar{T}_{sn}^{\text{I}} = T'_{sn}(h_1, \beta_n^{\text{I}}, \bar{\mathcal{Q}}_s^{\text{I}}) = \frac{2(-1)^n \gamma_s J_0(\gamma_s a)}{\bar{\mathcal{Q}}_s^{\text{I}}(\gamma_s^2 + \beta_n^{\text{I}2}) h_1} \left\{ \gamma_s h_1 - \frac{\gamma_s^2 + 3\beta_n^{\text{I}2}}{\gamma_s^2 + \beta_n^{\text{I}2}} \text{sh}(\gamma_s h_1) \text{ch}(\gamma_s h_1) \right\} \\ & \bar{Q}_{sn}^k = Q_{sn}(h_k, \bar{\mathcal{Q}}_s^k), \quad \bar{Q}_{sn}^k = Q'_{sn}(h_k, \bar{\mathcal{Q}}_s^k), \quad \bar{Q}_{sn}^k = Q'_{sn}(h_k, \bar{\mathcal{Q}}_s^k), \quad \bar{T}_{sn}^k = T'_{sn}(h_k, \beta_n^k, \bar{\mathcal{Q}}_s^k) \\ & \bar{R}_{ns}^k = R_{ns}(\beta_n^k, \bar{\mathcal{A}}_n^k), \\ & \bar{S}_{nm}^{\text{III}} = S_{nm}(\beta_n^{\text{III}}, \beta_m^{\text{III}}, \bar{\mathcal{Q}}_s^{\text{III}}), \quad \bar{T}_{sm}^{\text{III}} = T_{sm}(h_3, \beta_m^{\text{III}}, \bar{\mathcal{Q}}_s^{\text{III}}), \quad \bar{R}_{ns}^{\text{III}} = R_{ns}(\beta_n^{\text{III}}, \bar{\mathcal{A}}_n^{\text{III}}), \quad \bar{R}_{ns}^{\text{III}} = R_{ns}(\beta_n^{\text{III}}, \bar{\mathcal{A}}_n^{\text{III}}) \\ & \bar{R}_{ns}^{\text{III}} = R_{ns}(\beta_n^{\text{III}}, \bar{\mathcal{A}}_n^{\text{III}}), \quad \bar{H}_{ns}^i = H_{ns}(\beta_n^i, \bar{\mathcal{A}}_n^i, \nu_i, G_i) = \frac{2(-1)^{n+1} \gamma_s I_1^2(\beta_n^i a)}{G_i \bar{\mathcal{A}}_n^i \beta_n^i a J_0(\gamma_s a) (\gamma_s^2 + \beta_n^{i2})} \left(1 - \nu_i + \frac{\beta_n^{i2}}{\gamma_s^2 + \beta_n^{i2}} \right) \\ & \bar{H}_{ns}^i = H_{ns}(\beta_n^i, \bar{\mathcal{A}}_n^i, \nu_i, G_i), \quad \bar{H}_{ns}^i = H_{ns}(\beta_n^i, \bar{\mathcal{A}}_n^i, \nu_i, G_i) \\ & \bar{F}_s^i = F_s(h_i, \bar{\mathcal{Q}}_s^i, \nu_i, G_i) = \frac{1}{2 G_i \gamma_s \bar{\mathcal{Q}}_s^i} \{ (1 - 2\nu_i) \text{sh}(\gamma_s h_i) \text{ch}(\gamma_s h_i) - \gamma_s h_i \} \\ & \bar{F}_s^i = F_s(h_i, \bar{\mathcal{Q}}_s^i, \nu_i, G_i) = \frac{1}{2 G_i \gamma_s \bar{\mathcal{Q}}_s^i} \{ (1 - 2\nu_i) \text{sh}(\gamma_s h_i) \text{ch}(\gamma_s h_i) + \gamma_s h_i \}, \quad \bar{F}_s^i = F_s(h_i, \bar{\mathcal{Q}}_s^i, \nu_i, G_i) \\ & \bar{E}_{ns}^i = \frac{(-1)^{n+1} (1 - \nu_i)}{(1 + \nu_i) \gamma_s \beta_n^i h_i G_i J_0(\gamma_s a)}, \quad \bar{D}_{ms}^i = \frac{(1 - \nu_i) J_0(\gamma_s a)}{(1 + \nu_i) h_i \gamma_s \gamma_m G_i J_0(\gamma_s a)}, \quad \bar{G}_s^i = \frac{(1 - \nu_i) \text{ch}^2(\gamma_s h_i)}{\gamma_s \bar{\mathcal{Q}}_s^i G_i} \\ & \bar{G}_s^i = \frac{(1 - \nu_i) \text{sh}^2(\gamma_s h_i)}{\gamma_s \bar{\mathcal{Q}}_s^i G_i}, \quad \bar{U}_s^i = \frac{(1 - \nu_i) \text{sh}^2(\gamma_s h_i)}{\bar{\mathcal{Q}}_s^i G_i}, \quad \bar{U}_s^i = \frac{(1 - \nu_i) \text{ch}^2(\gamma_s h_i)}{\bar{\mathcal{Q}}_s^i G_i} \\ & \bar{P}_{ns}^i = P_{ns}(\beta_n^i, \bar{\mathcal{A}}_n^i, \nu_i, G_i) = \frac{2(-1)^n \gamma_s I_1^2(\beta_n^i a)}{G_i \bar{\mathcal{A}}_n^i a (\gamma_s^2 + \beta_n^{i2}) J_0(\gamma_s a)} \left(\nu_i - 1 + \frac{\beta_n^{i2}}{\gamma_s^2 + \beta_n^{i2}} \right), \quad \bar{P}_{ns}^i = P_{ns}(\beta_n^i, \bar{\mathcal{A}}_n^i, \nu_i, G_i) \\ & \bar{W}_s^i = \gamma_s \times F_s(h_i, \bar{\mathcal{Q}}_s^i, \nu_i, G_i), \quad \bar{W}_s^i = \gamma_s \times F_s(h_i, \bar{\mathcal{Q}}_s^i, \nu_i, G_i) \end{aligned}$$

数値計算においては級数の項数を N とし, 式(7)の $\bar{A}_n^{\text{I}}, \dots, \bar{A}_n^{\text{III}}, \bar{C}_s^{\text{I}}, \bar{D}_s^{\text{I}}$ に関する $27N$ 元の連立方程式を解

くことにより未定係数が決定され、式(6)より $\bar{A}_0^I, \bar{C}_0^I, \dots, \bar{A}_n^I, \bar{C}_n^I$ が決定される。決定された係数を用いることにより各応力、各変位が求められる。

3. 実験方法

図2に被着体のひずみ測定のための実験に用いた試験片の寸法を示す。試験片の材質は鋼(S45C)とアルミニウム(A1100)である。異種材料の試験片を常温硬化形エポキシ接着剤[住友スリーエム(株)製, Scotch-Weld 1838]で接着し、硬化した後、継手に引張荷重を作用させる。被着体の外周面のひずみを抵抗線ひずみゲージ(共和電業製, KFC-C1-11)により、また荷重はロードセルにより、それぞれ動ひずみ測定器を通してX-Yレコーダに同時に記録させる。

4. 解析結果および実験結果との比較

解析において特に特異性を考慮していないので、級数の項数を多くとる必要があり、一例として項数を75および70として計算した。各応力に関して、計算結果の誤差は、 $z=\pm h_2$, $r/a=0.99$ の点で約2%以下であったので実用上十分な精度であると考え、以下の解析において級数の項数を70として計算を行った。

図3は被着体と接着層の縦弾性係数の比 E_1/E_2 , E_3/E_2 が接着層境界 ($z_2=\pm h_2$) の応力分布に及ぼす影響を示す。 $E_1/E_2=6, 12, 60$ とし、これに対応して $E_3/E_2=2, 4, 20$ とした。被着体の上下端面 ($z_1=h_1$, $z_3=-h_3$) には $0 \leq r \leq a$ の範囲に P_1 の一様分布の引張荷重が作用するものとした。縦軸は接着層境界の平均応力 σ_{zm} に対する、応力 σ_z , σ_r , せん断力 τ_{zr} , 主応力 σ_1 , の比を取り、横軸は被着体および接着層の半径 a に対する中心からの距離 r の比を表す。 E_1/E_2 , E_3/E_2 が1に近づくにつれて各応力とも $r/a=1$ の付近を除いて、より

平均化する傾向を示している。ここでは、 $r/a=0.99$ の点までの値を示している。 $r/a=1$ の付近では応力の特異性も大きくなりさらに E_2 に対する比が大きい接着層境界面 (この場合 $z_2=h_2$) での応力が高くなるが、 $z_2=-h_2$ の面での応力の特異性は小さくなる。図4は図3の場合の主応力の分布を示している。 $r/a=0.99$ の点で主応力 σ_1 は $E_1/E_2=6$ の場合が1.40, $E_1/E_2=60$ の場合が1.55となり、 $E_1/E_2=60$ の場合のほう約1.1倍大きくなっている。これらのことより E_2 に対する比が大きい接着層境界面より破壊することが推測される。

図5は異種材料どうしの場合と同種材料どうしの場合の接着層境界での応力分布の比較を示す。条件は図3と同様である。 $z_2=h_2$ の $r/a=0.99$ 点での主応力 σ_1/σ_{zm} は異種材料の場合は1.55となり同種材料の場合の値は1.48となり異種材料の場合のほうが高くなり、 $z_2=-h_2$ の面では逆に同種材の場合の応力が高いことがわかる。すなわち異種材料どうしの接着は同種材料どうしの接着継手に比べて強度は低下することがわかる。

このほかに被着体と接着層のポアソン比の比、外径、接着層の厚さ、引張荷重の荷重分布が接着層境界の応力分布に及ぼす影響についても検討を行ったところ接着層 (z_2) に対する被着体 (v_1, v_3) の比、 v_1/v_2 と v_3/v_2 のうち大きいほうの境界面で特異性が大きくなり、 a/h_2 が大きくなるに従って、特異性が小さくなる傾向がわかった。また図3の継手の寸法に対して、 h_1/h_2 , h_3/h_2 を変えて計算を行ったところ、 h_1/h_2 , h_3/h_2 が10以上になると引張荷重分布 $F(r)$ および $G(r)$ が接着層境界の応力分布に及ぼす影響は殆どないことを確認した。

図6は被着体が鋼とアルミニウムを接着した継手の、ひずみに関する実験について解析結果との比較を示す。接着継手に2.9 kNの引張荷重が作用している場合の結果である。数値計算においては鋼の縦弾性係数を206 GPa、ポアソン比を0.30とし、アルミニウム、接着剤のそれらをそれぞれ68.6 GPa, 0.30, 3.60 GPa, 0.30、試験片の高さ $2h_1, 2h_3$ を15 mmとし、被着体の上下端面 ($z_1=7.5$ mm, $z_3=-7.5$ mm) に一様分布の引張荷重が作用するものとした。縦軸は $r=a$ における z 方向のひずみを、横軸は被着体中心からの z 軸方向の距離を表す。なお接着層厚さは実測値により 50×10^{-3} mmである。○印は被着体がアルミニウム側の実験値を、△印は鋼側の実験値を、実線は解析結果を表している。実験結果と解析結果はかなりよく一致している。さらにこの接着継手を数回破壊させ破断面

図2 試験片の寸法

図 3 縦弾性係数の比が接着層境界の応力分布に及ぼす影響

図 4 縦弾性係数の比が接着層境界の主応力分布に及ぼす影響

図 5 異種材料どうしの接着の場合と同種材料どうしの接着の場合との接着層境界での主応力分布の比較

図 6 実験結果と解析結果の比較

を観察したところ、被着体がアルミニウム側の接着面は接着剤が付着していたが、鋼側の接着面には殆ど付着していなかった。このことは鋼側の接着面より継手が破壊したことを示すものと考えられ、図 3 の解析結果と対応することがわかる。

5. 結 言

本研究は接着継手の体系的な強度設計法の確立に必要な基礎的資料を得ることを目的とし、接着継手の基本的一例である被着体が異種材料どうしの中実円柱の突合せ接着継手に引張荷重が作用する場合の接着層境界の応力分布に関して検討し次の結果が得られた。

(1) 異種材料どうしの中実円柱の突合せ接着継手の接着層境界の応力分布を被着体および接着層を有限

円柱にモデル化し、被着体の弾性を考慮した弾性三体問題として軸対称三次元弾性論により厳密に解析する方法を示した。

(2) (1)の方法を用いて接着層境界の応力分布を解析し、被着体と接着層の縦弾性係数の比、等の諸因子が接着層境界の応力分布に及ぼす影響を明らかにした。この結果、縦弾性係数の大きい被着体の境界面より継手が破壊する可能性の高いことを示した。

(3) 被着体のひずみに関する実験を行い、実験結果と解析結果とを比較したところ、両者はかなりよく一致することが示された。

文 献

- (1) 池上, 機論, 50-457, A (昭 59), 1557.
- (2) 鈴木, 機論, 50-449, A (昭 59), 67.
- (3) 辻・島田, 機論, 30-218 (昭 39), 1192.
- (4) Lubkin, J. L., *J. Appl. Mech.*, 24-2 (1975), 255.
- (5) Renton, W. J. and Vinson, J. R., *J. Appl. Mech.*, 44 (1977), 101.
- (6) Kaplevatsky, Y. and Raevsky, V., *J. Adhesion*, 6 (1976), 65.
- (7) 鈴木, 機論, 50-455, A (昭 59), 1341.
- (8) Wah, T., *Int. J. Mech. Sci.*, 18 (1976), 223.
- (9) 永弘・能野, 機論, 50-452, A (昭 59), 709.
- (10) 辻・島田, 機論, 29-203 (昭 38), 1132.
- (11) 沢・ほか 2 名, 機論, 52-476, A (昭 61), 919.
- (12) 沢・ほか 3 名, 機論, 52-483, A (昭 61), 2506.
- (13) 沢・ほか 3 名, 機論, 53-485, A (昭 62), 91.
- (14) 杉林・ほか 3 名, 機論, 52-476, A (昭 61), 1043.
- (15) 京極・ほか 2 名, 文献(14)の 1050 ページ.
- (16) 沢・ほか 3 名, 機論, 54-499, A (昭 63), 449.