二軸応力下の低サイクル疲労における
粒界形き裂の成長の解析*星出 敏彦^{*1}, 河端 享介^{*2}, 井上 達雄^{*1}Analysis of Intergranular Cracking in Low Cycle Fatigue
under Biaxial Stresses

Toshihiko HOSHIDE, Kyosuke KAWABATA, and Tatsuo INOUE

Cracking behavior in low cycle fatigue regime is affected by stress level and biaxiality, and also by material microstructure. More reasonable estimation for fatigue life requires an appropriate modeling of crack growth, including not only crack initiation and propagation, but also crack linking during the whole fatigue process. In the present study, the growth of fatigue cracks of the grain-boundary type under biaxial stresses was modeled to analyze cracking behavior and to evaluate fatigue life. In the modeling, deformed hexagonal elements with a double-slip system were employed as constituent grains in a polycrystalline material. An analytical procedure for crack growth was established as a competition between the coalescences among initiated and propagating cracks during a whole fatigue process and the propagation of a dominant crack as a single crack. The evaluation of fatigue life described by the size of the dominant crack was made based on the same procedure combined with a statistical analysis of the Monte Carlo type. Fatigue lives obtained for pure copper under several stress conditions were found to lie in the ranges of results simulated from fifty trials. Characteristics of intergranular cracking in the copper were very well-simulated using the present analytical procedure.

Key Words: Fatigue, Intergranular-Cracking Model, Biaxial Stresses, Low Cycle Fatigue, Computer Simulation, Crack Coalescence, Crack Initiation, Crack Propagation, Pure Copper

1. 緒 言

平滑材の低サイクル疲労過程における微小き裂の発生とその成長に関する研究は近年盛んに行われるようになり、さらに最近ではき裂の発生および伝ば挙動は応力状態(応力のレベルや多軸性)あるいは材料組織に依存することも報告されている⁽¹⁾。したがって、より精度が高くかつ汎用性のある疲労寿命の評価を行うにあたっては、上述のような影響因子を考慮したき裂の発生と伝ばに対する解析手法を確立しなければならない。特に低サイクル疲労領域では、発生したき裂の分布状態が、疲労過程の進行中に合体成長機構の介入によって、その間のき裂成長挙動に著しい影響を与える可能性がある。したがって、この場合にはき裂の発生と伝ばの両者を同時に考慮しうる統一的な解析手法が要求される。しかし、従来の大半の研究においてはき裂の発生あるいは伝ば挙動はそれぞれ別個の研究対象として検討されてきた。以上の問題を解決するため、応力状態および材料組織の影響を考慮したき裂の発生と伝ばのモデル化を行うことによって、き裂の成長形

態の把握ならびに寿命評価に対する解析手法⁽²⁾が最近提案されている。しかし、その解析では粒内き裂のみが対象とされているので、いくつかの材料で問題となる粒界形のき裂には単純に適用できない。

そこで、本研究では上述の粒内形き裂に対するモデル解析⁽²⁾における基本的な考え方をさらに発展させて、より複雑な粒界形き裂の成長のモデル化を行うとともに、寿命やき裂成長形態の解析手法を提案した。さらに、本モデルに統計的手法を併用することによって、応力の二軸性に依存する疲労寿命の分布特性についても検討した。最後に、粒界形のき裂が発生しその合体成長が顕著である純銅について、その実験結果と本モデルを用いて得られた解析結果とを比較することによって、実験的に本モデルの適用性を検証した。

2. 解 析 モ デ ル

2.1 多結晶材料のモデル化 著者らの一人⁽²⁾によって提案されている粒内形き裂を対象とした解析では、材料を構成する結晶粒は長方形で近似されている。しかし、長方形を基本要素として用いたモデルで粒界形き裂を取扱う場合には、そのき裂の方位が垂直または水平方向に限定されてしまうので、現実のき裂分布状態を十分に表示しえないと考えられる。そこで、

* 昭和63年10月19日 第66期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和63年2月24日。

^{*1} 正員、京都大学工学部(〒606 京都市左京区吉田本町)。

^{*2} 京都大学大学院。

本解析では多結晶材料を構成する基本要素として、図1のような長方形よりも幾何学的に自由度の多い正六角形を採用した。さらに、その基本要素を構成する節点を後述の条件のもとで移動させて、その要素形状を変形することによって材料組織の二次元モデル化を行った。ここで、図1に示すように直角座標系 x, y を y 軸が試験片軸方向に一致するように導入する。また各節点に対して順次番号を与えて、それぞれを識別する。なお、節点移動に関しては便宜上複素平面において議論する。すなわち、例えば図2(a)に示すように変形前の k 番めの要素における節点 i の位置を複素ベクトル Z_i として

$$Z_i = x_i + iy_i \quad \dots\dots\dots (1)$$

のように表示する。節点の移動にあたっては、まず図2(a)に示すような Z_i を原点とする極座標系 r, θ を定義する。この r, θ に対して計算機上で発生させた一連の乱数 r_i, θ_i を対応させて、要素変形後の位置ベクトル z_i を次のように与える。

$$z_i = Z_i + r_i \exp(i\theta) \quad \dots\dots\dots (2)$$

なお、 r_i, θ_i はそれぞれ次の条件を満足する。

$$0 \leq r_i \leq \xi D \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$|\theta_i| \leq \pi \quad \dots\dots\dots (4)$$

上式で、 D は基本正六角形の一辺の長さであり、 ξ は材料に依存したある特定の値として設定する。つまり、この条件は節点の移動前の位置を中心とする最大半径 ξD の円内で節点の移動を行うことを意味する。ただし、実際に観察される結晶の形状はほとんど凸状であった。そこで、以上のような要素の変形によって得られた六角形の最終形状が凹形とならないように、乱数発生過程で r_i と θ_i に対する乱数の選択に制約条件を設けた。なお、本解析では r_i と θ_i は独立な確率変数として取扱う。以上の手法に基づいて、図1に示す基本要素の正六角形を変形させた場合の組織モデル化の

図1 正六角形モデル

例を図3に示す。

2.2 すべり系のモデル 上記の手法によってモデル化された各結晶におけるすべり変形は、主すべりとそれに共役なすべりを考える二重主-共役すべり系⁽³⁾の作動によるものとする。図2(b)に示すように k 番めの要素において、二つのすべり面のうち一つに対しては x 軸に対する角度 ψ_k を一様乱数によって与える。もう一つのすべり面の角度は、すでに規定されたすべり面の角度に対して材料定数としての角度 ψ_0 を加えることによって決定する。例えば fcc 金属では $\psi_0 = 60^\circ$ となる⁽³⁾。上記の仮想的な二つのすべり面はいずれも各要素の図心を通るように設定する。

また、試料が受ける負荷応力としては図1に示すように σ_x, σ_y と τ_{xy} で与え、二軸応力状態を想定する。このとき結晶粒間の相互干渉はなく、個々の結晶粒では負荷応力と同じ応力が生じると仮定する。この場合、例えば x 軸と角度 ψ をなすすべり面での分解せん断応力 $\tau(\psi)$ は、次のように計算される。

$$\tau(\psi) = (1/2)(\sigma_y - \sigma_x)\sin(2\psi) + \tau_{xy}\cos(2\psi) \quad \dots\dots\dots (5)$$

図2 基本要素における節点移動とすべり面

図3 多結晶材料の組織のモデル化

2・3 き裂成長の競合モデル き裂の成長解析においては、発生したき裂の合体と単一き裂としての伝ば（その伝ば過程で他のき裂との合体も含む）の競合によって、き裂の成長形態が決定されるというモデル⁽²⁾を採用する。すなわち、上記の二つのき裂成長モードによって規定されるき裂成長のうち、速いほうのモードで疲労き裂の成長形態が決まるものとする。以下に、各き裂成長モードの解析法について述べる。

2・3・1 き裂の発生と合体の解析 本解析では、粒界き裂の発生寿命を Tanaka-Mura の転位蓄積モデル⁽⁴⁾に基づいて評価する。すなわち、このモデルによると、例えば x 軸に対する角度 ψ をもつすべり面と交わる粒界に蓄積した転位が繰返し数とともに増加して、 ψ に依存したある繰返し数 $N_i(\psi)$ を経過した後には累積転位群による蓄積ひずみエネルギーが破壊エネルギーを越えたとき、粒界にき裂が発生するとしている。なお、現象的には粒内のすべり変形が粒界での変形の不整合を生じさせるため、粒界近傍にき裂が発生するものと解釈する⁽⁵⁾。この場合き裂発生寿命 $N_i(\psi)$ は

$$N_i(\psi) = \{8GW_c/\pi(1-\nu)\} / \{d(\psi)[\Delta\tau(\psi) - 2\tau_c]^2\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

で与えられる⁽⁴⁾。ここで G は横弾性係数、 ν はポアソン比、 W_c は単位面積当たりの破壊エネルギー、 τ_c は臨界せん断応力、 $\Delta\tau(\psi)$ は荷重繰返しに伴う分解せん断応力の変化幅である。なお、上式においてすべり帯長さに相当する $d(\psi)$ はすべり面の傾斜角 ψ と結晶粒の形状に依存することになる。このモデルを用いて、例えばある繰返し数 N^* でのき裂発生状態は、式(6)を介して $N^* \geq N_i(\psi)$ を満たす ψ と結晶形状のすべての組合せ（陰に $d(\psi)$ と $\Delta\tau(\psi)$ の組合せが含まれる）に対応するすべり面と交わる粒界に沿って発生したき裂の分布として把握することができる。

以上のようにして発生したき裂は疲労過程の進行に伴ってそれらの間で合体を生じると考えられる。そこで、このような解析に基づいてき裂の分布状態を与えられた場合のき裂合体条件として、ある繰返し数で個々に発生した近接き裂の両者のき裂先端距離 δ がある限界値 δ_c 以下である場合にのみ合体するという仮定を設定する。このような合体基準を考慮して、新たにき裂が発生した繰返し数毎に合体の判別を行うことによって、繰返し数に対する合体によるき裂成長挙動を定量的に記述できる。

2・3・2 き裂伝ばの評価 もう一つのき裂成長モードは単一き裂としての伝ば速度がいわゆる破壊力学パラメータ（以下 FMP と略称する）の関数として評価

しうるものである。弾塑性領域での混合モード下の微小き裂の解析には、例えば等価ひずみ拡大係数⁽⁶⁾や J 積分範囲⁽⁷⁾などのパラメータが適用されている。実験的にはこれらの FMP でき裂伝ば速度 da/dN を整理すると、次のようなべき乗関係

$$da/dN = C(FMP)^m \quad \dots\dots\dots (7)$$

で表されることが知られている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。この式をある繰返し数 N の時点でのき裂半長 a から $a + \Delta a$ まで積分することによって、 Δa のき裂増分に要する繰返し数 ΔN が次式のように与えられる。

$$\Delta N = \int_a^{a+\Delta a} \{C(FMP)^m\}^{-1} da \quad \dots\dots\dots (8)$$

また式(7)は、繰返し数 k でのき裂半長が a_k のとき、次の荷重の1サイクルに対するき裂増分 Δa_k が

$$\Delta a_k = C\{FMP(a_k)\}^m \quad \dots\dots\dots (9)$$

のように与えられることを意味する。ここで $FMP(a_k)$ は適用した破壊力学量のき裂半長 a_k に対する値である。したがって、繰返し数の増分 ΔN に対するき裂進展量 Δa は次式で与えられる。

$$\Delta a = \sum_{k=N}^{N+\Delta N} C\{FMP(a_k)\}^m \quad \dots\dots\dots (10)$$

2・3・3 き裂伝ば過程における合体の解析 次に、前報⁽⁸⁾のようにき裂伝ば過程におけるき裂の合体も考慮するが、特に本解析では応力の二軸性に依拠して対象とするき裂の進展方向が変化することを考慮した解析を行う。その解析にあたっては、既に定義した試験片軸方向と y 軸方向が一致する x - y 座標系を図4に示すようにき裂の進展方向に回転させて、回転後の座標系を x' - y' 座標とする。ただし、一般にき裂の進展方向は応力状態および材料によって異なる⁽¹¹⁾ので、実際の解析ではそれらの影響を考慮する。

さて、上述の x' - y' 座標において、例えば図4に示すようにある繰返し数 N_i での最大き裂の先端座標を (x'_{L1}, y'_{L1}) , (x'_{L2}, y'_{L2}) とし、その最大き裂と x' 座標の差が最小である近接き裂の先端座標を (x'_{S1}, y'_{S1}) , (x'_{S2}, y'_{S2}) と表す。ただし、 $x'_{L1} < x'_{L2}$, $x'_{S1} < x'_{S2}$ とする。本解析で取扱うようなき裂は合体により屈折したり、傾斜角が異なったりするが、ここでは最大き裂の全長 $2a_L$ および近接き裂の全長 $2a_S$ をそれぞれ

$$2a_L = x'_{L2} - x'_{L1} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$2a_S = x'_{S2} - x'_{S1} \quad \dots\dots\dots (12)$$

で与える。すなわち x' 軸への投影長として定義する。また最大き裂と近接き裂との距離 δ は、例えば図4に示したように $x'_{L1} > x'_{S2}$ の場合

$$\delta = x'_{L1} - x'_{S2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

として、逆に $x'_{S1} > x'_{L2}$ の場合

$$\delta = x'_{s1} - x'_{L2} \quad \dots\dots\dots (14)$$

で定義する。以上の定義のもとで、式(8)において a に a_L を、 $a + \Delta a$ に $a_L + \delta$ を代入し、まず最大き裂と近接き裂の先端の x' 座標が一致するまでの繰返し数 ΔN を求める。他方、式(6)で計算されるき裂発生寿命 N_i のうち $N_i > N_t$ を満たす最小の N_i を $N_{i \min}$ として、 $N_t + \Delta N$ と比較して以下の場合分けを行う。

まず、 $N_{i \min} < N_t + \Delta N$ であれば、最大き裂と近接き裂の先端の x' 座標が一致する前に、新しいき裂が発生することを意味する。なお、もしこの新しいき裂が最大き裂に最も近接するように発生した場合、次の計算段階ではそれを上記のような近接き裂とみなして解析することになる。いずれにしても、このような場合には合体は生じないものとしてき裂の伝ばのみを評価する。このとき、新しいき裂が発生するまでの最大き裂の進展量 Δa_L は、式(10)において N を N_t 、 $N + \Delta N$ を $N_{i \min}$ と置くことによって

$$\Delta a_L = \sum_{k=N_t}^{N_{i \min}} C \{ FMP(a_k) \}^m \quad \dots\dots\dots (15)$$

を用いて計算できる。これを用いて、次の計算段階での繰返し数 N_t^* および最大き裂の半長 a_L^* をそれぞれ

$$N_t^* = N_{i \min} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$a_L^* = a_L + \Delta a_L \quad \dots\dots\dots (17)$$

で置き換えることによって、さらに計算を続行する。

一方、 $N_{i \min} > N_t + \Delta N$ であれば、最大き裂と近接き裂の先端の x' 座標が一致する前に新しいき裂が発生しないことを意味する。この場合には最大き裂の伝ばにより近接き裂と合体することが考えられる。それらの合体については前報⁽⁸⁾のような条件に基づいて判定する。すなわち、対象とする二つのき裂間の y' 方向の距離を図4に示すように $\Delta y'$ と定義して

$$\Delta y' \leq \zeta D \quad \dots\dots\dots (18)$$

図4 き裂合体における座標系の定義

が満足されれば、両者の合体が生じるものと仮定する。ただし ζ はある定数とする。上式によってき裂が合体するか否かの判断をしたのち、合体する場合には次の計算段階での最大き裂の半長の初期値 a_L^* としては、

$$a_L^* = a_L + a_s + \delta \quad \dots\dots\dots (19)$$

と置き、一方合体しない場合には、

$$a_L^* = a_L + \delta \quad \dots\dots\dots (20)$$

とする。なお、次の解析段階での初期値としての繰返し数 N_t^* は次式のように与える。

$$N_t^* = N_t + \Delta N \quad \dots\dots\dots (21)$$

以上の解析においては、前報⁽⁸⁾でも議論したようにき裂の合体直前直後の加速・減速効果は相殺されるものとする。また、本解析では計算の煩雑さを避けるため、式(7)を用いるき裂伝ばの解析については各繰返し数における最大き裂のみをその対象とする。

図5には2・1節から本節まで述べてきた解析手順をまとめて示した。このような解析によって、き裂伝ば過程での新しいき裂の発生およびき裂の合体を考慮して、ある与えられたき裂長さに到達するまでの繰返し数、つまりき裂長さで定義される疲労寿命を計算したり、あるいはき裂成長形態を調べることができる。

2・4 統計的解析 平滑材におけるき裂の発生お

図5 解析手順

よび伝ば挙動は材料の微視組織の影響を受けるため、一般に疲労寿命はある確率特性を有すると考えられる。したがって、その評価にあたっては統計的取扱が必要となる。そこで、本解析では前述の基本モデルを用いてモンテカルロ法によるシミュレーションを行い、疲労寿命の分布特性について検討する。この場合、前述のモデルにおいて独立な確率変数として扱った結晶粒の形状に関する r_i , θ_i およびすべり面の方位分布を与える ψ_k に対して、 M 通りの異なる一様乱数の組を対応させる。このような各組合せについて図5の解析を M 通り行うことによって M 通りの疲労寿命を評価する。これによって、 M 本の試験片に対する疲労寿命の分布特性をシミュレートできる。なお、き裂伝ば則式(7)の C , m も一般に確率変数として取扱う必要があるが、本解析ではそれらを定数として計算する。

3. シミュレーション解析および考察

3・1 解析対象 本解析モデルは粒界形の疲労き裂が観察される金属材料に対して適用しようと考えられるが、ここでは既報⁽⁹⁾で粒界形の疲労き裂が認められている純度 99.98% の純銅を対象とする。実験は、薄肉円筒試験片を用いた引張圧縮-ねじり組合せ疲労試験で、変位制御にて行った。また軸ひずみ範囲 $\Delta\epsilon$ とせん断ひずみ範囲 $\Delta\gamma$ を用いて定義したひずみ比 $\lambda(=\Delta\gamma/\Delta\epsilon)$ として、0 (引張圧縮), 1, 2, 4, ∞ (ねじり) の5種類について検討した。また種々の応力条件での疲労寿命 N_f を Tresca 形の相当ひずみ範囲 $\Delta\bar{\epsilon}=(\Delta\epsilon^2+\Delta\gamma^2/4)^{1/2}$ で整理した場合、同じ $\Delta\bar{\epsilon}$ で比較するとひずみ比が大きくなるほど N_f は長寿命側に移行する傾向が認められている。

3・2 パラメータの決定 本節では、本モデルに基づいたシミュレーション解析に必要なパラメータについて述べる。まず、実際に観察される結晶粒径のばらつきを考慮して、基本正六角形の一边の長さは $D=68\mu\text{m}$ とし、その形状を変化させる程度を表す式(3)の ξ は 1.25 とした。解析対象領域は $2.5\times 3\text{mm}^2$ とし、このときの全要素数は 625 個である。

さて、き裂発生寿命の評価に必要なパラメータのうち、横弾性係数 G 、ポアソン比 ν はそれぞれ 43GPa, 0.37 である。破壊エネルギー W_c については、塑性変形の影響によって一般に表面自由エネルギーに比較してその比率が $10^3\sim 10^4$ 程度大きくなることが指摘されている⁽⁴⁾。その比率の見積もりは、材料の塑性変形の程度を考慮した著者らの一人による手法⁽¹⁰⁾に基づいて次のように行った。すなわち、単位面積当たりの

破壊エネルギー W_c と表面自由エネルギー Γ_s との比 W_c/Γ_s は、破断までに要した全仕事エネルギー W_f と降伏以前の弾性エネルギー W_e との比 W_f/W_e と同程度であるとして近似的に評価する。この考え方は、例えばセラミックスのような脆性材料では W_f と W_e はほとんど一致して塑性変形の影響が小さく、一方延性材料では塑性変形の効果が著しく大きくなることに対応づけられる。なお、本解析では粒界き裂を対象としているため、 Γ_s の代わりに粒界自由エネルギー Γ_c を用いて W_c を評価する。ここで、材料の応力-ひずみ関係を Ramberg-Osgood 形の式で近似して、供試材の各材料定数を用いて W_f/W_e を計算すると 1.54×10^4 となる。そこで、今回解析する純銅に対しては塑性変形の影響の程度として 10^4 を想定する。銅の粒界エネルギー $\Gamma_c=0.625\text{J/m}^2$ ⁽¹¹⁾ を用いて、 $W_c=6.25\times 10^3\text{J/m}^2$ と設定した。また臨界せん断応力 τ_c については、せん断応力範囲 $\Delta\tau=116\text{MPa}$ のねじり疲労試験で最初の粒界き裂が発生した繰返し数 ($N_i=1070$) とそのとき観察されたすべり帯長さ ($d=250\mu\text{m}$) を式(6)に代入して、 $\tau_c=26\text{MPa}$ を得た。

次に、き裂伝ばの評価式(7)におけるパラメータについて述べる。本解析で対象とする純銅における二軸応力下での表面き裂の伝ばについては、二軸応力下での貫通大き裂がモード II 成分がほぼ零になる方向に進展する⁽¹²⁾ことから判断して、主応力方向に垂直に進展するとして解析する。また、式(7)における FMP としては J 積分範囲 ΔJ を適用し、単軸応力下での表面き裂に対する ΔJ の評価式⁽¹³⁾をそのまま流用する。なお、本供試材に対する具体的な材料定数を用いた評価法は前報⁽⁹⁾に記載しているのでここでは省略する。ただし、 ΔJ 評価に適用する $\Delta\sigma$ と $\Delta\epsilon^p$ の値としては、前述のき裂進展方向を考慮して各ひずみ比での主応力方向の値として実験結果から求めた。また、き裂伝ば則式(7)の定数としては、疲労き裂伝ば試験で得られた $C=4.18\times 10^{-13}$, $m=1.69$ (da/dN を m/cycle , ΔJ を N/m で表示した場合)を用いた。

最後に、合体条件としては、き裂発生過程では $\delta_c=0.85D$ とし、き裂伝ば過程では $\xi=3.5$ に設定した。

3・3 疲労寿命の分布特性 本節では、解析対象領域の多結晶モデル化に必要な一連の乱数を 50 組用意して、2章で述べたき裂成長に対する競合モデルを用いてモンテカルロ法によるシミュレーションを行った。図6は、解析によって得られた疲労寿命分布の例を $\lambda=0, 2, \infty$ の場合についてワイブル確率紙に示したものである。図中に示した疲労寿命 $N_f(1\text{mm})$, $N_f(2\text{mm})$ は、それぞれ最大き裂の全長が 1mm および 2

mm になるまでの繰返し数として定義したものである。図には、既報⁽⁹⁾の実験で各ひずみ比 λ に対して用いた相当ひずみ範囲 $\Delta\bar{\epsilon}$ のうち、その最大値 $\Delta\bar{\epsilon}(\max)$ および最小値 $\Delta\bar{\epsilon}(\min)$ に対する寿命分布の結果も同時に示している。図中のプロット点は解析結果であり、実線は寿命の解析値 N_f とその累積確率 $F_N(N_f)$ を

$$F_N(N_f) = 1 - \exp[-\{N_f - N_L\}/N_S]^S] \cdots \cdots (22)$$

で表される3母数ワイブル分布関数で近似した場合の関係を表す。上式の N_S , N_L , S はそれぞれ尺度母数, 位置母数, 形状母数である。図よりわかるように、各 λ での $\Delta\bar{\epsilon}(\max)$, $\Delta\bar{\epsilon}(\min)$ に対する寿命分布は、いずれも3母数ワイブル分布関数で近似できる。図6に示したような寿命のばらつきは、前報⁽⁹⁾でも指摘したようにき裂の分布状態に依存していると考えられる。すなわち、最小寿命付近のデータについては、最大き裂の周辺にき裂が集中して分布しており、その結果最大き裂と他のき裂との合体が頻繁に生じるため、寿命が低下したものと解釈される。一方、最大寿命付近のデータは、最大き裂の周辺でのき裂分布密度が比較的低いため、最大き裂と他のき裂との合体頻度が低下することにより長寿命になる傾向を示したと考えられる。なお、図中の破線で表される直線は、 $N_f(1\text{ mm})$ あるいは $N_f(2\text{ mm})$ と $F_N(N_f)$ との関係を2母数ワイブル分布関数($N_L=0$ の場合)で近似したものである。この関係において各 λ での $\Delta\bar{\epsilon}(\max)$, $\Delta\bar{\epsilon}(\min)$ の形状母数 S を比較すると、いずれの λ についても、 $\Delta\bar{\epsilon}(\min)$ の場合の S は $\Delta\bar{\epsilon}(\max)$ の場合の S より小さくなることがわかった。つまり、ひずみ範囲が小さいほど寿命のばらつきが相対的に大きいことを示している。この傾向については次のように考えられる。すなわち、低いひずみレベルでは高いひずみレベルに比べてき裂密度が低く、微小き裂が最大き裂の周辺に集中的に分布している場合とそうでない場合とで、その後のき裂成長については寿命に著しい差異が現れる。一方、高いひずみレベルではき裂密度が高く比較的一様にき裂が分布しやすいため、合体による成長における相違が比較的小さいものと考えられる。

次に、各 λ において $\Delta\bar{\epsilon}$ を一定(0.5%)とした場合の、 λ による疲労寿命の分布特性の相違について検討する。図7に $N_f(1\text{ mm})$ に対する解析結果を示した。なお、前述のように本解析結果は3母数ワイブル分布関数で十分表示できるので、図には3母数ワイブル分布関数で近似したものを実線で示している。図から、寿命のばらつきを考慮しても λ が大きくなるほど長寿命になることがわかる。同様に $N_f(2\text{ mm})$ の場合にも

その傾向が認められ、3・1節で述べた実験結果と定性的に対応している。また、解析結果を2母数ワイブル分布で近似した場合の $N_f(1\text{ mm})$, $N_f(2\text{ mm})$ に対する各 λ での形状母数 S を比較したが、この場合には前

図6 疲労寿命の分布特性

図7 疲労寿命分布に対するひずみ比の影響

述のひずみレベルの相違による変化のような定性的な傾向は認められなかった。ただし、 $N_f(1\text{ mm})$, $N_f(2\text{ mm})$ いずれの場合においても $\lambda=\infty$ における S が最も小さくなった。

3・4 実験結果との比較 疲労寿命 $N_f(1\text{ mm})$ の実験結果と解析結果を比較したものを図8に示す。この比較は各ひずみ比での $\Delta\bar{\epsilon}(\max)$ と $\Delta\bar{\epsilon}(\min)$ の場合について行っている。図中、○印は実験値を表し、実線は解析で得られた寿命の範囲を示している。なお図の縦軸の値は、前節で50回の試行によるシミュレーション解析で得られた寿命の平均値 $\bar{N}_f$ によって疲労寿命を無次元化したものを表している。解析結果は軸側のひずみが大きくなるほど危険側の評価を与えるようであるが、予想される実験結果のばらつきを考慮すれば全体的に良好な推定が得られているといえる。同様な傾向は $N_f(2\text{ mm})$ の場合についても認められた。

次に、図9に本モデル解析に基づいてシミュレートしたき裂分布状態の例を $\lambda=0, 2, \infty$ の場合について示す。図は、各ひずみ比の $\Delta\bar{\epsilon}(\max)$ に対する試行で得られた寿命がほぼ $\bar{N}_f$ に等しい場合について最大き裂長さが2mmになった時点の結果を表している。なお、図の縦方向が試験片軸方向に対応し、また図中の太い実線は最大き裂の形態を表す。解析結果は、き裂が蛇行しながら伝ばするという粒界形成の進展の特徴および応力の二軸性による相違⁽⁵⁾⁽⁹⁾を良く表しているといえる。

4. 結 言

本研究では、二軸応力下での粒界形成の疲労き裂の発生と伝ばのモデル化を行い、以下の解析手法に従って寿命評価およびき裂成長形態の推測を試みた。

まず、多結晶材のモデル化にあたっては、正六角形

図8 実験結果と解析結果との比較

を基本要素として採用してその各節点がある条件のもとで移動することにより、解析対象とする特定領域を不定形六角形要素で構成した。このような各要素内に二つのすべり面を設定した。以上のモデル化は一様乱数を適用することによって行った。このようにモデル化された多結晶材に対して、粒界に沿って発生したき裂の合体による成長と個々のき裂の伝ばとの競合によってき裂の成長形態が決定されるという解析モデルを構築した。さらにこの解析モデルとモンテカルロ法を組合せることにより、統計的解析を実行できるプログラムを開発した。

以上のような解析手法を粒界形成が顕著に観察された純銅の場合に対して適用し、実験結果との対応を検討した。その結果、本モデルを用いて種々の二軸応力状態での疲労寿命をほぼ推定できるとともに、粒界形成のき裂の特徴的な成長形態も説明しうることが判明

図9 き裂分布のシミュレーション結果

し、本研究で提案した解析モデルの有効性が示された。

なお本研究については文部省科学研究費補助金（一般研究 B: No. 62460075）の援助を得たことを記して謝意を表す。また本解析での計算には京都大学大型計算機センターの FACOM-M780 を用いたことを付記する。

文 献

- (1) 例えば, Bannantine, J. A. and Socie, D.F., *ASTM STP*, 掲載予定.
- (2) Hoshide, T. and Socie, D.F., *Eng. Fract. Mech.*, **29** (1988), 287; 星出, 日本材料学会第 188 回疲労部門委員会研究討論会資料, (昭 62), 23.
- (3) Asaro, R.J., *Adv. Appl. Mech.*, **23**(1983), 1.
- (4) Tanaka, K. and Mura, T., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **48**(1981), 97.
- (5) 木村・横田・星出・井上, 機論, **54**-501, A (昭 63), 957.
- (6) Socie, D.F., Hua, C.T. and Worthem, D.M., *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, **10**(1987), 1.
- (7) Hoshide, T. and Socie, D.F., *Eng. Fract. Mech.*, **26** (1987), 841.
- (8) 星出・宮原・佐藤・井上, 機論, **52**-474, A (昭 61), 406.
- (9) Inoue, T., Hoshide, T., Yoshikawa, T. and Kimura, Y., *Proc. ICM 5*, (1987), 651.
- (10) Hoshide, T. and Socie, D.F., *Eng. Fract. Mech.*, 投稿中.
- (11) Murr, L.E., *Interfacial Phenomena in Metals and Alloys*, (1975), 131, Addison-Wesley Publ. Co.
- (12) 星出・河端・山川・井上, 材料, 掲載予定.
- (13) 山田・星出・藤村・真鍋, 機論, **49**-440, A (昭 58), 441.

討 論

〔質問〕 原田 昭 治〔九州工業大学〕

複雑な疲労破壊過程を示す二軸応力下低サイクル疲労をシミュレーション解析され, 有用な寿命予測評価モデルを構築されたことに敬意を表す。以下の諸点についてご教示願いたい。

(1) 合体条件 [$\delta_c = 0.85D$ (き裂発生), $\xi = 3.5$ (伝ば)] の根拠についてご教示願いたい。

(2) 低サイクル疲労では主き裂が形成されるまでは個々の分布き裂は繰返しとともに成長し, かつ発生密度も大きくなり, 一度主き裂が形成されると被害が主き裂近傍に局所化し, 他の分布き裂の成長が鈍るのが疲労過程の一般的特徴ではないかと考えている。貴モデルで実現されている疲労機構と既述の疲労機構の関係についてご教示願いたい。

(3) (2)と関連して, 結晶粒オーダの寸法の分布き裂が発生, 成長および合体する過程では, 図 9 の分布き裂形態より判断して, 合体直後のき裂形態 (例えばフォーク形の合体分布き裂) がき裂の成長を論じる上で問題になると考えられるが, この点についてご教示願いたい。

〔回答〕 (1) D を一辺とする正六角形を一結晶とみなした場合, き裂発生過程および伝ば過程における合体条件としての距離は, 前者で粒径の半分に, 後者で粒径の 2 倍に相当する。このうち伝ば過程については, 別報⁽⁸⁾における純銅の平滑丸棒試験片を用いた実験での観察結果に基づいて設定した。一方, 発生過程については観察が困難であるため, 十分な情報が得られていないのが現状である。ただ, 結晶粒オーダの合体になるので, 少なくとも合体距離は粒径以下で

であると推定される。そこで, 本解析ではとりあえず粒径の半分に設定したもので, 今後検討の余地があると考えている。

(2) 本モデルは, 分布き裂の個々の伝ばおよび隣接した分布き裂間の合体成長の二つの機構のうち, 速いほうの機構で主き裂が形成されるという仮定を設定している。したがって, 主き裂 (本解析では最大き裂) の形成まで, 個々のき裂は上記の二つの機構のどちらかで繰返し数とともに成長することになる。また, いったん主き裂が形成されると, その後は主き裂についてのみ伝ば解析を行うことにしているので, 結果的に他の分布き裂の成長が停止する状況になっている。ただし, 主き裂先端におけるひずみ集中による先端近傍での損傷は考慮してない。

(3) ご指摘のように, き裂形状は特に表面き裂の合体解析において非常に重要な問題であると考えている。本モデルでは, そのようなき裂形状の変化を直接解析することはしておらず, 間接的であるが合体前のき裂先端特異性の増大に伴う加速と合体後のき裂形状変化に伴う減速とが相殺されるという仮定のもとで, ご指摘の問題を処理している。

〔質問〕 越智 保 雄〔電気通信大学〕

非常に詳細な解析のもとに二軸応力下の低サイクル疲労粒界形き裂の成長過程を検証されていることに敬意を表す。以下の件についてご教示願いたい。

(1) 224 ページ左欄下 10 から 7 行めについて, き裂合体条件としては先端距離のみでなく, き裂長さやき裂相互の位置関係が大きく作用すると思われるが, その点いかがか。

(2) 227 ページ左欄 16~22 行めについて、図 6 の結果と合わせて見ると、最小寿命付近のデータの解釈は必ずしも記述のようにはなっていないと思われるがいかがか。

(3) 228 ページ左欄 12~13 行めと図 8 について、軸側ひずみに近い場合、危険側の評価を与える原因はなにか。

(4) 図 9 について、き裂分布のシミュレーション結果を見ると、直感的であるが発生き裂密度が非常に高いように思われる。実際の実験のき裂分布状態と比較していかがか。

〔回答〕 (1) 発生段階でのき裂は微視組織レベルの大きさであるため、ご指摘のようにその合体条件には対象とするき裂の長さや相対位置、さらには結晶方位（本解析モデルではすべり面方位）などの因子を考慮する必要があると思う。しかし、き裂発生段階での合体を実験的に観察するのは非常に困難であるため、上記の因子を具体的にどのように組み込めばよいかについては十分な情報がないというのが現状である。したがって、本解析では便宜上き裂先端の距離のみに着目した。

(2) 著者らは別報^(付1)でき裂の初期分布が与えられた場合の寿命解析を行っているが、その解析結果は

ご指摘のあった本論文での解釈が可能であることを示唆していると考えている。

(3) ご指摘の箇所の記述については、あくまでも解析結果と現段階で得られている実験結果を比較するとそのようになっているという事実を述べたものである。本文中にも述べたように実際には実験データのばらつきもあるので、本来なら多数の実験データとの比較の上で解析の妥当性を議論すべきと考えている。このような多数の実験データとの比較においても、 λ が小さくなると危険側の評価を与えるという定性的な傾向が現れるかどうかについては不明である。つまり、図 8 の傾向については実験データのばらつきに起因するものと考えている。

(4) き裂発生密度は当然ひずみレベル、繰返し数あるいは λ によって異なるが、例えば寿命の約 80% の時点においては $\Delta\epsilon=0.5\%$ の場合最大で約 12 個/ mm^2 になる⁽⁵⁾。したがって、図 9 に示した解析領域の面積に対応するき裂数は約 90 個になる。実際の解析では $\Delta\epsilon$ が 0.5% 以上の場合を対象にしていることを考慮すると、実験結果と比較して非常に多いとは思っていない。

(付1) Hoshide, T., Miyahara, M. and Inoue, T., *Eng. Fract. Mech.*, 27-1 (1987), 91.