畳み込み積分による衝撃力推定法*

放生明廣^{*1}, 茶谷明義^{*1}, 上村文人^{*2}

An Estimation of Impact Force by Convolution Integral

Akihiro HOJO, Akiyosi CHATANI, and Fumito UEMURA

An estimation of the impact force applied to the arbitrary shaped body is described. The estimation method is based on the principle that the impact force applied to the elastic body can be expressed by the convolution integral of the produced strain and the transfer function for the each position of the body. Approximating the transfer function with a progression of impulses, the convolution integral and its reverse calculation are carried out directly. In order to ascertain the present method some longitudinal impact tests were done for the straight round bar and the stepped one and the impact forces applied to the top ends of the bars were estimated. As a results it was found that the estimated values by the present method are more closely agreed with the measured values than that by FFT. And using the present method, the impact forces of some Charpy impact tests were also estimated.

Key Words: Impact Force, Estimation, Convolution, FFT, Charpy Impact Test

1. 緒 論

衝撃荷重下での材料の機械的性質を知り構造物の動的挙動を明らかにすることは強度設計上重要であり、そのためには、物体に作用する衝撃力を正確に知ることが必要である。しかし、衝撃力を受ける物体中には応力波が発生伝ばしこれが複雑に反射透過するので、その測定は困難である。応力波の影響を少なくして衝撃力を測定するには大別して二つの方法がある。一つは短いロードセルや加速度計を用いごく短時間のうちに力が釣合うようにする方法であり、もう一つは逆に十分長い棒を用い他端からの反射波が来る前に測定を終える方法である。しかし、前者では立上りの速い衝撃力に対しては力の釣合いが十分に満たされないことやロードセルを用いたことによる影響があり、後者では装置が長大になり物体の形状によっては使用できない場合がある。そこで、はりや板では衝撃点直下で数箇所のひずみを測定しそれらの差分より衝撃力を計算する方法⁽¹⁾⁽²⁾、ひずみゲージを埋め込んだブロックを用いて応力波の伝ば距離を極めて短くする方法⁽³⁾、あ

るいは、棒中の2点のひずみを測定し両方向へ伝ばする波を分離して棒先端における衝撃力を求める方法⁽⁴⁾などが提案されている。しかし、これらの方法にも種々の制約があり、任意形状の物体に作用する衝撃力の測定には必ずしも使用できない。

一方物体が線形応答するならば、衝撃力とその任意点のひずみの関係は伝達関数を用いて畳み込み積分で表せる。したがってこのような場合は、伝達関数を較正実験などで求めておけば物体上のひずみ波形から、その形状によらず、衝撃力を測定できる⁽⁵⁾⁽⁶⁾。本研究では、この原理に基づく衝撃力測定の実用性を検討し、シャルピー衝撃試験時の衝撃力測定に応用した例を示す。

2. 測定原理

系が線形であれば、衝撃力 $F(t)$ と任意点のひずみ $e(t)$ の間には

$$F(t) = \int_0^t G(t-\tau)e(\tau)d\tau \quad \cdots \cdots \cdots (1)$$

の関係がある。ここで、 $G(t)$ は系の伝達関数であり、 $F(t)$ あるいは $e(t)$ によらず一定である。 t は時間であり $t < 0$ で $F(t) = G(t) = e(t) = 0$ である。したがって、較正実験などから一度 $G(t)$ を求めておけば以後は

* 昭和63年11月11日 北陸信越支部北陸地方講演会において講演、原稿受付 昭和63年4月7日。

^{*1} 正員、金沢大学工学部 (〒920 金沢市小立野2-40-20)。

^{*2} 三菱電機姫路製作所 (〒670 姫路市千代田町840)。

$e(t)$ を測定し上式から $F(t)$ が求まる。上式の計算には普通高速フーリエ変換 FFT 法⁽⁷⁾が用いられるが FFT 演算に伴う誤差などの影響が考えられる。そこで、本研究では上式を直接計算する方法を試みた。伝達関数 $G(t)$ がデータ測定時の時間間隔 T のインパルス列であると仮定し、次式で表す。

$$G(t) = \sum_{i=0}^{\infty} g_i \delta(t - i \cdot T) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\delta(t)$ はデルタ関数である。そうすれば式(1)は

$$\begin{aligned} F_0 &= g_0 e_0 \\ F_1 &= g_0 e_1 + g_1 e_0 \\ F_k &= g_0 e_k + g_1 e_{k-1} + \dots + g_{k-1} e_1 + g_k e_0 \end{aligned} \dots\dots\dots (3)$$

となり、この逆算は

$$\begin{aligned} g_0 &= F_0 / e_0 \\ g_1 &= (F_1 - g_0 e_1) / e_0 \\ g_k &= (F_k - g_0 e_k - g_1 e_{k-1} - \dots - g_{k-1} e_1) / e_0 \end{aligned} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 $F_i = F(i \cdot T)$ 、 $e_i = e(i \cdot T)$

となる。したがって、較正実験と式(4)から G が求まり、以後は同じ位置のひずみと式(3)から衝撃力がわかる。しかし、 $e_0 = 0$ のときは式(4)の解が求まらないこと、計算が進むにつれて測定時の誤差が拡大されることなどから、実験値をそのまま式(4)に用いても良い結果は得られない。そこで、 g_i は $n \cdot T$ (n は整数)ごとに、測定時間を $T_e = 2 \cdot m \cdot n \cdot T$ として $T_e/2$ まで値を持ちその他は零であると仮定し、最小二乗法を用いて $g_{i \cdot n}$ ($i = 0, 1, 2, \dots, m$) の値を次式で求めた。

$$\sum_{j=0}^m A_{ij} g_{j \cdot n} = B_i \quad (i = 0, 1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots (5)$$

ただし、

$$A_{ij} = \sum_{k=0}^{2n \cdot m} \langle e_{k-j \cdot n} \rangle \cdot \langle e_{k-i \cdot n} \rangle \dots\dots\dots (6)$$

$$B_i = \sum_{k=0}^{2n \cdot m} \langle e_{k-i \cdot n} \rangle F_k \dots\dots\dots (7)$$

ここで

$$\langle e_i \rangle = \begin{cases} e_i, & i \geq 0 \\ 0, & i < 0 \end{cases} \dots\dots\dots (8)$$

3. 実験方法および結果

3.1 実験装置 前章で述べた方法の妥当性を調べるために、図1の装置で丸棒先端に加わる衝撃力を測定し棒中央のひずみ波形から推定した衝撃力と比較した。装置は直径 20 mm、長さ 256 mm~1 000 mm の鋼製の落下棒①を自然落下させ直径 20 mm、長さ 2 048 mm の鋼製の入力棒②の上端を打撃しこれと直

接あるいは小片③を介して接する鋼製の試験棒④の上端に衝撃力を加えるものである。試験棒には、図2に示す、長さ 200 mm、直径 20 mm の平滑試験棒と先端 50 mm を直径 42 mm とした段付試験棒を用いた。これらはいずれも、直径 180 mm、長さ 200 mm の鋼製ブロック⑤にねじ止めされており、試験棒下端はほぼ固定端とみなせる。小片は試験棒上端に加わる衝撃力(以下実測値と呼ぶ)を変化させるためのものであり、直径 7.5 mm、長さ 8.5 mm のアルミニウム円柱を用

図1 実験装置

(a) Straight test bar

(b) Stepped test bar

図2 試験棒形状

いアクリル製のホルダを使用して試験棒上端中央に設置した。

ひずみゲージ G 1, G 2 あるいは G 3 を用い入力棒中を伝ばするひずみ波形を測定し、これと一次元伝ば理論によって入力棒下端の衝撃力を求め実測値 F とした。一方、試験棒のひずみ e は棒中央に貼ったひずみゲージ G 4 を用いて測定した。これらのひずみゲージはいずれも曲げによる影響をさけるために同一円周上対称な位置に 2 枚貼り直列に接続し直流ブリッジ回路の一辺に組み込んだ。ブリッジ回路の出力電圧は直流増幅器(周波数帯域 200 kHz)で増幅した後デジタルメモリ(岩通 DM-7100)に記憶させ、マイクロコンピュータ(NEC PC-9800)に取り込み、必要な計算を行った。デジタルメモリのサンプリング周期は 500 kHz であり、したがって式(2)の T は 2 μ s である。なお、デジタル信号処理においては通常サンプリング周期の 1/2 以下のアナログ低周波フィルタを通しておくが、本実験では増幅器の帯域が 200 kHz であることと測定波形にそれほど高周波成分を含まないことを考慮して、アナログフィルタは使用しなかった。そのかわり、前後 5 点のデータを用いて移動平均を行い測定値を平滑化した。

3・2 実験結果 平滑試験棒の較正実験結果を図 3 に示す。較正実験は長さ 256 mm の落下棒を用い入力棒と試験棒を直接接触させて行った。同図(a)において実線が実測値 F_c 、破線が試験棒中央のひずみ e_c であり、ゲージ位置での荷重に換算してある。 F_c は入力棒のゲージ G 2 によるひずみ波形を試験棒との接触面へ伝ばするひずみと接触面から反射するひずみに分離しこれを重ね合わせて求めたものであり、 $t=500 \mu$ s 以後はほぼ零である。 e_c は固定端での反射によって F_c のほぼ 2 倍になっており、 F_c が零になった後も振動を繰返している。

同図(b)は、(a)から求めた伝達関数の係数 g_i を示したもので、式(5)で $n=3$, $T_e=1500 \mu$ s とし 750 μ s までの値を求めた結果である。

同図(c)は、ねじ部の影響を考慮して、試験棒の等価長さを 225 mm とし一次元伝ば理論より求めた結果である。両者を比較すれば、実測値のインパルス列は理論値のものと周期はほぼ一致しているが、形は前後に分散しその分ピーク値が小さくなっている。これは、 e_c の後半における振動の振幅が小さいためであり、この振幅は衝撃力の立上り時間が短いほど大きくなるから、正確な伝達関数を求めるためにはなるべく立上り時間の短い衝撃力を加える必要がある。

これらの伝達関数を用いて衝撃力を推定した結果を

図 3 平滑試験棒の較正実験結果

図 4 推定衝撃力(平滑試験棒, 落下棒長さ 512 mm)

図4, 5に示す。段付試験棒の結果を図6に示すが、これの較正実験結果は紙面の都合上省略する。これらは入力棒と試験棒の間にアルミニウム小片をはさみ、長さ512 mmと1024 mmの落下棒で打撃した場合である。図中(a)の実線は実測値 F 、破線はゲージ出力 e 、(b)は本方法による推定衝撃力、(c)はFFTによる推定衝撃力である。 F は正確には入力棒下端の力であるが、アルミニウム小片の寸法が小さいので、試験棒上端の力とほぼ一致する。これらの波形の最初の山は落下棒の打撃によってアルミニウム小片が圧縮される時の力であり、第2の山はそのときの反射波が入力棒上端で反射し再びアルミニウム小片を圧縮するために生ずる。なお、図4(c)の破線で示すように、FFTによる推定では測定値をそのまま計算しても良好な結果は得られなかった。これは、測定時間と測定値の振動周期とが一致しないためなどによるものと考えられ、このような影響を少なくするために指数ウインドを使用した。その計算手順は次のようである。較正実験の実測値、ゲージ出力にそれぞれ $\exp(-t/\tau)$ をかけたものをFFT変換しそれらを割り算したものを伝達

関数とする。次に、図4～6のゲージ出力に $\exp(-t/\tau)$ をかけたものをFFT変換し、これと先の伝達関数をかけたものを逆FFTした後 $\exp(t/\tau)$ をかけて推定衝撃力とする。 τ の値は0.5 msとした。

これらの結果を見れば、実測値とゲージ出力は大きく異なっているが、本方法およびFFT法による推定値はいずれも、測定時間の後半を除いて、実測値とよく一致している。後半で両者が一致しないのは伝達関数を途中までしか求めていないためであり、長時間について推定したい場合には測定時間を長くする必要があるのである。直接畳み込みを行う方法とFFT法を較べれば、段付試験棒の場合第1の山の後半で振動が残ることなど、本方法のほうが若干良い結果を与えるようである。

実験によって伝達関数が求めにくい場合を考え、一次元伝達理論による伝達関数を使って推定した結果を図7に示す。同図は、図5の実験値を図3(c)の伝達関数を用いて推定したものである。推定値は実測値とよく一致しており、実験が困難な場合には理論伝達関数を用いてもよいことを示している。

図5 推定衝撃力(平滑試験棒, 落下棒長さ1024 mm)

図6 推定衝撃力(段付試験棒, 落下棒長さ1024 mm)

4. 計装化シャルピー衝撃試験の衝撃力推定

本方法をシャルピー衝撃試験に用いた。実験に使用した試験機(東京衡機製)は容量 294 J で、ゲージ出力を大きくするためにハンマー刃先にはスリットが切っている。この試験機によって得られた刃先のひずみゲージ出力を図 8 に示す。同図は JIS 4 号試験片を用いて行った衝撃試験の一例で、S 55 C 納入材 0°C および S 15 C 焼鈍材 0°C における結果である。同図を見れば明らかなように、ゲージ出力には大きな振動成分がみられ、本来生じないはずの引張力も現れており、試験片に加わった衝撃力とは大きく異なることが予想される。また、このことは硬い材料ほど顕著である。

伝達関数を得るために、図 9 に示すように、短い丸棒を打撃し較正実験を行った。丸棒は打撃時の塑性変形を防ぐために焼入してあり、紙テープで支えられている。棒には測定精度を良くするために G 1、G 2 の 2 箇所にはひずみゲージが貼ってあり、その出力 e_1 、 e_2 を用いて、実測値 F_c を次式で求めた。

$$F_c = e_1 * g_1 + e_2 * g_2 \quad \cdots (9)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \delta(0) + \delta(t - 2l/3c) \\ g_2 &= -\delta(t - l/3c) \end{aligned} \right\} \quad \cdots (10)$$

ここで、 l は棒の長さでありひずみゲージはこれを 3 等分する位置に貼ってある。 c は縦波の伝ば速度であり、 $*$ は畳み込み積分を表す。上式は柳原⁽⁴⁾の方法と同じである。較正実験における実測値 F_c と、ゲージ出力 e_c を図 10(a) に実線と破線で、これによる伝達関数を同図(b)に示す。

この伝達関数を用いて、図 8 のゲージ出力から推定した衝撃力を図 11 に示す。推定波形には、FFT 法に

よるものおよび本方法によるものともに、大きな振動はほとんどなくなっている。また、引張成分も消え除荷後の波形も平坦で良好なものとなっていることから、推定衝撃力は実際に試験片に加わった力に近いものと思われる。なお、この場合には、FFT 法と本方法の違いはほとんど見られなかった。

図 8 シャルピー衝撃試験例

図 7 理論伝達関数による推定値
(平滑試験棒、落下棒長さ 1 024 mm)

図 9 較正実験

図 10 較正実験波形と伝達関数

5. 結 言

伝達関数をインパルス列とみなして直接畳み込みおよび逆畳み込み積分を行い、物体の任意点のひずみ波形から衝撃力を推定する方法を試みた。得られた結果は次のようである。

(1) 較正実験波形から最小二乗法を併用して求めた伝達関数は理論伝達関数と周期はほぼ同じであるがそのピークは前後にばやけたものとなったが、これを用いて推定した衝撃力は後半部を除けば実測値とほぼ一致した。

(2) 理論伝達関数を用いて推定した結果も実測値と良く一致しており、較正実験が行えない場合にはこれを用いればよい。

図 11 シャルピー衝撃試験の推定衝撃力

(3) FFT 法との差はあまり見られなかったが、段付試験棒の結果では本方法のほうが良い結果が得られた。なお、FFT 法では指数ウィンドを使用しないと良い結果は得られなかった。

(4) 本方法をシャルピー衝撃試験に応用した結果、除荷後の引張荷重はなくなっており、十分正確な衝撃力が得られたと考えられる。

文 献

- (1) 渋谷・小泉・澤田・奥屋, 非破壊検査, 25-12(昭51), 795.
- (2) 渋谷・小泉・澤, 機論, 45-394, A(昭54), 666.
- (3) 谷村・齋庭, 機論, 49-448, A(昭58), 1565.
- (4) 柳原, 機論, 43-375(昭52), 4048.
- (5) 岸本・黒田・青木・坂田, 材料, 35-395(昭61), 850.
- (6) 井上・渡辺・渋谷・小泉, 非破壊検査, 36-2, A(昭62), 188.
- (7) 例えば, Brigham, E. O. (宮川・今井訳), 高速フーリエ変換, (昭57), 166 科学技術出版社.