光弾性等色線縞画像の構造依存型全域解析法*

馬 渡 鎮 夫*¹, 隆 雅 久*¹, 豊 田 吉 顯*¹

A Generalization Method for Assignment of Isochromatic Fringe Order Using Structure Driven-Type Image Processing

Shizuo MAWATARI, Masahisa TAKASHI, and Yoshiaki TOYODA

This paper describes a generalization method and the ability to determine the isochromatic fringe order more accurately over the entire region of a 2-dimensional photoelastic model. The isochromatic fringes measured under various conditions were automatically extracted as the extreme points of "smoothing spline functions" using a microcomputer. By utilizing the well-known formula for the light intensity of a beam, the accurate fringe order, which varies continuously between the adjacent fringes, was automatically determined. Then by applying the concept of multidimensional unfolding, the specific fringe order distribution obtained was successfully adjusted and generalized, taking the variation of test conditions into consideration. The values of the principal stress difference computed numerically by this method were compared with theoretical values and a close similarity was observed.

Key Words: Experimental Stress Analysis, Photoelasticity, Isochromatic Fringe, Image Processing, Multidimensional Unfolding

1. は じ め に

機械や構造物の強度設計を行う場合、材料力学および弾性学の知識とともに、実験的応力・ひずみ解析法の適用が必須となることが多い⁽¹⁾⁽²⁾。中でも光弾性効果を活用する光弾性実験法は、全視野の応力状態を視覚に訴えて観察できるという本来の長所と、最近急速に普及した高性能パーソナルコンピュータの持つ利点とを有機的に結合すれば、応力解析を自動化できるものと期待され、この観点からの研究報告も多い⁽³⁾⁻⁽⁷⁾。しかし、二次元光弾性法の場合であっても、光弾性実験における従来の方法では等傾線データの精度不足を補う種々の代替手段を構ずるため、多大の費用と時間の消費を余儀なくされているという問題点のほかに、等色線データより主応力差分布を解析する際にも、改善すべき重大な点をいくつか抱えている。その第1は、等色線データに従来の方法を適用して得られる主応力差の計算値は、試験片内に一般には疎に分布する何本かの線状データであるが、実際に応力状態を解析する場合には、試験片の全体についての数値が必要となること

である。そこで、計算値が得られていない点の情報を補うためになんらかの補間法や補外法を適用することになるが⁽⁵⁾、この適用による精度の低下と手間の増大は避けられない。第2は、たとえ整数次の縞次数さえ判明すれば良い場合であっても、基準となる縞、例えば零次の縞をいつも自動的に判定できるとは限らないため⁽³⁾、等色線についての縞次数の割当は一般には容易でないことである。第3は、等色線データは荷重その他の測定条件によって状態が大きく変化することがあり、従来の方法では測定条件が変化するたびに、画像処理または計算を最初から実行し直す必要があることである。しかし、そのような再実行は無条件にいつでもうまくいくとは限らず、入力パラメータを種々に変更したり、場合によってはデータの計測そのものから実行し直すなど、しばしば多くの手間を新たに必要とする。

本研究の目的はこれらの問題点を解決することである。すなわち、二次元光弾性法に焦点をあて、等色線を形成する輝度分布の構造式の活用、比率関係の導入、そして開折という概念の適用などにより、適当な条件下で測定された一画面分の等色線データより、広範囲な測定条件下の試験片について、その全域にわたる縞次数割当および主応力差分布の解析を、パーソナルコ

* 昭和63年10月18日 第66期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和63年3月23日。

*¹ 正員、青山学院大学理工学部 (〒157 東京都世田谷区千歳台6-16-1)。

ンピュータを用いて自動的に実行しうる等色線縞画像の構造依存型全域解析法を確立することを試みるものである。

2. 記号や用語の準備

本研究は、二次元光弾性実験における種々な試験片についての等色線データをモニタテレビに表示すると同時にデジタルデータとして取り込む装置があり、荷重を零から次第に大きくし、それぞれの荷重の等色線デジタルデータを取り込んだ後、パーソナルコンピュータのディスプレイ上に疑似カラー表示しながら、種々の解析を行っているという場面で考察する。

等色線データについての従来の画像解析法は、等色線データになんらかの前処理を施した後、二値化、細線化、孤立点の除去、途切れた部分の連結を順次実行するというものであった⁽⁴⁾⁽⁵⁾。これをデータ依存型処理法という。しかしこの処理法では、二値化するときの閾値の決定、途切れた部分のコンピュータによる自動的な連結等に本質的な困難が存在し、手作業による介入が不可欠となるので、本研究ではこの処理法を採用しない。以下に明らかとなるように、本研究は構造依存型処理法によって考察する。

集合論および微分積分学の分野で通常用いられる記号や用語については、特に定義することなく使用する。例えば、数値線を R 、平面を R^2 で表す。なお、本研究で扱う関数は、特に断わりがなければ、 C^∞ のクラスのものとする。

(1) 特定の測定条件下の等色線データは、時刻 t およびディスプレイ上の座標 (x, y) に依存して決まる観測値と考えられる。すなわち、そのような等色線データは、ディスプレイの横方向である x 軸の範囲を閉区間 I_x 、縦方向である y 軸の範囲を閉区間 I_y 、時間 t の範囲を閉区間 I_t とし、輝度値の全体を R の部分集合と考えるとき、直積集合 $I_x \times I_y \times I_t$ から R への 3 変数関数 $f: I_x \times I_y \times I_t \rightarrow R$ の実現値であり、しばしば雑音を含んでいると考えることができる。

(2) 本研究においては、関数の臨界点をしばしば扱う。1 変数関数の臨界点は、極大点、極小点、変曲点の 3 種類であり取扱いが容易であるが、多変数の場合の臨界点の構造は複雑であり、実験的応力・ひずみ解析法にとって本質的でない病理的現象が存在する。そこで、等色線データを、ある時刻に、横方向または縦方向に切断して得られる 1 変数関数の集合として取扱う。すなわち、(1) の関数 f を次のように分解する。

$$\{f_u: u \equiv (y, t) \in I_y \times I_t\} \cdots \cdots \cdots (1)$$

ただし、

$$f_u(x) \equiv f(x, y, t), \quad x \in I_x$$

$$\{f_v: v \equiv (x, t) \in I_x \times I_t\} \cdots \cdots \cdots (2)$$

ただし、

$$f_v(y) \equiv f(x, y, t), \quad y \in I_y$$

式(1)、(2)を 1 変数 2-パラメータ族、 u や v をパラメータという。カストロフィ理論における知見を適用すれば、関数 $f: I_x \times I_y \times I_t \rightarrow R$ をパラメータ族(1)、(2)に分解して考えると、典型的には多変数関数が 1 変数関数として取扱えるという本質的なメリットが生ずるが、これについては別の機会に述べたいと思う。なお、数値計算においても、上のようなパラメータ族への分解の効果は大きい。

(3) 一般に等色線データは、荷重、入射光の波長、試験片の厚さや光弾性係数などの測定条件にも依存する。このことと(1)とが同時に考察できる次の概念を導入する。すなわち、これらの測定条件は e 次元空間 R^e の一点(測定条件が上記の 4 要因よりなるときは $e=4$)、時刻やディスプレイ上の座標は n 次元空間 R^n の一点[(1)の場合には $n=3$]と考えると、一般の等色線データをそのグラフとして表す関数 F は、 R^e と R^n の直積集合 $R^e \times R^n$ から R への関数：

$$F: R^e \times R^n \rightarrow R \cdots \cdots \cdots (3)$$

として考えることができる。ここで R^e 、 R^n について種々の呼び名があるが⁽⁶⁾、ここでは次の呼称を使うことにする。

① R^e を開折空間(unfolding space)、点 $s \in R^e$ を開折変数(unfolding variable)またはパラメータ、 e を開折次元という。

② R^n を行動空間(behaviour space)、点 $x \in R^n$ を行動変数(behaviour variable)、 n を行動次元という。

(4) 二次元光弾性実験においては、荷重は弾性限界内で考える。このように、等色線データは式(3)の形式で表現することができたとしても、開折変数や行動変数の動く範囲は R^e 、 R^n の全体ではなくその一部分である。式(3)の表現における F の定義域を各変数の動きうる範囲を表すものにしてもよいが、そうすると式(3)の持つ直感的なイメージが失われる。そこで次の概念⁽⁶⁾を適用する。

点 $s_0 \in R^e$ の近傍 U 、点 $x_0 \in R^n$ の近傍 V が与えられたとき、関数 $F: R^e \times R^n \rightarrow R$ の定義域を $U \times V$ に限定して得られる関数を、 F の (s_0, x_0) における関数芽(map-germ)といい、次のように表す。

$$F: \{R^e \times R^n, (s_0, x_0)\} \rightarrow R \cdots \cdots \cdots (4)$$

測定された等色線データを式(4)の関数芽としてとるとき、各パラメータは次のとおりである。

① $e=4$ (荷重、入射光の波長、試験片の厚さお

および光弾性係数)

② $n=3$ (x 軸, y 軸, 時間軸)

③ U : ①の各パラメータが動きうる領域を表す R^4 の部分集合

④ V : ディスプレイの画面領域と観測時間領域の直積集合

⑤ s_0 : その等色線データを測定したときの①の各パラメータの組

⑥ x_0 : ある時刻におけるディスプレイ上の観測点の座標

なお, 等色線データを式(3)の形式の関数 F のグラフとして考えるとき, 通常はここで定義した意味での関数芽として F を考えている。したがって, 特に断らなければ, 本研究で式(3)の形式の関数 F を書くときは, 式(4)の形式の関数芽として考えているものとする。

(5) 関数 $F: R^e \times R^n \rightarrow R$ と関数 $f: R^n \rightarrow R$ があって, ある一点 $a \in R^e$ について,

$$F(a, x) = f(x), \quad x \in R^n \quad (5)$$

が成り立つとき, F のことを f の a を中心とする e 次元開折(e -dimensional unfolding)という。

(6) (4), (5)を組合せる。光弾性実験においては, まず測定条件 s_0 を決め, この条件下の等色線データ f を取り込み, この f について種々に解析する。しかし, 光弾性実験における考察の対象は, 弾性限界など適当な条件下にある開折変数 s のすべてに対する等色線データの全体であるから, その対象は f の s_0 を中心とする四次元開折 F となる。この開折全体についての知見が f および s_0 だけから得られるようになれば, 光弾性実験法は単なるモデル実験法をはるかに超越し, 特定の測定条件下の1枚の画像データから他の広範囲な測定条件下の解析が理論的に行えるという極めて強力な実験的応力・ひずみ解析法となる。

3. データ平滑化と縞模様の構成

一般に実験より得られる観測データに雑音が混入することは避けられない。雑音には, 照明むらに基づくもの, 中心軸と周りで光路の減衰が異なることによるもの, 輝度, コントラスト, 位置, 方向, 大きさに左右されるものなどがあり, 主応力差分布の解析を行う際にはこれらの雑音による悪影響を除去しなければならない。そのためにはデータの平滑化を行えば良いが, 2章(1)のように等色線データを多変数関数の実現値としてとらえるとき, 多次元データのまま平滑化するのは, 多くの手間を必要とする割りに得られる知見はあまり多くない。そこで, 本研究では次のようにして

平滑化しながら, 等色線の縞模様を構成する。

(1) 測定された1枚の等色線データを, 測定条件 $s \in R^4$ およびある時刻 t のもとで定義された関数:

$$f: R^2 \rightarrow R \quad (6)$$

の試験片上での実現値であり, 雑音を含んでいるものとしてとらえ, この f の近似関数を構成することを考える。

(2) ここで行動空間の次元は2であるが, 縦軸または横軸の一方のみを新たに開折空間として考えることにより, 式(6)の関数 f を, 開折空間 R^1 , 行動空間 R^1 の開折:

$$f: R^1 \times R^1 \rightarrow R \quad (7)$$

へと変形する。このときの開折 f は, 2章(2)と同様にして, 1変数1-パラメータ族:

$$\{f_u: u \in R^1\} \quad (8)$$

ただし,

$$f_u(z) = f(u, z), \quad z \in R^1$$

に分解することができる。

(3) 式(8)のパラメータ族の各関数 f_u を1変数関数として平滑化する。

f_u のグラフは一般には多重多様体であり, その観測値には種々な雑音が含まれている。このような状況下で行う平滑化の手法は, すべての f_u の特徴を保存しつつ雑音を除去するものでなければならない。この条件に合った平滑化法はスプライン関数を使うものであり, 本研究はその方法により, f_u を平滑化したスプライン近似関数 g_u を構成する。

(4) 各 g_u の極大点, 極小点を求める。

等色線が鮮明であるとき, 各 g_u の極大点, 極小点を容易に求めることができ, 暗視野ならば前者が整数次縞を, 後者が +0.5 次縞を表す。明視野ならばその逆を表す。なお, 上記の平滑化は横方向, 縦方向の平滑化であるが, 必要に応じて, $\pm 45^\circ$ 方向の平滑化も加味する。

(5) 孤立点を除去し, 途切れた部分を連結する。

すべての g_u について(4)を実行すれば, 結果として等色線の整数次および +0.5 次の縞が抽出される。しかし, この時点では雑音が孤立点としていくつか残っているのでそれらを除去し, 縞模様と途切れた部分があるときはそれらを連結する。従来のデータ依存型処理法で最も苦労することはこの連結作業である。しかし, 平滑化された関数の極大, 極小を求める本研究の手法では途切れた部分は小さいので, 連結作業は従来の方法に比べてはるかに容易となる。そこで, 縞が特に密集している部分を除いてすべての連結を手作業の介入なしで, 自動的に実行することができる。

なお、スプライン関数 g_u の構成法および画像データがばけている点での縞模様の構成法については既に検討されているが、その詳細については別の機会に述べたいと思う。

4. 縞次数分布を求める算法

前述の方法により、等色線が縞模様、すなわち整数次縞および +0.5 次縞を表す線データとして得られた。ここではそれらを基礎として、試験片全体にわたって縞次数を実際に求める算法について述べる。

光弾性係数 c_0 、厚さ d_0 の試験片が 2 章で述べた装置に設定されて、強さ L_0 、波長 λ_0 の円偏光が入射され、荷重が零から次第に大きくされているものとする。このとき試験片通過後の光の強さ L は次の式によって表現される。

$$L = L_0 \sin^2 N\pi \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで N は等色線の縞次数を表し、一般には小数である。式(9)と関係式：

$$\sin^2 N\pi = (1 - \cos 2N\pi) / 2$$

より、

$$\cos 2N\pi = (1 - 2L/L_0)$$

したがって、

$$N = \{2k\pi \pm \cos^{-1}(1 - 2L/L_0)\} / 2\pi \quad \dots\dots\dots (10)$$

($k=0, 1, 2, \dots$)

ここで、 $\cos^{-1}$ は逆余弦関数の主値を表す。

さて、式(10)の k は一般には未知であるので、次の方法によってそれを定める。

(1) 荷重を低荷重(通常は零)から次第に大きくしていくとき、当初は基準になる次数(通常は零次)の縞が判読可能である。その縞が判読可能な範囲で荷重を次第に大きくしていき、等色線ができるだけ鮮明になった箇所では荷重の大きさ P_0 を固定し、そのときの等色線データ f を取り込む。この時の測定条件は点 $s_0 = (P_0, \lambda_0, d_0, c_0) \in R^4$ で表現され、式(9)の N および L は試験片上の座標 (x, y) の関数 $N = N(x, y)$ 、 $L = L(x, y)$ になっている。

(2) 3 章の要領で等色線の縞模様を構成する。

(3) (1) の条件より、試験片の境界付近での等色線データ f の縞次数、すなわち(10)の k の値 k_0 を決定することができる。この k_0 を基準にして、縞模様を境界から内部へ順次たどることにより、整数次および +0.5 次の縞次数、すなわち(10)の k の値を求めることができる。

(4) さらに次のようにして、一つのパラメータ u または v について、 I_x または I_y の全体で式(10)の $N = N(x, y)$ の値を計算することができる。

① $N \in [k, k+0.5)$ のとき、

$$N = \{2k\pi + \cos^{-1}(1 - 2L/L_0)\} / 2\pi \quad \dots\dots\dots (11)$$

② $N \in [k+0.5, k+1)$ のとき、

$$N = \{2(k+1)\pi - \cos^{-1}(1 - 2L/L_0)\} / 2\pi \quad \dots\dots\dots (12)$$

(5) すべてのパラメータ $u \in I_y$ 、 $v \in I_x$ について上の計算を実行し、試験片全体にわたって縞次数 N を計算することができる。

5. 等色線開折、主応力差開折の構成

今までに述べた算法は、特定の時刻および特定の測定条件下で得られた等色線データに対する解析であった。この結果を、2 章(6)の観点から一般化する。

2 章(4)で述べたように、本研究の対象を式(4)の関数芽で表現したとき、行動空間は横軸、縦軸および時間軸の三次元空間である。しかし、弾性体の力学的応答は本質的には時間に無関係なので、弾性体に対する種々の応力計算においては時間軸を無視することができる。粘弾性体においては力学的応答は明りょうな時間依存性を示すが、連続的な時間応答性についての解析は現状では困難なので、ここでは適当にサンプリングされた時刻ごとに、本研究の方法を適用することにする。このときも時間軸上の変化は無視することができる。以上の理由により、以後は時間軸については考慮しないことにする。

さて、式(9)の N は次のようにも表現される。

$$N = (c/\lambda)d(\sigma_1 - \sigma_2) \quad \dots\dots\dots (13)$$

ただし、

c : 試験片の光弾性係数

λ : 入射光の波長

d : 試験片の厚さ

$\sigma_1 - \sigma_2$: 試験片上の主応力差

一方、主応力差 $\sigma_1 - \sigma_2$ は試験片の座標 (x, y) および荷重にのみ依存し、式(13)の c 、 λ 、 d には依存しない。そして、弾性の限界内であれば $\sigma_1 - \sigma_2$ は荷重 P に比例する。したがって、試験片上で定義された比率関数 $r(x, y)$ が存在して、次の関係式が成り立つ。

$$\sigma_1 - \sigma_2 = r(x, y) \cdot P \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 $r(x, y)$ は c 、 λ 、 d に依存しないことに注意しよう。

式(13)、(14)より、

$$N(x, y) = (c/\lambda)d \cdot P \cdot r(x, y) \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$r(x, y) = (\lambda/cd \cdot P) \cdot N(x, y) \quad \dots\dots\dots (16)$$

前章の縞次数分布 $N(x, y)$ を $f(x, y)$ と書き換え、この f を c 、 λ 、 d 、 P がそれぞれ c_0 、 λ_0 、 d_0 、 P_0 のときに測定されたものとみなして、次のようにして $F^{(\sigma)}$ 、 $F^{(\omega)}$

を定義する。

$$\sigma_1 - \sigma_2 = F^{(\sigma)}(P, x, y)$$

$$F^{(\sigma)}(P_0, x, y) = P_0 \cdot r(x, y) \dots \dots \dots (17)$$

$$F^{(\sigma)}: R^1 \times R^2 \rightarrow R$$

$$N(x, y) = F^{(N)}(P, \lambda, c, d, x, y)$$

$$F^{(N)}(P_0, \lambda_0, c_0, d_0, x, y) = f(x, y) \dots \dots \dots (18)$$

$$F^{(N)}: R^4 \times R^2 \rightarrow R$$

このとき、

① $F^{(\sigma)}$ は、 $P_0 \cdot r(x, y)$ の P_0 を中心とする一次元開折である。これを主応力差開折と呼ぶ。

② $F^{(N)}$ は、 $f(x, y)$ の $s_0 \equiv (P_0, \lambda_0, c_0, d_0)$ を中心とする四次元開折である。これを等色線開折と呼ぶ。

さて、4章の算法により式(18)の $f(x, y)$ が構成され、式(16)の N にこの f および P_0, λ_0, c_0, d_0 を代入して $r(x, y)$ が構成される。その結果、式(15)より弾性限界内の任意のパラメータ c, λ, d, P に対して $N(x, y)$ が計算され、さらに式(14)より同じ範囲の任意の荷重 P に対して主応力差 $\sigma_1 - \sigma_2$ が計算される。したがって、特定な測定条件下の一画面分の鮮明な等色線データより、広範囲な測定条件下の縞次数と主応力差についての解析を行うことができ、開折 $F^{(\sigma)}, F^{(N)}$ 全体についての知見を得ることができる。かくして、開折 $F^{(\sigma)}, F^{(N)}$ は二次元光弾性法における主応力差と縞次数についての一般的な考察の対象となる。

6. 数 値 実 験

前述の知見を検証するために、対向集中圧縮荷重を受けている円板に対して数値実験をしてみる。

6.1 等色線データの取り込み

(1) 測定装置

図1のとおりで、2章の条件を満たすようになっている。1画面分の取り込み画像は、横方向(x 軸方向)

図1 ハードウェア構成

512 Dots, 縦方向(y 軸方向) 480 Dotsである。

(2) 試験片

エポキシ樹脂の円板で、直径 80 mm, 厚さ 6 mm, 光弾性係数 $51.1 \mu\text{m}^2/\text{N}$ である。

(3) 入射光

Wratten 77 のフィルタより得られる緑色光で、波長は 546 nm である。

(4) 4章(1)の条件で固定した荷重 P_0 は、647 N (ニュートン)である。

(5) 以上の測定条件で取り込んだ等色線データの原画像は、図2のとおりである。

6.2 等色線データの縞次数割当

(1) 3章(3)の方法で x 軸方向に平滑化したデータを図3に、そして図2、図3の輝度分布を $Y=240$ line で切断した結果を図4に示す。ただし、処理の都合上、図3の切断図は全体を下方に移動させてある。

図2 原画像

図3 横方向平滑化の結果

(2) 3章(4), (5)の方法で構成した縞模様を図5に示す。

(3) 4章の方法で縞次数割当を行った結果を図6, それを $Y=100$ line [$(y/r)=0.78$] および $Y=240$ line [$(y/r)=0$] で横方向に切断した結果を図7に示す。

図4 $Y=240$ line で図2, 3を切断した結果
(上側が図2, 下側が図3の切断図)

図5 抽出された等色線

図6 縞次数割当の結果

6.3 等色線開折, 主応力差開折

図6の縞次数割当および式(14), (16)より求めた $P=647$ Nのときの主応力差分布, 6.1節で(1)~(3)を固定し, 荷重 P のみを112 N, 291 N, 469 N, 826 Nと変え, 5章の方法で求めた主応力差分布, それらと Goursat の応力関数より得られる理論解とを比較し, 試験片の中央 ($Y=240$ line) で図7と同様に切断した結果を図8に示す。

図8における各分布の L_2 -norm による誤差は次のとおりである。

図7 図6を横方向に切断した結果

図8 種々な荷重下の主応力差分布
(実線: 理論解, ◆: 本法)

荷 重 (N)	誤 差 (%)
112	1.19
291	1.20
469	1.24
647	1.19
826	1.24

これらの誤差および図8に見られるように、本研究の結果は理論値と良く適合している。

7. お わ り に

本研究では、光弾性実験装置より得られる等色線データをなんらかの関数の実現値であり、しばしば雑音を含んでいるとみなしている。そして、この関数の構造を駆使することにより、一画面分の鮮明な等色線データより、試験片全体にわたる特定な測定条件下の高精度な縞次数分布および主応力差分布を、パーソナルコンピュータによって自動的に構成している。さらに他の広範囲な測定条件に対応する同様な分布も容易に計算されることを示し、対向集中圧縮荷重を受けている円板についての数値実験によってその有効性を検証

している。

実験的応力・ひずみ解析を完結するためには、等色線の外に主応力和もしくは等傾線を試験片全体にわたって求める必要があり、本研究の方法はその両方に活用できると思われる。さらに、等色線開折や主応力差開折について弾性の限界を越えた範囲まで含めて理論的に解析すれば、応力・ひずみ解析における構造安定性その他について興味ある知見が得られるものと期待されるが、そのような解析は今後に残された大きな課題である。

文 献

- (1) 応力測定技術研究会編, 応力測定法, (昭30), 472, 朝倉書店.
- (2) 菅野・ほか2名, 応力ひずみ解析, (昭61), 203, 朝倉書店.
- (3) 辻・ほか2名, 機論, 52-473, A(昭61), 201.
- (4) 本間・ほか1名, 機論, 53-486, A(昭62), 303.
- (5) 梅崎・ほか2名, 機論, 52-474, A(昭61), 561.
- (6) 梅崎・ほか2名, 機論, 53-492, A(昭62), 1658.
- (7) 文献(6)の1665ページ.
- (8) Poston, T. and Stewart, I., *Catastrophe Theory and its Applications*, (1978), Pitman.

討 論

〔質問〕 酒 井 信 介〔東京大学工学部〕

新たな概念に基づいた等色線縞画像処理手法を提案されたことに敬意を表す。

(1) 等色線縞次数の決定の際、一般には一方向に単調に次数が増大もしくは減少するとは限らず、極値を境にして増減の符号が反転する場合の対策について適切な方法があればご教示願いたい。

(2) 光弾性画像処理においては明るさのムラが、一般には伴うもので、式(11), (12)で光の強さ L から縞次数を決定する際には特に注意が必要になるかと思う。明るさのムラは L_0 の位置による変化に対応するが、このような場合の L_0 の決定法をご教示願いたい。

(3) 提案される構造依存型全域解析法を用いる場合、光弾性画像データをどのような形で保存すれば、より一般性のあるものとして利用できるのか。

〔回答〕 (1) 問題の増減の符号が反転する現象は同一の平滑化の方向に既知次数の極小次の縞が複数個ある場合に発生する。このときは、隣り合う2本の極小次の縞から互いに内側に縞を1本ずつ進めば、やがては次数の等しい隣り合う2本の縞の位置に到達する。それらの縞を含む閉区間の中間には、その区間の中で輝度値が最大または最小となる点がただ1個存在

する(この点こそは符号反転のターニングポイントである)ので、その点までを4章(4)の式で縞次数 N を両側から計算する。このような N の計算を隣り合う極小次の縞の組すべてについて実行する。

(2) 暗視野の場合で説明する(明視野の場合も同様である)。光弾性実験データには種々な雑音を含む。それらを系統誤差と偶然誤差に分類する。系統誤差は、4章(1)で述べた負荷状況下での入力データから、荷重のみを零とし他の条件は同一にして入力されたデータを減ずることによって軽減できる。偶然誤差は3章の(1)~(3)の方法で平滑化することにより軽減できる。こうして系統誤差および偶然誤差を軽減して得られたデータが式(11), (12)の L に対応する輝度値であり、それらの中で最大値を求めれば、それが同じ式の L_0 に対応する輝度値である。

(3) 本研究で述べた等色線データの場合、実験データはそのまま保存する。当初の平滑化データは実数形計算で実行されたスプライン関数値であるが、これについては①実験データと同様のドット上での関数値を整数値に丸めたもの、もしくは②そのスプライン関数の節点と表現式中の係数を保存する二つの方法がある。主応力差開折については式(16)により計算された

比率関数 $r(x, y)$ の値を 1 画面分保存する。この関数値と式(14)より、弾性限界内のすべての荷重 P に対して、主応力差が計算できる。

〔質問〕 高橋 貴〔関東学院大学工学部〕

二次元光弾性法の等色線を数学的手法により一般化されたことに興味を持って拝見した。以下の点についてご教示願いたい。

(1) 提案されている構造依存型全域解析法の特徴は、特定の測定条件下の 1 枚の画像データから他の広範囲な測定条件下の解析が行えることにあるとあるが、測定条件とは適用荷重と考えてよいのか。

(2) 整数や整数+0.5 次の縞次数を決定する方法は、従来からいろいろ工夫されている(付1)。本論文では、どのような方法で縞次数を自動的に決定されているのか。

(3) ある特定荷重の実験から得られた主応力差分布から、種々な荷重下の主応力差分布を求めておられるが、これをどのように応用することを考えておられるのか。弾性領域内の応力解析であれば、特定荷重下での一つの実験のみで十分と思われるがいかか。

(4) 本法によって、主応力差を試験片全体にわたって求めることも可能とのことであるが、どのようにすれば求まるのか。

(5) 本法は、三次元光弾性法、例えば、応力凍結法に適用可能か。

〔回答〕 (1) 5 章で述べた主応力差開折の測定条件は荷重の大きさであり、等色線開折では荷重、入射光の波長、光弾性係数および試験片の厚さの各数値である。一般に、考察中の計測データを式(3)の関数 F の実現値と考えたとき、測定条件は F の開折変数である。

(2) 等色線実験データに対して、直接縞次数を自動的に割当て得る算法の開発は困難である(ご指摘の参考文献による方法でも、零次の縞がない場合には適用できないし、たとえそれが存在する場合であっても、雑音処理および零次の縞の決定に難点があるように推察される)。本研究では、2 章で述べた実験装置による実験を前提とし、4 章(1)の測定条件下で等色線データを取り込むとき、試験片の境界や特異点の近傍にある基準となる次数(例えば零次)の縞の位置を目視で読取る。この場合の記録は「境界からどちらの方向に何番めの縞の次数は何次」というふうに簡単なもので十分である。この基準となる縞の数はあまり多くない。この場合の画像データの読取り作業の手間は従来の方法によるものと大差がない。この基準となる縞の情報および画像データを入力データとして、4 章の

(2)~(5)のようにしてその測定条件下の試験片の全域について縞次数 N を計算し、5 章の等色線開折の考え方によってその結果を一般化する。これらの過程はすべてパーソナルコンピュータによって自動的に処理される。このように本法はデータ取り込み作業に工夫を凝らすことによって、以後の全作業を自動的に遂行している。

(3) 試験片全体の測定条件が弾性領域内にあることの保証があれば、ご指摘のとおり一つの実験で十分であり、これこそが本論文で強調した開折の考え方である。さらに本報による手法は、式(14)の開折法則を種々発展させることによって、例えば局部的に非線形挙動が現れる場合など、より広範囲な開折変数にも適用可能であると考えている。

(4) 7 章で述べた事項に関連しての質問と思う。そこでは今後の課題の一例を述べたものであり、誤解を招く表現であったことをお詫びする。そこでは、本報による手法は、等傾線や光干渉ひずみ計などを用いて得られる試験片の厚さ分布の処理などにも、式(14)のような開折法則を解明すれば適用可能であるとの考えを述べたものである。

(5) 本法は、要するに特定条件下で注意深く計測された実験データをその関数構造に基づいて試験片の全域にわたって高精度に解析した後、開折の考え方によってその結果を一般化するというものである。この方法は、三次元光弾性法に対しても基本的には適用可能と思われる。ただし、1 枚の画像データのみでは基準になる縞の判読が困難となる場合がありうる。

〔質問〕 笠野 英秋〔拓殖大学工学部〕

大変興味ある手法と思う。次の二点についてご教示願いたい。

(1) 貴方法では関数 F の選択に関連した測定条件 s_0 の決定法が結果の精度に大きく関与すると考えられるが、どのような基準で s_0 を決定するのか。

(2) スプライン関数の構成に際して、発生する等色線の多寡は近似の精度にどの程度影響するか。

(3) “必要に応じて $\pm 45^\circ$ 方向の平滑化も加味する”とあるが、これはヒゲなどの雑音を除去するためか。

〔回答〕 (1) 測定条件〔4 章(1)〕は、①各等色線が途切れていないこと、②各等色線がなるべく細いこと、③整数次縞と整数+0.5 次縞のコントラストがなるべく高いことである。なお、これらを満たす測定条件は、2 章の画像データ入力用プログラムを用いると、データを擬似カラー表示しながら、目視によって容易に決定することができる。

(2) 著者らはスプライン関数の節点を適切に自動設定する算法をすでに開発しており(付2)(付3), 3章で述べたスプライン関数はその自動設定法の使用を前提としている。試験片の極点や不連続点の近傍では等色線が密集しているが, 実験装置の分解能の限界により高次の縞の捕捉には限界がある。しかし, 実験データが縞を捕捉している範囲内では, 縞がどんなに密集していても当スプライン関数は原データを概して定常雑音の誤差の範囲内で数値および形状を近似している。この意味で, 等色線縞の多寡と当スプライン関数の精度とは無関係である。

(3) 一般に関数の極値が構造安定であるためにはその関数がモース関数であれば十分である。したがって, 3章で述べたパラメータ族を構成する最適な方向は, 考察中の縞の法線方向である。しかしこの方向は一定していない。一方パラメータ族を構成する方向はなるべく少ないほうが手間がかからなくて好都合である。できることなら一方向で済ませたいが, 閉曲線を描くことが多い光弾性縞をなるべくその法線方向に切断するためには一方向では不十分であり, 少なくとも縦, 横の2方向, 場合によってはこれに対角線(2方向)を加えた4方向が必要である。3章(4)の「必要に応じて」はこのことを意味している。

〔質問〕 梅崎 栄作〔日本工業大学〕

本論文を興味を持って拝聴した。以下の点についてご教示願いたい。

(1) 式(11), (12)を使って, 試験片の全領域すなわち全画素に縞次数を割り当てる方法をご教示願いたい。

(2) 式(11), (12)を使って縞次数を割り当てる方法は, 基本的には, Half-fringe法(付4)と類似していると思うが, 本法とHalf-fringe法との違いはなにか。

〔回答〕 (1) 式(10)の復号士と式(11), (12)の場合分けの条件との関連の質問と思われるので, これについて説明する。問題の核心は逆余弦関数の取扱いにある。一般角 θ についての余弦関数 $x = \cos \theta$ から逆余弦関数:

$$\theta = 2k\pi \pm \cos^{-1}x \quad (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

を構成したとき, 主値 $\cos^{-1}x$ の範囲は,

$$0 \leq \cos^{-1}x \leq \pi$$

である。 θ が非負のとき(縞次数 N は非負の範囲で考える), $k=0, 1, 2, \dots$ となる。そして,

① $2k\pi \leq \theta < (2k+1)\pi$ のとき,

$$\theta = 2k\pi + \cos^{-1}x$$

② $(2k+1)\pi \leq \theta < 2(k+1)\pi$ のとき,

$$\theta = 2(k+1)\pi - \cos^{-1}x$$

となる。ここで,

$$\theta = 2N\pi, x = 1 - 2L/L_0$$

とおき, N について解いたものが式(10), (11), (12)となる。3章で述べたパラメータ族を構成する方向の各切断線上において縞次数を割り当てる際に, 縞次数が4章(3)の k_0 の位置から出発して縞次数の増大する方向に進むときは, $k=k_0$ について式(11), (12), $k=k_0+1$ について式(11), (12), $k=k_0+2$ について式(11), (12), ...をこの順に適用することになる。縞次数の減少する方向に進むときは, $k=k_0-1$ について式(12), (11), $k=k_0-2$ について式(12), (11), $k=k_0-3$ について式(12), (11), ...をこの順に適用する。

(2) Half-fringe法をご指摘の論文に従ってHFPと略称することにする。HFPと本法とでは, 等色線の構造式を変形して縞次数を表現する逆三角関数の形式の構造式を導き, それによって試験片の全域にわたって縞次数を割り当てる点は類似しているが, 次の点は大きく異なっている。

① 本法では, 光弾性実験装置の分解能の範囲内であれば, 縞次数 N は何次であっても特に制限はなく自由に計算できるが, HFPでは縞次数 N が $0 \leq N \leq 0.5$ の範囲でしか対応できないため, 光弾性実験データを計測する際の試験片の材質と厚さおよび荷重に強い制限がある。

② 本法では, 光弾性実験データを取り込む際に, そのデータのほかに「基準となる次数の縞」のおおよその位置さえ読取れば良いが(その読取りと以後の利用は極めて容易である), HFPでは, Tardyの方法によって試験片の2点上で小数縞次数を高精度に計測する必要がある, これにはある程度の手間と熟練を必要とする。

③ 取り込み画像データの雑音処理について, 本法では(ア)データ取り込み時の同期加算による平滑化(16枚重ね), (イ)画像処理時における系統誤差および偶然誤差の軽減処理の両者を行っているが, HFPでは前者しか行っていない。本法はこの雑音処理および算法上の工夫によって雑音の影響をあまり受けない構造安定な解析法となっている。しかし, HFPでは(イ)を

(付1) 例えば, 梅崎・ほか2名, 非破壊検査, 33-8(1984), 603.

(付2) 馬渡・隆, 豊田, スプライン関数による縞画像の形状保存型平滑化に関する一考察, 日本経営工学会昭和63年度春期研究発表会予稿集, (1988), 37.

(付3) 馬渡・隆・豊田, 多次元データの形状保存型近似に関する研究, 日本経営工学会昭和63年度春期研究発表会予稿集, (1988), 39.

(付4) 例えば, Voloshin A. S. ほか1名, Exp. Mech., 23(9)(1983), 304-313.

行わない雑音のあるデータより小数次の縞次数を計測して以後の処理に必要なパラメータの値を計算しているため、結果の精度は一般には雑音による影響を強く受けるという意味で構造不安定な解析法となっている

と思われる。このことは、本法の適用結果、例えば図5)とご指摘の論文の適用結果〔例えば図9(a)〕の鮮明さの違いに顕著に現れている。

55巻509号, A編(1989-1) 正誤表

執筆者名	ページ	欄	行	誤	正
城野政弘ほか	31	表5	表説	荷重パターンII	荷重パターンIV
	"	表6	"	荷重パターンIV	荷重パターンII
沢 俊行ほか	76	右	16	の場合は1.55	の場合は1.33
	"	"	17	の値は1.48	の値は1.25
菅野良弘ほか	90	左	12	, 温度伝導率	, 内側境界の温度伝導率を
	"		式(17)	$\frac{e^{-r_0^2 \kappa_0} \omega_{n,l}^2 t/4}{\omega_{n,l}}$	$\frac{e^{-r_0^2 \kappa_0} \omega_{n,l}^2 t/4}{\omega_{n,l}}$
	95	左	8	ベキ乗則で	ベキ乗則で
今村仙治ほか	124	英文題名		Effects	Effects