銅の繰返し硬化挙動の結晶塑性的数値シミュレーション*

幡中 憲治^{*1}, 藤満 達朗^{*1}, 澄川 泰弘^{*2}

A Numerical Simulation of Cyclic Hardening in Copper

Kenji HATANAKA, Tatsuro FUJIMITSU, and Yasuhiro SUMIGAWA

The constitutive equation for analyzing the cyclic deformation was developed by introducing the concept of the internal stress and the dislocation multiplication into the Johnston-Gilman's equation modified by the authors. Then, the numerical simulation of the cyclic stress-strain hysteresis loop accompanied by the cyclic straining was done for the annealed copper. The stress and plastic strain ranges estimated were slightly different from the test results in the transition hardening stage under the total strain range-controlled condition. Meanwhile, the former was in good agreement with the latter in the saturation hardening stage, where the cyclic mechanical properties of materials were commonly represented in the practical use. The analyzed hysteresis loop tends to be fatter in shape than the experimental one at the larger strain range controlled in the test. This problem, however, is solved by adjusting one of the parameters included in the proposed constitutive equation, which are determined by the static tensile and stress-relaxation tests.

Key Words: Copper, Cyclic Hardening, Stress-Strain Hysteresis Loop, Numerical Simulation, Dislocation Dynamics, Internal Stress, Stress Relaxation Test

1. 緒 言

繰返し変形に伴って生じる応力-ひずみのヒステリシスループは、疲労寿命の推定、および疲労き裂進展速度の弾・塑性破壊力学的解析等に幅広く活用されている。しかしながら、これは繰返し変形試験を実施することによってのみ得られるのが現状である。それゆえ、この応力-ひずみヒステリシスループを静的機械的性質に関する諸量より推定する手法を探ることは、工学的にも工業的にも極めて重要であると考えられる。

先に著者らの一人は、動的な転位論としてその有用性が高く評価されている Johnston-Gilman⁽¹⁾⁻⁽³⁾の理論を繰返し変形の問題に拡張して適用することにより、銅の繰返し硬化挙動を結晶塑性的に、かつ定量的に解析することを試みた⁽⁴⁾⁽⁵⁾。しかしながら、その解析の過程で採用された内部応力および転位密度の評価法に若干の問題点が残された。

そこで本報では、先ず、内部応力 σ_i を第 1 回目の引張側 1/4 サイクル過程に於いて応力緩和試験⁽⁶⁾⁻⁽¹⁰⁾を実施することにより決定した。次に、繰返し硬化が飽和し

た段階において材料が有する総転位密度は、焼鈍材のその約 100 倍になる⁽¹¹⁾という報告を考慮した上で、転位の増殖係数、 M を求めた。そして、これらを定式化した後、Johnston-Gilman の関係式⁽¹⁾⁻⁽³⁾に導入することによって、新たに Johnston-Gilman の修正式を開発した。この式を用いて、繰返し変形に伴って生じる銅の応力-ひずみヒステリシスループを数値シミュレーションすることを試みた。

2. 供試材および試験方法

本研究に使用した材料は商業用純銅である。その化学成分を表 1 に示した。表 2 はこの材料に 500°C, 1 h の真空焼鈍を施した後の静機械的性質を示す。低サイクル引張・圧縮疲労試験は、閉ループ形電気油圧式疲労試験機(島津サーボパルサ EHF-EB 10 形, 容量 ± 10 t)を用いて、平行部長さ 20 mm, 平行部直径 10 mm の丸棒試験片の、12 mm 隔った標点間の軸方向変位を制御することにより実施された。なお、ひずみ比は $R_\epsilon = -1.0$ とした。用いた波形は三角波で、繰返し速度は 0.05~0.2 Hz である。

内部応力を測定するために、応力緩和試験⁽⁶⁾⁻⁽¹⁰⁾を実施した。これは材料の変形過程中的の所定の時点でひずみを一定に保持し、応力を緩和させる方法である。

* 昭和 63 年 11 月 23 日 中国四国支部・九州支部合同岡山地方講演会において講演、原稿受付 昭和 63 年 5 月 16 日。

^{*1} 正員, 山口大学工学部 (〒755 宇部市常盤台 2557)。

^{*2} 学生員, 山口大学大学院。

本試験では、第1回めの引張側1/4サイクル変形過程中において、応力-ひずみ曲線に沿う数点でひずみを約30分間保持することにより内部応力を求めた。図1は、これによって得られた銅の内部応力の一例である。

3. 解 析

本解析で使用した座標系を図2に示す。なお、第1回めの引張側1/4サイクルの応力-ひずみ曲線(静的引張りによる応力-ひずみ曲線)の解析には、図2中の点Oを原点とした σ - ϵ_p 座標系を用いた。一方、応力-ひずみのヒステリシスループの解析には、静的応力-塑性ひずみ曲線と内部応力-塑性ひずみ曲線の交点、 O_A を原点とした σ_A - ϵ_{pA} 座標系を用いた。なお、 σ_i および σ_e をそれぞれ負荷応力、内部応力および有効応力とすると、 $\sigma = \sigma_i + \sigma_e$ である^{(12)~(16)}ので、点 O_A においては $\sigma_e = 0$ である。

3.1 Johnston-Gilmanの修正式の導出 転位の運動と材料の巨視的な塑性変形を関係づける式として、次の式が広く知られている⁽¹⁷⁾。

$$\dot{\epsilon}_{pA} = gb\rho_m \bar{v} \quad (1)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_{pA}$ 、 g 、 b 、 ρ_m および $\bar{v}$ はそれぞれ塑性ひずみ

表1 供試材の化学成分(wt.%)

Material	Cu	Pb	Fe	Sn	Zn	Al	Ti	Ni	Si
Copper	99.99	—	0.001	—	0.001	—	—	—	—

表2 供試材の静機械的性質

Material	Yield stress MPa	Ultimate strength MPa	Elongation %	Reduction of area %	Fracture ductility	Hardness Hv (300g)
Copper	26 *	238	88	93	2.6	55.1

* 0.2% Proof stress

図1 応力緩和法により得られた純銅の内部応力の一例

速度、転位の運動によって生じるせん断ひずみを引張軸方向のひずみに換算するための定数、バーガースベクトル、可動転位密度および可動転位の平均速度である。著者らのうちの一人は、先に、式(1)に基づいて導出された Johnston-Gilman の関係式^{(1)~(3)}を繰返し変形を解析するために修正し、次式を導いた⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

$$\dot{\sigma}_A = E\dot{\epsilon}_{LA} - Egbv^*(\rho_{i0} + M\epsilon_{pA}) \times \exp\left(-\frac{D + H_1\epsilon_{pA} + H_2\epsilon_{pA}^{1/n}}{\sigma_A - \sigma_{iA}}\right) \quad (2)$$

ここで、 ρ_{i0} 、 M および v^* はそれぞれ、変形前の初期総転位密度、塑性変形の進行に伴う転位の増殖度を示す係数(multiplication coefficient of dislocation)、および応力が無限大のときの転位の移動速度(terminal velocity of dislocation)である。また、 D 、 H_1 、 H_2 および n は材料定数であり、 $\dot{\sigma}_A$ 、 $\dot{\epsilon}_{LA}$ 、 σ_{iA} および E は、応力速度、全ひずみ速度、内部応力およびヤング率である。

ところで、数回、試算した結果によると、式(2)中、 $H_1\epsilon_{pA}$ の項は、除去可能な項であることが判明した。そこで本解析においては、式(2)を次のように書き換えた。

$$\dot{\sigma}_A = E\dot{\epsilon}_{LA} - Egbv^*(\rho_{i0} + M\epsilon_{pA}) \times \exp\left(-\frac{D + H\epsilon_{pA}^{1/n}}{\sigma_A - \sigma_{iA}}\right) \quad (3)$$

点 O_A を原点とする σ_A - ϵ_{pA} 関係として表示されるヒステリシスループプロフィールは、点Oを原点とする σ - ϵ_p 関係を σ 軸および ϵ_p 軸に関してそれぞれ2倍に拡大したものとほぼ一致することが知られている⁽¹⁸⁾。また、例えば後述する図7によると、試験より得られた第1回めの引張側1/4サイクルの応力-ひずみ曲線と圧縮側1/2サイクルのループプロフィールにおける塑性ひずみの大きい領域での加工硬化指数、および降伏点はほぼ等しい。式(3)において前者は H により、

図2 解析に用いた座標系

後者は D により支配される。そこで本研究においては、 H と D は 1/4 サイクルの応力-ひずみ曲線とループロファイルにおいて等しいとして解析を行なった。したがって、第 1 回めの引張側 1/4 サイクルの応力-ひずみ曲線（静的引張りによる応力-ひずみ曲線）を与える解析式は、式 (3) より次のように導かれる。

$$\dot{\sigma} = E\dot{\epsilon}_t - Egbv^*\{\rho_{t0} + M(2\varepsilon_p)\} \times \exp\left\{-\frac{D+H(2\varepsilon_p)^{1/n}}{\sigma - \sigma_i}\right\} \quad (4)$$

なお、焼鈍された銅の静的引張応力-ひずみ曲線の原点 O においては、内部応力は存在しない ($\sigma_i = 0$)。したがって、このとき、 $\sigma = \sigma_e$ となり、原点 O ($\sigma = 0$) は点 O_A ($\sigma_e = 0$) と一致する。引張側 1/4 サイクルの応力-ひずみ曲線の計算に際して、式 (3) から式 (4) への変換が可能なのは、そのためであることに注意を要する。式 (3) および (4) が、本研究で実施した繰返し変形の解析の基礎式である。

3.2 内部応力の定式化 上述した応力緩和試験を実施することにより内部応力を定式化した。そして、その結果から演繹的にこれを次式のように表現した。

$$\sigma_{iA} = A[1 - \exp(-B\varepsilon_p)] \quad (5)$$

また、第 1 回めの引張側 1/4 サイクルの応力-ひずみ曲線（静的引張りによる応力-ひずみ曲線）を解析するために必要な内部応力の評価式は、式 (4) を求める際に用いた仮定をこの場合にも適用し、式 (5) より次のように導かれる。

$$\sigma_i = \frac{1}{2}A[1 - \exp(-B(2\varepsilon_p))] \quad (6)$$

ところで、銅は繰返し変形に伴い硬化する。それゆえ、内部応力 σ_{iA} も繰返し変形の進行につれて増加すると考えられる。そこで、これを表現するために、式 (5) および (6) 中の A および B を、それぞれ η の関数として次のように表した。

$$A = A_1\eta^{A_2} \quad (7)$$

$$B = B_1\eta^{-B_2} \quad (8)$$

ただし、 $\eta = \rho_{tN}/\rho_{tann}$ 、 ρ_{tN} および ρ_{tann} は、それぞれ第 N 回め半サイクル中の材料が有する総転位密度、および繰返し変形前の焼鈍材が有する総転位密度である。また、 A_1 、 A_2 、 B_1 および B_2 は定数である。式 (5) および (6) 中の A および B の大小が σ_i - ε_p 関係の形状に及ぼす影響が図 3 (a) および (b) に示されている。これらによると、 A の増加は、 σ_i - ε_p 関係の勾配を全体的に大きくし、また、 B の増加は、 σ_i - ε_p 関係の曲率を大きくする。これらのことを踏まえた上で、式 (7) および (8) 中の諸定数は、第 1 回めの引張側 1/4 サイクル過程に測定された σ_i - ε_p 関係に解析結果が一致す

るように数回の試算を繰返し、次のように決定された。

$$A_1 = 18.5 \quad (9)$$

$$A_2 = 0.45 \quad (10)$$

$$B_1 = 5\,000 \quad (11)$$

$$B_2 = 0.35 \quad (12)$$

式 (7) ~ (12) を式 (5) および (6) に代入することにより、内部応力はそれぞれ次のように決定される。

$$\sigma_{iA} = 18.5\eta^{0.45}\{1 - \exp(-5\,000\eta^{-0.35}\varepsilon_p)\} \quad (13)$$

$$\sigma_i = \frac{18.5}{2}\eta^{0.45} \times [1 - \exp\{-5\,000\eta^{-0.35}(2\varepsilon_p)\}] \quad (14)$$

3.3 転位の増殖係数の定式化 銅の繰返し硬化過程は、初期の急速硬化期間、硬化率が徐々に減少する繰返し硬化の過渡期間、および硬化率がほとんど零になる繰返し硬化の飽和期間の 3 段階に分けられる。したがって、式 (2) ~ (4) 中の転位の増殖係数、 M は繰返し変形過程初期においては大きく、変形が進むにつれて次第に減少し、繰返し硬化が飽和に至った段階ではほぼ零になるものと予測される。そこで、本研究において M は、繰返し変形過程の進行に伴って増大する累積塑性ひずみ、 $\sum|\varepsilon_p|$ の指数関数として減少すると仮定し、次式で表現した。

$$M = M_0 \exp(-m_0 \sum|\varepsilon_p|) \quad (15)$$

ここで、 M_0 および m_0 は定数である。なお、 $\sum|\varepsilon_p|$ は繰返し変形過程中、半サイクルごとに累積される塑性ひずみ量である。今、繰返し数、 N を $N = (2N' - 1)/4$ (た

(a) 定数 A が σ_i - ε_p 関係に与える影響

(b) 定数 B が σ_i - ε_p 関係に与える影響

図 3 式 (5)、式 (6) 中の定数 A および B が σ_i - ε_p 関係に及ぼす影響

だし、 N' は正の整数)とおくと、第 N サイクルの繰返し変形を受けた材料が有する総転位密度、 $\rho_{tN}(=\rho_{t(2N'-1)/4})$ は次式で与えられる。

(i) $N'=1(N=1/4)$ のとき

$$\rho_{t(1/4)} = \rho_{t0} + M_0 \exp(-m_0 \varepsilon_{p(1/4)}) \varepsilon_{p(1/4)} \cdots (16)$$

(ii) $N' \geq 2(N=3/4, 5/4, \cdots)$ のとき

$$\begin{aligned} \rho_{t(2N'-1)/4} &= \rho_{t(2N'-3)/2} \\ &+ M_0 \exp(-m_0 \sum_{k=1}^{N'} \varepsilon_{pA(2k-1)/4}) \varepsilon_{pA(N'-1)/4} \\ &\cdots \cdots \cdots (17) \end{aligned}$$

ここで、 $\varepsilon_{p(1/4)}$ 、 $\varepsilon_{pAN}(=\varepsilon_{pA(2N'-1)/4})$ は、それぞれ、最初の第 1/4 サイクルめ中に生じる塑性ひずみ、ならびに、第 $(N-1/2)$ サイクルめから第 N サイクルめの半サイクル中に生じる塑性ひずみである。後述するように、解析は式(3)を半サイクルごと順次積分することにより行われる。この際、半サイクル中において M の値は一定に保たれると仮定した。

ところで、試験条件である全ひずみ幅、 $\Delta \varepsilon_t$ が大きくなるほど飽和に達したときの総転位密度が大きくなることが知られている。このことは、 $\Delta \varepsilon_t$ が大きい試験条件下での繰返し変形過程におけるほど、累積塑性ひずみに対する M の減少が軽減されることと等価であ

る。図 4(a)および(b)は、 m_0 の大小が M 、および総転位密度-累積塑性ひずみの関係に及ぼす影響を示す模型図である。これから明らかなように、大きい $\Delta \varepsilon_t$ に対する繰返し変形過程は m_0 を小さくすることによって表現できる。そこで、本解析では m_0 を、静的応力-塑性ひずみ曲線、 $\sigma = \sigma_0 \varepsilon_p^{n_0}$ の微係数 $d\sigma/d\varepsilon_p = \sigma_0 n_0 \varepsilon_p^{n_0-1}$ に基づいて次のように決定した。

$$m_0 = C \cdot \varepsilon_p^{n_0-1} \cdots \cdots \cdots (18)$$

C は、繰返し変形が飽和した段階での総転位密度は繰返し変形前の焼鈍材のその約 100 倍になるという報告⁽¹¹⁾を参照し、 $\Delta \varepsilon_t = 0.60\%$ の試験条件に対して、式(16)および(17)を適用し、

$$C = 8.58 \times 10^{-2} \cdots \cdots \cdots (19)$$

と決定した。ただし n_0 は単純引張応力-塑性ひずみ曲線における加工硬化指数である。

3・4 転位の運動に対する材料の抵抗を表す材料定数 D の定式化 転位の運動に対する材料の抵抗を表す材料定数 D (drag stress)は降伏応力 σ_y に比例することが知られている⁽¹⁹⁾。したがって、次式が成立する。

$$D = K_1 \sigma_y \cdots \cdots \cdots (20)$$

また、降伏応力は総転位密度の 1/2 乗に比例するという報告⁽²⁰⁾より、 N 回の繰返し変形を受けた材料の降伏応力 σ_y は次式で与えられる。

$$\sigma_y = K_2 \rho_{tN}^{1/2} \cdots \cdots \cdots (21)$$

ここで、 K_1 、 K_2 は比例定数である。第 N 回めの材料の有する総転位密度 ρ_{tN} は、先の定義より、

$$\rho_{tN} = \rho_{tann} \cdot \eta \cdots \cdots \cdots (22)$$

である。よって、式(21)および(22)を式(20)に代入することにより、

$$D = K_1 \cdot K_2 \rho_{tann}^{1/2} \cdot \eta^{1/2} \cdots \cdots \cdots (23)$$

を得る。ここで、第 1 回めの引張側 1/4 サイクル過程における D を D_0 で表すと、このとき $\eta = \rho_{tN}/\rho_{tann} = 1$ であるので、式(23)より $D_0 = K_1 \cdot K_2 \rho_{tann}^{1/2}$ となる。結局、式(23)は、

$$D = D_0 \cdot \eta^{1/2} \cdots \cdots \cdots (24)$$

と書ける。ここで D_0 は材料定数である。

3・5 材料定数 H 、 n および D_0 の決定方法 H 、 n および D_0 が、それぞれ、静的応力-ひずみ曲線プロフィールに与える影響を図 5(a)、(b)および(c)に示す。図 5(a)によると、 H の値が大きくなるほど、静的応力-ひずみ曲線のこう配 $d\sigma/d\varepsilon$ が増加する。また、図 5(b)は、 n の値が大きくなるほど、 σ - ε 関係の降伏点近傍の曲率が増すことを示している。そして、図 5(c)より、 D_0 は応力-ひずみ曲線のこう配および曲率にはほとんど影響を与えず、この大小は静的応力-

(a) 定数 m_0 が M - $\sum |\varepsilon_p|$ 関係に与える影響

(b) 定数 m_0 が ρ_{tN} - $\sum |\varepsilon_p|$ 関係に与える影響

図 4 式(16)、式(17)中の定数 m_0 の大小が転位の増殖係数-累積塑性ひずみ関係と総転位密度-累積塑性ひずみ関係に及ぼす影響

ひずみ曲線を応力軸の正の方向あるいは負の方向に移動させる効果を有することがわかる。よって、 H 、 n および D_0 の値を変化させることにより、それぞれ、応力-ひずみ曲線のこう配、降伏点近傍の曲率および応力レベルを合理的に制御することができる。そこで、式(14)を式(4)に代入した上で、式(4)を用いて、第1回めの引張側1/4サイクル過程における応力-ひずみ曲線のプロファイルを数回、試算した。そして、その結果が試験結果と一致するようにこれら三つの定数を次のように決定した。

$$H=1000 \text{ (MPa)} \quad (25)$$

$$n=3 \quad (26)$$

$$D_0=125 \text{ (MPa)} \quad (27)$$

3.6 ヒステリシスループに関する解析 実験に使用したひずみ波形は三角波である。それゆえ、原点を図2中の点Oに設定する第1回めの引張側1/4サイクルの応力-ひずみ曲線(静的引張りによる応力-ひずみ曲線)の解析に際して、 ε_t および $\dot{\varepsilon}_t$ は次式によって表される。

(i) $0 < t < T/4$ のとき

$$\varepsilon_t = 2f\Delta\varepsilon_t t \quad (28)$$

$$\dot{\varepsilon}_t = 2f\Delta\varepsilon_t \quad (29)$$

(ii) $T/4 < t < 3/4 T$ のとき

$$\varepsilon_t = 2\Delta\varepsilon_t(1-2f\phi) - 2f\Delta\varepsilon_t t \quad (30)$$

$$\dot{\varepsilon}_t = -2f\Delta\varepsilon_t \quad (31)$$

ここで、 T および f は、それぞれ繰返しひずみ波の周期および繰返し速度(周波数)である。また、 ϕ は位相差であり、次式により与えられる。

$$\phi = \frac{(\Delta\varepsilon_t/2) - \varepsilon_{0A}}{2f\Delta\varepsilon_t} \quad (32)$$

ただし、 ε_{0A} は、図2中の点Oを原点として評価された、点O_Aにおけるひずみの絶対値である。点O_Aは、式(4)に式(28)~(32)を代入し、これを図2中の点Oから積分することにより算出された応力-塑性ひずみ曲線と内部応力-塑性ひずみ曲線の交点、すなわち有効応力 $\sigma_e = 0$ の点である。次に、図2中の点O_Aを原点とする応力-ひずみのヒステリシスループプロファイルの解析に際しては、 ε_{tA} および $\dot{\varepsilon}_{tA}$ は次式によって表される。

(i) $0 < t < T/2 - \phi$ のとき

$$\varepsilon_{tA} = 2f\Delta\varepsilon_t t \quad (33)$$

$$\dot{\varepsilon}_{tA} = 2f\Delta\varepsilon_t \quad (34)$$

(ii) $T/2 - \phi < t < T - \phi$ のとき

$$\varepsilon_{tA} = 2\Delta\varepsilon_t(1-2f\phi) - 2f\Delta\varepsilon_t t \quad (35)$$

$$\dot{\varepsilon}_{tA} = -2f\Delta\varepsilon_t \quad (36)$$

式(3)に式(32)~(36)を代入し、これを点O_Aから半サイクルごとに初期条件を変更しつつ積分すれば、繰返し変形過程の進行に伴って生じる応力-ひずみのヒステリシスループの変化を算出することができる。なお、解析に用いた銅固有の各定数を以下に示す。

$$E=137 \text{ (GPa)}$$

$$g=0.5$$

$$b=2.556 \text{ (\AA)}$$

$$V^*=2270 \text{ (m/s)}^{(4)}$$

$$n_0=0.323$$

$$\rho_{\text{tann}}=10^8 \text{ (1/cm}^2\text{)}$$

$$M_0=5 \times 10^{10} \text{ (1/cm}^2\text{)}^{(21)}$$

実際の計算は、電子計算機を用いて Runge-Kutta 法により式(3)および(4)を数値積分することにより行われた。

図5 式(3)、式(4)中の材料定数 H 、 n および D_0 が、静的応力-ひずみ曲線プロファイルに与える影響

4. 解析結果および考察

4.1 引張応力-ひずみ曲線に関する解析結果

図6に、内部応力[式(14)]をJohnston-Gilmanの修正式[式(4)]に導入し、これを数値積分することにより得られた引張応力-ひずみ曲線と内部応力-ひずみ曲線を、試験結果とともに示す。引張応力-ひずみ曲線および内部応力-ひずみ曲線ともに解析結果と試験結果は極めて良く一致している。これより、式(4)および(14)は銅の引張応力-ひずみ曲線を表現するための良好な構成式であることがわかる。

4.2 繰返し変形過程の進行に伴う応力-ひずみヒス

図6 引張応力-ひずみ曲線に関する解析結果と試験結果の比較

テリシスループの変化に関する解析結果と試験結果の比較 図7(a), (b)および(c)に、全ひずみ幅 $\Delta\epsilon_t=0.32, 0.60$ および 1.22% の試験条件下での繰返し変形過程の進行に伴う、応力-ひずみヒステリシスループの変化に関する解析結果と試験結果との比較を示した。なお、いずれの図にも、繰返し数、 $N=1\sim5$ 、および繰返し硬化が飽和した時点のヒステリシスループのみを示してある。これによると、 $\Delta\epsilon_t=0.60\%$ の試験条件下では全繰返し変形過程において両者はよく一致するが、 $\Delta\epsilon_t=0.32$ および 1.22% の試験条件下では、繰返し変形過程初期の段階において、解析結果と試験結果との間に差異を生じる。しかし、繰返し変形が飽和した段階においては、 $\Delta\epsilon_t=1.22\%$ の場合を除いて、解析結果は、定性的にも、定量的にも試験より得られるヒステリシスループプロファイルをよく表現している。また、解析結果は、繰返し変形特有のバウシガ効果をうまく表現している。これは、式(13)および(14)で与えられた内部応力の評価式が妥当であることを示唆するものである。とりわけ、式(8)中の B 項を η の関数として減少するように定式化したことが、繰返し変形を伴う応力-ひずみヒステリシスループの形状の変化をうまく表現することに寄与したものと考えられる。なお、 $\Delta\epsilon_t=1.22\%$ の試験条件では、ヒステリシスループに関する解析結果は試験結果に比して若干、矩形化する傾向を有する。このことについては、後の節で考察を加える。

図8に繰返し応力-ひずみ曲線に関する解析結果と試験結果の比較を示す。これによると、解析結果は低

図7 繰返し変形挙動の進行に伴う応力-ひずみのヒステリシスループの変化に関する解析結果と試験結果の比較

塑性ひずみ域から高塑性ひずみ域に至るまで、試験結果と極めて良く一致している。とりわけ、解析結果は $\log \sigma_s - \log \varepsilon_{ps}$ 関係が高塑性ひずみ域で上に凸に折れ曲がる現象をも良く表現している。このように、本解析手法により、事実上重要な繰返し硬化が飽和に至った段階における銅の応力-ひずみ関係を極めて良い精度で推定することができる。

4.3 繰返し硬化挙動に関する解析結果と試験結果の比較 図9(a)および(b)に、それぞれ、繰返し変形過程の進行に伴って生じる応力幅 $\Delta\sigma$ および塑性ひずみ幅 $\Delta\varepsilon_p$ の変化に関する解析結果と実験結果との比較を示す。これによると、 $\Delta\varepsilon_p - N$ 関係に関する解析結果は、試験条件であるいずれの $\Delta\varepsilon_i$ に対しても試験結果を良く表現している。また、 $\Delta\sigma - N$ 関係に関する解析結果は、硬化が飽和した段階では、いずれの $\Delta\varepsilon_i$ に対しても試験結果と良く一致している。しかし、 $\Delta\varepsilon_i = 0.82, 1.00$ および 1.22% の試験条件下では、繰返し変形の初期段階において解析により得られた応力幅は試験結果より小さくなり、その傾向は $\Delta\varepsilon_i$ が大きくなるほど顕著となる。逆に、 $\Delta\varepsilon_i = 0.32\%$ の試験条件下では前者は後者より大きくなる。ところで、塑性ひずみのうちには転位の増殖に直接寄与する塑性ひずみ(有効塑性ひずみ)と、これに寄与しない塑性ひずみ(無効塑性ひずみ)があると考えられる⁽⁵⁾。それゆえ、転位の増殖係数は累積塑性ひずみではなく累積有効塑性ひずみの関数として表現されるべきかもしれない。この点を含め、上述した解析結果と試験結果との相違については今後さらに検討すべき課題と考える。

このように、本解析方法は、いわゆる急速繰返し硬化過程を正確に表現できない点に若干の問題点を内包している。しかし、本解析は、実用上重要な繰返し硬化が飽和した段階における銅の繰返し変形挙動をうまく表現することができる。本解析法は、この点に価値を

有している。

4.4 応力-ひずみヒステリシスループ形状を支配する解析上の因子 先に、図7(c)に関連して、 $\Delta\varepsilon_i = 1.22\%$ の試験条件に対して算出されたヒステリシスループプロファイルは試験結果と一致しないことを述べた。この試験条件下で繰返し硬化が飽和した段階のヒステリシスループに関する解析結果と試験結果の比較を図10に示した。図中、一点鎖線で描かれたループプロファイルが、先に述べた定数を用いた解析結果である。これによると、解析によって得られた応力幅と塑性ひずみ幅は試験結果と良く一致している。繰返し硬化が飽和した段階における応力幅とひずみ幅に関する解析結果が、試験条件である $\Delta\varepsilon_i$ の大小にかかわらず試験結果と良く一致することは、既に図9(a)および(b)に関連して述べたとおりである。一方、図7(c)に関連して述べたように、図10中、一点鎖線で表示されたヒステリシスループプロファイルは試験結果に比べてより"矩形形状"を呈する。解析結果と試験結果とのこのような差は試験条件であるひずみ幅が大きくなるほど顕著になる。

ところで、図3(b)より明らかなように、 $\sigma_i - \varepsilon_p$ 関係の形状は式(5)および(6)中に含まれる B の値の影

(a) 応力幅と繰返し数の関係

(b) 塑性ひずみ幅と繰返し数の関係

図8 繰返し応力-ひずみ曲線に関する解析結果と試験結果の比較

図9 繰返し硬化挙動に関する解析結果と試験結果の比較

図 10 式(8)中の定数 B_2 の変化が
ヒステリシスループ形状に与える影響

響を強く受ける。そこで、式(8)中の B_2 をこれまでの 0.35 から、0.40 および 0.50 へ変化させた場合に得られたループプロファイルの解析結果を図 10 中、実線および破線で示した。破線で描かれたループプロファイルは試験結果より“細身”であるが、実線は試験結果と良く一致している。このように、本研究で提案した解析式中の B_2 以外の定数を全て固定し、 B_2 のみを操作することによりヒステリシスループ形状を自由に制御することができる。これは、本報で提案した解析式は、種々の応力-ひずみヒステリシスループ形状に対応できる優れた構成式であることを示している。

5. 結 言

静的引張試験より得られた力学的諸量と応力緩和試験より実験的に求めた内部応力、それに繰返し変形過程中、転位密度が初期値の約 100 倍に増加するという仮定を用い、Johnston-Gilman の式を修正することにより、商業用純銅の繰返し数の増加に伴う応力-ひずみヒステリシスループの変化を数値シミュレーションすることを試みた。その結果、繰返し硬化過程初期におけるヒステリシスループの応力幅、 $\Delta\sigma$ および塑性ひずみ幅、 $\Delta\epsilon_p$ の解析結果は、試験結果との間に差

異を生じるものの、硬化が飽和に至った段階では、両者は良く一致した。したがって、本解析手法を用いれば静的引張試験と応力緩和試験を実施することにより、銅の繰返し応力-ひずみ曲線を推定することが可能である。また、解析によって得られたヒステリシスループの形状は、試験条件である全ひずみ幅 $\Delta\epsilon_t$ が大きくなるほど、試験結果に比べて矩形状を呈する傾向にあった。しかし、この問題は、内部応力の評価式に含まれる定数のうちの一つの値(B_2)を変化させることにより解消される。これより、本研究で提案された解析式は種々のループ形状に対応できる優れた構成式であることが示された。

なお、福井大学工学部小幡谷洋一先生から討論の過程で本論文の不備な点をご指摘いただき、その部分を訂正させていただいた。ここに記して小幡谷先生に厚くお礼申し上げる。また、本研究に対し昭和 62 年度の文部省科学研究費、一般研究(B)(研究課題番号 62460079)を受けた。記して謝意を表する。

文 献

- (1) Johnston, W. G. and Gilman, J. J., *J. Appl. Phys.*, 30 (1959), 129.
- (2) Gills, P. P. and Gilman, J. J., *J. Appl. Phys.*, 36(1965), 3370.
- (3) Gilman, J. J., 文献(2)の 2772 ページ.
- (4) 山田・幡中・与川, 機論, 40-339(昭 49), 2967.
- (5) 幡中・山田・広瀬, 機論, 47-423, A (昭 56), 1119.
- (6) Gibbs, G. B., *Phil. Mag.*, 13(1966), 317.
- (7) Solomon, A. A., Ahlquist, C. N. and Nix, W. D., *Scripta Met.*, 4(1970), 231.
- (8) Feltham, P., *J. Inst. Metals*, 89(1960/61), 210.
- (9) Li, J. C. M., *Can. J. Phys.*, 45(1967), 493.
- (10) Gupta, I. and Li, J. C. M., *Met. Trans.*, 1(1970), 493.
- (11) Hancock, J. R. and Grosskreutz, J. C., *Acta Met.*, 17 (1967), 77.
- (12) Menezes, R. A. and Nix, W. D., *Acta Met.* 19(1971), 645.
- (13) 長谷川・及川, 日本金属学会会報, 11(昭 47), 192.
- (14) 吉永, 日本金属学会会報, 16(昭 52), 197.
- (15) 岩崎・猪飼, 松田, 日本金属学会誌, 51 (昭 62), 181.
- (16) 岩崎・猪飼, 材料, 34 (昭 60), 1133.
- (17) Orowan, E., *Proc. Phys. Soc.*, 52(1940), 8.
- (18) Morrow, JoDean, *ASTM STP*, 378(1965), 45-87.
- (19) Kuhlmann-Wilsdorf, D. (Hirth, J. P. 編), *WORK HARDENING*, 46(1966), 97.
- (20) Gilman, J. J. (McMahon, C. J. 編), *Microplasticity*, (1968), 17.
- (21) Livingston, J. D., *Acta Met.*, 10(1962), 229.

討 論

〔質問〕 大野 信 忠 (名古屋大学工学部)

銅の繰返し硬化挙動が Johnson-Gilman の理論に基づいて詳細かつ精密に記述されており、大変興味深く拝読した。以下の点についてご教示願いたい。

(1) この論文では、平均応力および平均ひずみが零の場合を検討しておられるが、それらが非零の場合への貴理論の適用についてお尋ねする。図2の座標系に基づく内部応力の発展式(5)は、平均応力非零の場合にどのように適用するのか。また、総転移密度の $\Delta\epsilon_t$ 依存性を考慮するために、式(18)を用いておられるが、初期負荷のもとで大きな予塑性ひずみが生じる場合にはこの式の ϵ_p をどのように取るのか。

(2) 総転移密度の $\Delta\epsilon_t$ 依存性を考慮するための式(18)は静的応力ひずみ曲線の微係数に基づいて決定されているが、これについてもう少し詳しいご説明をいただければ幸いである。なお式(18)の ϵ_p は、質問(1)と関連するが、塑性ひずみ振幅と解釈してよろしいか。

〔回答〕 (1) 付図1に $\Delta\epsilon_{p1}/2$ の塑性ひずみを初期負荷として与え、その後ある任意の平均応力および平均ひずみ下、 $\Delta\epsilon_{p2}$ のひずみ幅で繰返し変形試験を実施した場合の応力-塑性ひずみ曲線(実線)、および内部応力-塑性ひずみ曲線(点線)の模式図を示した。ひずみ幅、 $\Delta\epsilon_{p2}$ の条件下で繰返し変形過程の内部応力を求めるためには、まず、点 O_{A1} からの圧縮過程における内部応力を $\Delta\epsilon_{p1}$ の条件のもとで算出する。そして、得られた内部応力-塑性ひずみ曲線上において、 $\Delta\epsilon_{p2}$ のひずみ幅で繰返し変形試験を実施する際の最小塑性ひずみに対応する内部応力、すなわち点 O_{A2} を決定する。しかる後に、この点を原点とし式(5)を適用することにより図に示すとヒステリシスループを算出できる。

銅の繰返し変形は、溶質原子の働きが原因で起こる時効効果などの影響を受けず、ほぼ転位の増殖のみによって決定される。つまり、繰返し硬化が飽和に至った段階の応力-ひずみのヒステリシスループはそれに至るまでの履歴に依存せず、繰返し変形試験の試験条件である全ひずみ幅、 $\Delta\epsilon_t$ のみによって決定される。したがって、初期負荷直後、およびその後のあるひずみ振幅下で繰返し変形が飽和した段階における総転位密度を決定できるので、両者の関係に基づき任意の $\Delta\epsilon_t$ に対する総転位密度を表現する手法を開発中である。したがって現時点ではご指摘の試験条件下での式

(18)に対応する評価式の詳細は定まっていない。なお、この場合には総転位密度は $\Delta\epsilon_t$ の繰返し変形中、予塑性ひずみ時の値から次第に減少することになる。このようにご質問の内容の詳細については目下検討中で、これについては近い将来報告したい。

(2) 飽和時の総転位密度の $\Delta\epsilon_t$ 依存性は $\Delta\epsilon_t$ が大きくなるにつれて小さくなる。一方、静的応力-ひずみ曲線における加工硬化指数も本研究で対象とした塑性ひずみ域においては、塑性ひずみの増加につれて小さくなる。これは塑性ひずみの増加につれて総転位密度の増加割合が減少することによって考えられる。本研究では、繰返しと単純引張りにおける変形過程のこのような類似点を相対応させて m_0 を決定した。なお、式(18)中の ϵ_p はご指摘のように塑性ひずみ振幅である。

〔質問〕 小幡谷 洋一 (福井大学工学部)

繰返し硬化特性が極めて良く表現されている点、興味深く拝見した。以下の点をご教示願いたい。

(1) 内部応力 σ_i と静的応力-塑性ひずみ曲線はひずみ速度に依存しないと考えてよいのか〔式(6)と式(18)をみるかぎりそうと思われるので〕。

(2) 式(3)と式(4)が解析の基礎式とされている。式(3)は右辺第2項の符号を変えた関数 f を用いて書きかえ、

$$(E - d\sigma_A/d\epsilon_A) \dot{\epsilon}_A = f(\epsilon_{pA}, \sigma_A, \sigma_{iA})$$

となる。式(4)の算出にあたり、二つの曲線の相似性を仮定されているが、その場合対応する各点でのひずみ硬化係数もほぼ等しく、かつ内部応力の相似性も考慮すると式(4)は次式形で記述できる。

$$(E - d\sigma/d\epsilon_t) \dot{\epsilon}_t = f(2\epsilon_p, 2\sigma, 2\sigma_i)$$

上式と式(4)の対応についてご教示願いたい。

〔回答〕 (1) ご指摘のように、内部応力の評価

付図 1

付図 2

式(6)においてはひずみ速度を考慮していない。静的応力-ひずみ曲線の解析は、本文中、式(4)を用いてなされている。したがって、応力-ひずみ曲線のひずみ速度依存性は内部応力ではなく有効応力のひずみ速度依存性を通じて表現されることになる。

(2) ご指摘によると、第1回目の引張側 $\frac{1}{4}$ サイクルの応力-ひずみ曲線を与える解析式〔式(4)〕は次のようになる。

$$\dot{\sigma} = E\dot{\epsilon}_t - Egbv^* \{ \{ \rho_{t0} + M(2\varepsilon_p) \} \}$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{D + H(2\varepsilon_p)^{1/n}}{2\sigma - 2\sigma_i} \right\}$$

上式を用い、第1回目の引張側 $\frac{1}{4}$ サイクルにおける応力-ひずみ曲線の解析結果が試験結果と一致するように数回の試算を行うことにより、式中の定数 H , n , および D が決定された [$(H=3000(\text{MPa}), n=3, D_0=160(\text{MPa}))$]. そして、これらの定数を用いてループ

プロフィールの解析を行った結果(点線)を、本論文に記述した値 [$H=1000(\text{MPa}), n=3, D_0=125(\text{MPa})$] を用いた式(4)による解析結果(実線), および試験結果(○)とともに付図2に示す。なお図は、第1回目の圧縮側 $1/2$ サイクル過程中的のループプロフィールを $\sigma_A - \sigma_A - \varepsilon_A$ 座標系を用いることによって示したものである。これによると、上式を用いた解析結果は、試験結果に比して塑性ひずみが大きい領域において大きなこう配を示す。また、降伏点も試験結果におけるより解析結果においてかなり大きい。以上の結果は、第1回目の引張側 $1/4$ サイクルの応力-ひずみ曲線とループプロフィールが完全に相似であると仮定することにより生じる。ところで、本文中、図7に示した試験結果からも明らかなように、塑性ひずみが大きい領域での加工硬化指数、および降伏点は引張側 $1/4$ サイクルと圧縮側 $1/2$ サイクル時のループプロフィールにおいてほぼ等しい。式(4)において前者は H により、また後者は D により支配される。そこで本研究においては、 D と H は $1/4$ サイクル時の引張応力-ひずみ曲線とループプロフィールにおいて等しいとして解析を行った。その解析結果(実線)は、付図2に示されるように、試験結果と非常によく一致する。

したがって、式(4)は

$$\dot{\sigma} = E\dot{\epsilon}_t - Egbv^* \{ \{ \rho_{t0} + M(2\varepsilon_p) \} \}$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{2D + 2H(2\varepsilon_p)^{1/n}}{2\sigma - 2\sigma_i} \right\}$$

$$= E\dot{\epsilon}_t - Egbv^* \{ \{ \rho_{t0} + M(2\varepsilon_p) \} \}$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{D + H(2\varepsilon_p)^{1/n}}{\sigma - \sigma_i} \right\}$$

となる。