層内に円孔欠陥を有する突合せ接着継手の応力解析*
(曲げモーメントを受ける場合)天 摩 勝 洋*¹, 沢 俊 行*²
仲 野 雄 一*³, 内 田 洋 彰*⁴A Two-Dimensional Stress Analysis of Butt Adhesive Joints
with a Circular Hole Defect in Adhesives
(The Case Where Joints are Subjected to External Bending Moments)Katsuhiko TEMMA, Toshiyuki SAWA,
Yuichi NAKANO, and Hiroaki UCHIDA

This paper deals with a two-dimensional stress analysis of butt adhesive joints with a circular hole defect in an adhesive subjected to external bending moments. Assuming that adherends are rigid and replacing an adhesive with a finite strip including a hole defect, the analysis is done using the two-dimensional theory of elasticity in order to examine the strength of joints. The effects of the location and size of a hole defect on the stress distributions around the hole and at the interfaces are shown by numerical computations. For verification, photoelastic experiments are performed. The analytical result is in fairly good agreement with the experimental result. As a result, it is seen that the principal stress around a hole becomes larger with an amount of shift to the free boundary and it is seen that the stress concentration becomes larger with an increase of the size of a hole.

Key Words: Elasticity, Stress Analysis, Butt Adhesive Joint, Bending Moments, Photoelasticity, Circular Hole, Defect

1. 結 言

新しい構造用接着剤の開発に伴い、機械構造物に接着継手が用いられるようになってきた。接着接合はねじ締結やリベット結合などの機械的結合と比べて、ボルトやリベット穴がないので、応力集中が生じにくい、軽量化できるなどの利点を有する。他方、継手の強度のばらつきが大きいなどの欠点を有しているため、いまだ機械の主要部分に使用されるには至っていない。従来より接着継手構造の設計においては経験によるところが多く、設計に必要なデータの整備と体系的設計法の確立が望まれている⁽¹⁾。これまで、突合せ、スカーフおよび重ね合わせ接着継手の応力分布に関して、有限要素法による解析^{(2)~(4)}、光弾性による研究⁽⁵⁾、弾性論による解析^{(6)~(9)}がなされているが、従来の研究においては、接着層に含まれる気泡や端部におけるだれや未接着部などの欠陥がない理想的な継手を対象として

いる場合がほとんどである。実際の接着作業においては上述の気泡やだれなどの欠陥が生じる可能性が高く、このことが接着継手の強度のばらつきの一原因とも考えられている。しかし、これらの欠陥が継手内の応力分布あるいは継手強度に及ぼす影響に関する研究は、引張荷重を受ける層内に円孔欠陥を有する継手の研究⁽¹⁰⁾を除いて今まであまりなされていないようであり、接着継手の体系的設計法の確立のためにも早急に検討すべき課題であると考えられる。なお、曲げモーメントを受ける有孔無限板に関する研究は従来よりいくつか⁽¹¹⁾⁽¹²⁾なされている。

そこで本研究では、気泡に相当する円孔欠陥を有する突合せ接着継手が曲げモーメントを受ける場合の継手内の応力分布を解析し、このような円孔欠陥が継手の強度に及ぼす影響を明らかにすることを目的としている。理論的には、剛体とみなした被着体と円孔欠陥を有する接着層とを有限長帯板にモデル化し、二次元弾性論(平面応力)を用いて接着層境界、円孔周縁の応力および変位の境界条件を満足するように反復法により解析を行う。この解析に基づき円孔の位置や大きさが接着層内部の応力分布に及ぼす影響について数値的に検討する。さらに、光弾性実験を行い解析結果と実験結果の比較検討を行う。

* 平成元年1月25日 第955回講演会において講演、原稿受付 昭和63年7月1日。

*¹ 正員、木更津工業高等専門学校 (〒292 木更津市清見台東2-11-1)。

*² 正員、山梨大学工学部 (〒400 甲府市武田4-3-11)。

*³ 正員、相模工業大学工学部 (〒251 藤沢市辻堂西海岸1-1-25)。

*⁴ 学生員、山梨大学大学院。

図1 接着層内に単円孔欠陥を有する突合せ接着継手

2. 理論解析

図1に層内に1個の円孔欠陥を有する接着層により寸法形状、材質の等しい二つの被着体を突合せ接着し、被着体の遠方で曲げモーメント M が作用する場合を示す。ここで、円孔の半径を a 、その中心座標を (x_0, y_0) とする。

接着層を高さ $2h$ 、幅 $2l$ の有限長帯板(I)に置き換え、その縦弾性係数を E 、ポアソン比を ν とする。同様に、被着体は幅 $2l$ の半無限長帯板(II)に置き換え、本研究では被着体は剛体とみなし、接着層について解析を行う。この場合、境界条件は接着層の各境界においては式(1)～(2)で与えられ、円孔境界においては式(3)となる。なお、 u は x 方向変位、 v は y 方向変位、 ε_0 は $x=l$ 、 $y=h$ での最大変位を表し、 M は $M = \int_{-l}^l \sigma_y|_{y=\pm h} \cdot x dx$ で与えられる。

$$\sigma_x = 0, \tau_{xy} = 0 (x = \pm l) \quad (1)$$

$$v = \frac{\varepsilon_0}{l} x, \frac{\partial u}{\partial x} = 0 (y = \pm h) \quad (2)$$

$$\sigma_r = 0, \tau_{r\theta} = 0 (r = a) \quad (3)$$

これらの条件を満足する解を得るために次に示す手順で解析を行う。すなわち、

手順(1) 式(1)および式(2)を境界条件とする円孔のない有限長帯板が曲げモーメント M を受ける場合の解を文献(8)の方法により求め、この結果から円

(b)

図2 解析方法

孔周縁 ($r=a$) での応力 σ_r および $\tau_{r\theta}$ を計算する。

手順(2) 次に式(3)の境界条件を満たすために手順(1)によって得られたこれらの円孔周縁の応力を打ち消す図2(a)に示すような逆向きの応力 σ_r および $\tau_{r\theta}$ を作用させる。このとき、極座標表示のエアリーの応力関数 ψ を用いると、各応力と変位は式(4)および式(5)で与えられる⁽¹³⁾。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} 2Gu &= -\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{1+\nu} r \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ 2Gv &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \frac{1}{1+\nu} r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $\nabla^4 \psi = 0$ 、 $\nabla^2 \psi = 0$ 、 $\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 (r\phi)}{\partial r \partial \theta}$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2},$$

G は横弾性係数であり、 $E = 2G(1+\nu)$ となる。また、図2(a)に示すような円孔をもつ無限板の応力解析のために用いる応力関数 ψ は一般に次のように表される⁽¹⁰⁾。

$$\begin{aligned} \psi &= A_0 \theta + B_0 \log r + A_1 r \log r \cos \theta + B_1 r \theta \sin \theta + C_1 r \theta \cos \theta + D_1 r \log r \sin \theta \\ &+ \sum_{n=2}^{\infty} \{A_n r^{-n} + B_n r^{-n+2}\} \cos(n\theta) + \sum_{n=2}^{\infty} \{C_n r^{-n} + D_n r^{-n+2}\} \sin(n\theta) \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

式(6)を式(4)に代入し、各応力を求めると式(7)が得られる。

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{B_0}{r^2} + \left(\frac{A_1}{r} + \frac{2B_1}{r} \right) \cos \theta + \left(\frac{D_1}{r} - \frac{2C_1}{r} \right) \sin \theta - \sum_{n=2}^{\infty} \{ n(n+1)A_n r^{-n-2} + (n-1)(n+2)B_n r^{-n} \} \cos(n\theta) \\ &\quad - \sum_{n=2}^{\infty} \{ n(n+1)C_n r^{-n-2} + (n-1)(n+2)D_n r^{-n} \} \sin(n\theta) \\ \tau_{r\theta} &= \frac{A_0}{r^2} + \frac{A_1}{r} \sin \theta - \frac{D_1}{r} \cos \theta - \sum_{n=2}^{\infty} \{ n(n+1)A_n r^{-n-2} + n(n-1)B_n r^{-n} \} \sin(n\theta) \\ &\quad + \sum_{n=2}^{\infty} \{ n(n+1)C_n r^{-n-2} + n(n-1)D_n r^{-n} \} \cos(n\theta) \dots\dots\dots (7)\end{aligned}$$

式(7)中の $A_0, A_1, \dots, A_n, B_0, B_1, \dots, B_n, C_0, C_1, \dots, C_n, D_0, D_1, \dots, D_n (n=1, 2, 3, \dots)$ は境界条件より決定される未定係数である。すなわちこれらは、手順(1)で得られた円孔周縁の応力 σ_r および $\tau_{r\theta}$ を打ち消すためには、円孔周縁の各点の σ_r および $\tau_{r\theta}$ の値を用いてフーリエ級数展開をほどこし、各係数の符号を反転したものと式(7)とを等置することにより決定される。

さらに、この応力関数 ψ を式(4)および式(5)に代入することにより再び接着層境界 ($y=\pm h$) に生ずる変位 v , $\partial u/\partial x$ および境界 ($x=\pm l$) において生ずる応力 σ_x および τ_{xy} を計算する。

手順(3) 式(1)および式(2)の境界条件を満たすためには、図2(b)に示す手順(2)で生じた接着層境界 ($y=\pm h$) の変位と境界 ($x=\pm l$) での応力を打ち消すような逆向きの変位及び応力を作用させる。このとき、直角座標表示のエアリーの応力関数 χ を用いると、各応力と変位(平面応力)は次式で与えられる⁽¹⁴⁾。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2}, \sigma_y = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2}, \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \chi}{\partial x \partial y} \dots\dots\dots (8)$$

$$2Gu = -\frac{\partial \chi}{\partial x} + \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial y}, 2Gv = -\frac{\partial \chi}{\partial y} + \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \dots\dots\dots (9)$$

$$\text{ここで, } \nabla^4 \chi = 0, \nabla^2 \Phi = 0, \nabla^2 \chi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}$$

手順(2)で生じた境界面の応力と変位の条件を考慮して応力関数 χ を次のように置く。

$$\begin{aligned}\chi &= \chi_0 + \chi_1 + \chi_2 \\ \chi_0 &= k_1 xy + k_2 x^2 + k_3 y^2 + k_4 xy^2 + k_5 x^2 y + k_6 y^3 \\ \chi_1 &= \bar{\chi}_1 + \bar{\chi}_2 + \bar{\chi}_3 + \bar{\chi}_4 \\ \bar{\chi}_1 &= \bar{\chi}_1(\bar{A}n, \bar{B}s, l, h, \alpha_n, \lambda_s, \bar{A}n, \bar{Q}s, x, y) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{A}n}{\bar{A}n} a_n^2 \\ &\quad [\{ \text{sh}(\alpha_n l) + \alpha_n l \text{ch}(\alpha_n l) \} \text{ch}(\alpha_n x) - \text{sh}(\alpha_n l) \alpha_n x \text{sh}(\alpha_n x)] \cos(\alpha_n y) \\ &\quad + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\bar{B}s}{\bar{Q}s} \lambda_s^2 \\ &\quad [\{ \text{sh}(\lambda_s h) + \lambda_s h \text{ch}(\lambda_s h) \} \text{ch}(\lambda_s y) - \text{sh}(\lambda_s h) \lambda_s y \text{sh}(\lambda_s y)] \cos(\lambda_s x) \\ \bar{\chi}_2 &= \bar{\chi}_2(\bar{A}n, \bar{B}s, l, h, \alpha_n, \lambda_s, \bar{A}n, \bar{Q}s, x, y) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{A}n}{\bar{A}n a_n^2} [\{ \text{ch}(\alpha_n l) + \alpha_n l \text{sh}(\alpha_n l) \} \text{sh}(\alpha_n x) - \text{ch}(\alpha_n l) \alpha_n x \text{ch}(\alpha_n x)] \cos(\alpha_n y) \\ &\quad + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\bar{B}s}{\bar{Q}s \lambda_s^2} [\{ \text{ch}(\lambda_s h) + \lambda_s h \text{sh}(\lambda_s h) \} \text{sh}(\lambda_s y) - \text{ch}(\lambda_s h) \lambda_s y \text{ch}(\lambda_s y)] \cos(\lambda_s x) \\ \bar{\chi}_3 &= \bar{\chi}_3(\bar{A}n, \bar{B}s, l, h, \alpha'_n, \lambda'_s, \bar{A}n, \bar{Q}s, x, y) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{A}n}{\bar{A}n \alpha_n'^2} [\{ \text{sh}(\alpha'_n l) + \alpha'_n l \text{ch}(\alpha'_n l) \} \text{ch}(\alpha'_n x) - \text{sh}(\alpha'_n l) \alpha'_n x \text{sh}(\alpha'_n x)] \sin(\alpha'_n y) \\ &\quad + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\bar{B}s}{\bar{Q}s \lambda_s'^2} [\{ \text{sh}(\lambda'_s h) + \lambda'_s h \text{ch}(\lambda'_s h) \} \text{ch}(\lambda'_s y) - \text{sh}(\lambda'_s h) \lambda'_s y \text{sh}(\lambda'_s y)] \sin(\lambda'_s x) \\ \bar{\chi}_4 &= \bar{\chi}_4(\bar{A}n, \bar{B}s, l, h, \alpha'_n, \lambda'_s, \bar{A}n, \bar{Q}s, x, y) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{A}n}{\bar{A}n \alpha_n'^2} [\{ \text{ch}(\alpha'_n l) + \alpha'_n l \text{sh}(\alpha'_n l) \} \text{sh}(\alpha'_n x) - \text{ch}(\alpha'_n l) \alpha'_n x \text{ch}(\alpha'_n x)] \sin(\alpha'_n y) \\ &\quad + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\bar{B}s}{\bar{Q}s \lambda_s'^2} [\{ \text{ch}(\lambda'_s h) + \lambda'_s h \text{sh}(\lambda'_s h) \} \text{sh}(\lambda'_s y) - \text{ch}(\lambda'_s h) \lambda'_s y \text{ch}(\lambda'_s y)] \sin(\lambda'_s x)\end{aligned}$$

線形に分布すると仮定したときの値である。すなわち $\sigma_{yDM} = 3M/(2l^2)$ で与えられる。図4(a)の実線が接着層界面 ($y = \pm h$) の主応力 σ_1 で両端 (ここでは数値計算上 $x = \pm l$ の98%の点とした) で最大 $1.14\sigma_{yDM}$ となり、図4(b)は円孔周縁の主応力値で x 方向の両端 ($x = \pm 0.12l, y = 0$) で最大 $0.18\sigma_{yDM}$ となる。図5は円孔が x 方向に $0.6l$ 偏心した場合 ($x_0 = 0.6l, y_0 = 0$) である。この場合は応力分布が y 軸に対して非対称となるが最大主応力は界面、円孔とも偏心した側の端部 ($x = 0.98l, y = \pm h$ および $x = 0.72l, y = 0$) で生じ、それ

ぞれ、 $1.22\sigma_{yDM}, 1.68\sigma_{yDM}$ となり、 x 軸方向に偏心すると円孔端部のほうが接着層界面の自由端近傍より主応力値は大きくなる。界面端部の応力の特異性を考慮すると、これらのうちいずれから破壊が発生するかを予測することは困難ではあるが、円孔の端部の応力値も、円孔の位置によっては重大な影響をもつことがわかる。

4.2 円孔の位置と最大主応力

図6は接着層の中心 ($x_0 = 0, y_0 = 0$) に円孔がある場合の円孔中心 ($y = 0$) を通る接着層の応力分布 (σ_y/σ_{yDM}) を示す。この結果から、円孔端部 ($x = \pm 0.12l, y = 0$) において σ_y の値は $0.18\sigma_{yDM}$ となる。図7は円孔の中心が x 方向に $0.6l$ 偏心した場合 ($x_0 = 0.6l, y_0 = 0$) の応力分布を示す。この場合の応力分布は円孔の両端 ($x = 0.48l, y = 0$) および ($x = 0.72l, y = 0$) で大きくなるが、特に x 方向自由端に近い側の端部 ($x = 0.72l, y = 0$) で応力 σ_y が最大になることがわかる。なお最大応力値は $1.68\sigma_{yDM}$ で円孔が中心にある場合より円孔が偏心した場合のほうが円孔端部での応力集中が大きくなることがわかる。

なお、円孔が y 方向に $0.4h$ 偏心した場合 ($x_0 = 0, y_0 = 0.4h$) は図6とほぼ同じ応力分布になり、円孔の端部 ($x = \pm 0.12l, y = 0.4h$) に生じる応力 σ_y の最大値は

図3 試験片の寸法

(a) Interface of adhesion ($y = \pm h$)

(b) Periphery of hole ($r = a$)

(円孔の中心の位置 $(x_0, y_0) = (0, 0)$)

図4 接着層界面と円孔周縁の主応力分布

(a) Interface of adhesion ($y = \pm h$)

(b) Periphery of hole ($r = a$)

(円孔の中心の位置 $(x_0, y_0) = (0.6l, 0)$)

図5 接着層界面と円孔周縁の主応力分布

$0.18\sigma_{yDM}$ となり円孔が中心にある場合とほとんど変わらない。また、 x 方向に $0.6l$ 、 y 方向に $0.4h$ 偏心した場合 ($x_0=0.6l$, $y_0=0.4h$) は図 7 と同様 x 方向自由端側の端部 ($x=0.72l$, $y=0.4h$) のほうが応力 σ_y の値は大きくその値は $1.61\sigma_{yDM}$ となるが、これは x 方向にのみ偏心した場合よりわずかに小さい。すなわち x 軸上に円孔欠陥がある場合は y 軸上にある場合に比べて応力 σ_y の値は大きくなることからわかる。そこで x 軸上を半径 $0.3h$ の円孔が移動した場合の最大主応力 σ_1 の変化を図 8 に示す。円孔の大きさ a は実線が $a=0.12l$ の場合、破線は $a=0.012l$ の場合である。この結果より、円孔中心の位置 x_0 の移動量に伴って最大主応力 σ_1 の値は大きくなることからわかる。特に $h/l=0.4$ の場合 $x_0=0.8l$ で $2.09\sigma_{yDM}$ とかなり大きくなる。

4.3 円孔の大きさによる比較 接着層にはいろいろな大きさの気泡が混在すると考えられる。そこで図 9 に円孔の大きさが円孔周縁の最大の主応力 σ_1 に及ぼす影響を数値計算により検討した結果を示す。横

軸に a/l 、縦軸に σ_1/σ_{yDM} をとり、実線は接着長さに対する接着層厚さの比が $h/l=0.4$ 、破線は同じく 0.2 および一点鎖線は 0.04 の場合である。なお、円孔の中心の位置は接着層の中心 ($x_0=0$, $y_0=0$) である。この結果から、円孔が大きくなると円孔端部での最大主応力は増大し、継手の強度は低下する。また接着層厚さが薄くなると最大主応力は小さくなる傾向にあることがわかる。

図 8 円孔の中心の位置と円孔周縁の最大主応力

(円孔の中心の位置 $(x_0, y_0) = (0, 0)$)

図 6 応力 σ_y の分布

(円孔の中心の位置 $(x_0, y_0) = (0.6l, 0)$)

図 7 応力 σ_y の分布

図 9 円孔の大きさと円孔周縁の最大主応力

(円孔の中心の位置 $(x_0, y_0) = (15, 0)$)

図 10 光弾性実験の例

図 11 実験結果と解析結果の比較

4・4 解析結果と実験結果の比較 図 10 に光弾性実験の例を示す。図 11 は円孔が x 方向に 15 mm 偏心した場合 ($x_0=15, y_0=0$) の円孔中心 ($y=0$) を通る接着層の応力分布 σ_y を示す。計算にあたっては、接着剤の縦弾性係数、ポアソン比を 3.43 GPa, 0.376 とし、縦軸は応力 σ_y を、横軸は被着体の中心からの距離 x を表す。実線は計算値を、○印は実験値を表す。この結果から解析結果と実験結果はかなりよく一致していることがわかる。

5. 結 言

本研究では接着層内に含まれる気泡などの内部欠陥が接着継手の強度に及ぼす影響について検討するために、接着層内に 1 個の円孔欠陥を有する突合せ接着継手に曲げモーメントが作用した場合の継手内の応力分布を被着体を剛体と仮定し、二次元弾性論(平面応力)を用いての解析および光弾性実験の両面より検討し、次の結果が得られた。

(1) 層内に円孔欠陥がある場合の接着層内の応力分布を二次元弾性論に基づいて解析する方法を示した。

(2) 接着層界面の端部は応力の特異性を示し、同時に円孔周縁にも応力集中が生ずるので破壊はこれらのいずれかで発生することが予想された。

(3) 曲げモーメントにより円孔周縁には応力集中が生じその最大応力値は円孔の位置により異なり、円孔が接着層の厚さ方向に偏心した場合、応力集中は小さくなり接着層の幅方向に偏心した場合は偏心量に比例し線形的に大きくなることが示された。

(4) 強度に対する円孔の大きさの影響は、円孔が大きくなるほど円孔周縁の応力集中は増大し、強度が低下することがわかった。

(5) (1)による解析結果を確認するために光弾性実験を行い、両者はかなりよく一致することが示された。

文 献

- (1) 池上, 機論, 50-457, A (昭 59), 1557.
- (2) 杉林・池上, 機論, 50-449, A (昭 59), 17.
- (3) 鈴木, 機論, 50-449, A (昭 59), 67.
- (4) 尾田・名雪, 機論, 50-450, A (昭 59), 240.
- (5) 辻・島田, 機論, 30-218 (昭 39), 1192.
- (6) 斉藤, 機論, 19-83 (昭 28), 1.
- (7) Erdogan, F. and Ratwani, M., *J. Compos. Mater.* 5 (1971), 378.
- (8) 沢・ほか 3 名, 機論, 52-483, A (昭 61), 2506.
- (9) Wah, T., *Int. J. Mech. Sci.*, 18 (1976).
- (10) 仲野・ほか 2 名, 機論, 53-496, A (昭 62), 2349.
- (11) Savin, G. N., *Stress Concentration around holes*, (1961), 87, Pergamon Press.
- (12) 鶴戸口, 機論, 51-360 (昭 23), 350.
- (13) 中原, 応用弾性学, (昭 52), 51, 実教出版.
- (14) 中原, 応用弾性学, (昭 52), 39, 実教出版.

討 論

〔質問〕 池 上 皓 三

〔東京工業大学精密工学研究所〕

接着剤層内の欠陥周囲の応力分布状態を解析されたことに敬意を表す。下記の点、ご教示願いたい。

(1) 図 4, 5 では主応力 σ_1 だけが示されているが、 σ_2 は σ_1 に比べて無視できるくらい小さいのか。

(2) 円孔周縁の σ_1 (最大主応力と思われる) が最大となるのは、円孔の位置にかかわらず x 軸に平行な直径上か。

〔回答〕 (1) 本研究で扱った円孔をもった接着層に対して、特に強度上問題となる接着層界面 ($y=$

$\pm h$) および円孔周縁 ($r=a$) での主応力 σ_1 および σ_2 を調べたところ、最大主応力をとる点でいずれも σ_1 のほうが σ_2 に比べてかなり大きい結果を得たので σ_1 のみを表示している。一例として本研究での円孔の中心が $(0.6l, 0)$ にある場合 ($a/h=0.3, h/l=0.4$) の接着層と被着体との界面の自由端近傍 ($x/l=0.98, y=\pm h$) での主応力 σ_1 および σ_2 と σ_{yDM} との比を計算したところ、それぞれ $\sigma_1/\sigma_{yDM}=1.22$ および $\sigma_2/\sigma_{yDM}=0.06$ となり、又円孔周縁 ($x=0.72l, y=0$) でのそれらはそれぞれ $\sigma_1/\sigma_{yDM}=1.68, \sigma_2/\sigma_{yDM}=-0.01$ となった。

(2) 円孔が接着層の中心から x 軸方向のみに移

動した場合には円孔周縁での最大主応力 σ_1 は自由端側 x 軸上の点で生じる。さらに円孔が接着層の中心から y 軸方向にのみ移動した場合について、一例として円孔中心が $(x_0=0, y_0=0.4h)$ の場合を計算したところ、円孔周縁での最大主応力 σ_1 は x 軸に平行な直径上から反時計周りに 5° の点で生じ、 $\sigma_1/\sigma_{yDM}=0.18$ となった。さらに円孔が x 軸方向に $0.6l$, y 軸方向に $0.4h$ 移動した場合の計算結果を付図 1 に示す。この結果より円孔周縁での最大主応力 σ_1 は x 軸に平行な直径上から時計周りに 10° の位置において生じ、 $\sigma_1/\sigma_{yDM}=1.61$ となり、円孔周縁での最大主応力は円孔の位置によることになる。

〔質問〕 鈴木 靖 昭〔日本車輛製造(株)〕

円孔欠陥を有する突合せ接着継手に関し厳密解を得られ、種々の有益な結果を導き出されたことに対し敬意を表す。以下についてご教示いただきたい。

(1) 前報⁽¹⁰⁾の引張荷重を受ける場合の解析では、円孔の直径が大きい場合ほど円孔周縁の応力集中が減少するという今回の曲げモーメントを受ける場合とは逆の結果が得られているが、両解析結果の違いはどのような理由によるものと考えられるか。

(2) 今回の解析は円孔が 1 個の場合であるが、実際の接着層においては多数の気泡が存在する。複数個の円孔の存在する場合の解析の今後の展望についてお伺いしたい。

(3) 今回は被着体が剛体の場合であるが、被着体が弾性体の場合はどのような傾向になると考えられるか検討されていればご教示いただきたい。

〔回答〕 有益なご指摘に感謝する。

(1) 前報の引張りを受ける場合には接着層界面に生じる応力分布 σ_y は自由端近傍を除いてかなり一様に近い分布であったため、円孔欠陥が接着層の中心 $(x_0=0, y_0=0)$ にある場合には公称応力⁽¹⁰⁾ $\sigma_n (=P_0/2lt)$ に対して、円孔欠陥が大きくなるにつれて応力集中が減少する傾向を示した。本研究の円孔欠陥が接着層の中心 $(x_0=0, y_0=0)$ にある場合には、接着層界面に生じる応力分布 σ_y は界面の自由端近傍を除くと図 4

付図 1 円孔周縁の主応力分布

〔円孔の中心の位置 $(x_0, y_0)=(0.6l, 0.4h)$ 〕

$(a/h=0.3, h/l=0.4)$

(a) に示すように、線形に近い分布を示している。このため円孔欠陥が大きくなるにつれて円孔の両端に対応する界面での応力 σ_y が大きくなるため、円孔の両端 $(x=\pm a, y=0)$ での応力集中は大きくなる。

(2) ご指摘のとおり実際の接着層内には多数の気泡が存在すると推測され、これらの種々の大きさの気泡どうしの応力の干渉について検討することは必要であり、さらにこれらの結果から接着継手の強度設計に必要な評価基準を作ることが必要と考え、ご指摘の問題は現在研究中である。

(3) 今までの著者らの研究⁽⁸⁾で円孔欠陥のない被着体が弾性体である接着継手の応力解析を行い、接着層と被着体の界面の自由端近傍での応力の特異性を数値的に明らかにしている。またこの特異性は被着体と接着層の縦弾性係数の比が大きくなるほど、すなわち相対的に被着体が剛体に近くなるほど大きくなることが示されている。以上より円孔欠陥を有する場合でも被着体と接着層の縦弾性係数の比が大きくなると接着層界面の自由端近傍での特異性は大きくなるものと推測している。なお円孔周縁での応力分布は上述の縦弾性係数の比にはそれほど大きな影響を及ぼさないと推測している。界面では円孔の位置の影響を受けると考えられるので、ご指摘の点は今後さらに詳しく検討したい。