三次元き裂のHRR場の解析*
(第1報, CT, CCT試験片のHRR場)菊池正紀*¹, 矢野一範*²Analysis of HRR Stress Field at the Three-Dimensional Crack Tip
(1st Report, Analysis of CT and CCT Specimens)

Masanori KIKUCHI and Kazunori YANO

CT specimens with different thickness and a CCT specimen are analyzed precisely using the three-dimensional finite element method in the elastic-plastic stress states. The stress and displacement fields at the crack tip are compared with the HRR singular stress field and discussed. It is found that in the CT specimens, the thicknesses are larger than those recommended by the standard of fracture toughness testing; the stress and displacement fields agree very well with those of HRR fields. For the CT specimen, the thickness of which is a little smaller than the recommended value, the HRR field exists only on the inside of the specimen. It is shown that there are no HRR fields in the CCT specimen although its thickness is not small.

Key Words: Fracture, CT Specimen, CCT Specimen, HRR Field, Three-dimensional Analysis

1. 緒 言

原子炉圧力容器などに代表されるように、高い靱性をもつ材料の用途が広がりつつあり、それにとまって非線形破壊力学の研究が重要になってきている。非線形破壊力学において用いられる破壊パラメータは、CTOD, CTOA, J 積分など、いくつか提案されており、それぞれその有用性が示されている。とりわけ J 積分は、いわゆる HRR 特異性の存在が示されて以来、き裂先端の変位-応力-ひずみ状態を一義的に表現し得るパラメータとして、最もよく用いられるものとなっている。HRR 特異応力場の存在は、Hutchinson⁽¹⁾, Rice-Rosengren⁽²⁾らによって理論的に示された後、数多くの FEM 数値解析によってその存在が確かめられている⁽³⁾⁻⁽⁵⁾。HRR 応力場の存在は、き裂の進展を予測するにも重要である。すなわち、Paris らによって J 支配き裂進展～ J 積分が支配パラメータである条件下でのき裂進展のパラメータとして Tearing Modulus が提案され⁽⁶⁾、これを用いたき裂進展解析が FEM により行われている⁽⁷⁾からである。

このように HRR 場の存在とその破壊力学上での重要性は広く認められているが、これらはすべて二次元のき裂問題を対象としたものであった。実在のき裂は当然三次元の形状をしており、三次元き裂でも HRR 場が存在することを確認することは重要である。著者らの表面き裂を用いた延性破壊試験⁽⁸⁾では、表面き裂の進展が J 支配条件下では生じていない可能性が示唆されており、同様の結果は Parks らの数値解析⁽⁹⁾によっても得られている。

HRR 場の存在を FEM による数値解析で調べるには、き裂先端の要素分割を充分細かくする必要があり、そのことが三次元解析を行ううえでの障害となってきた。しかし近年、スーパーコンピュータの普及にともない、三次元問題でも充分細かな要素分割が可能になっており、詳細な数値解析が数多く発表されるに至っている⁽⁹⁾⁻⁽¹²⁾。

本報告では、こうした状況をふまえて、まず最も基本的な試験片である CT 試験片の詳細解析を行い、HRR 場の存在を調べることにした。Brocks らも同様の解析を行っている⁽¹³⁾が、彼らの用いた試験片は厚さが最大 200 mm もある極めて厚いものである。本報では逆に試験片を薄くして、板厚の変化が HRR 場によらず影響を調べることにした。また、CCT 試験片も一

* 平成元年 4 月 5 日 第 66 期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和 63 年 10 月 4 日。

*¹ 正員、東京理科大学理工学部(〒278 野田市山崎 2641)。

*² 学生員、東京理科大学大学院。

例解析し, CT 試験片の結果と比較した。

2. 解析対象

図1に解析対象としたCT試験片の寸法と要素分割を示す。これは1CT試験片の例であり, 要素数396, 節点数2155である。x-y面内の要素分割は66要素, 235節点である。これと同一の要素分割を用いた二次元FEM解析の結果, 平面応力, 平面ひずみ状態のいずれでも, き裂先端の応力場, 変位場がHRR解と良く一致することが確認できたので, 要素分割は妥当なものと考えられる。板厚方向には6層に分割するものとした。

試験片寸法は厚さ以外は同じとし, 厚さのみを1 inch, 1/2, 1/4, 1/8 inchと4とおりに変化させた。ASTM⁽¹⁴⁾およびJSME⁽¹⁵⁾による J_{IC} 試験法では, 板厚 B が次式を満足すべきものと規定している。

$$B \geq 25 \frac{J_{IC}}{\sigma_{fs}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

本解析に用いたA533B鋼では, $\sigma_{fs}=550$ MPa, $J_{IC}=115.0$ kN/mである。これより B の最小値は約5.2 mmとなる。1/8 inch厚さのCT試験片は約3.1 mmであるから, この条件を満足していないことになる。

き裂形状は疲労予き裂導入時に中央部で先行することが知られているから, 4とおりの試験片の予き裂形状を測定し, その形状を用いることとした。図2にその形状を示す。ただし, 図2中の a_s は表面でのき裂長さである。1CT, 1/2CTおよびCCT試験片ではき裂形状はほとんどおなじであるが, それ以上板厚が薄くなるとき裂形状の変化は著しくなり, 中央部と表面で

の差が相対的に大きくなっていく。CCT試験片の材質および形状は町田ら⁽¹⁶⁾が実験および数値解析に用いたものと同じとした。試験片厚さは18 mmであり, 444要素, 2391節点の要素分割を行った。き裂先端の最小要素寸法をき裂長さとの比で示すと, CT試験片では 0.196×10^{-2} , CCT試験片では 0.149×10^{-2} である。

CT試験片の材料はA533B鋼であり, 応力-ひずみ関係として次式を用いた。

$$\sigma \leq \sigma_0; \quad \varepsilon = \sigma/E$$

$$\sigma \geq \sigma_0; \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left\{ \left(\frac{\sigma}{E'} \right)^n - \left(\frac{\sigma_0}{E'} \right)^n \right\}$$

$$n=3, E=206 \text{ GPa}, \nu=0.3$$

$$\sigma_0=0.549 \text{ GPa}, E'=1.609 \text{ GPa}$$

.....(2)

なお, HRR解と比較するために, 式(2)を以下に示すRamberg-Osgood形の式⁽¹⁷⁾で近似した。

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで, $n=4$, $\alpha=6.73$ である。式(2), (3)の比較を図3に示す。ひずみが大きくなる範囲では近似は極めて良好である。CCT試験片も同様の近似を行い, $n=4$, $\alpha=9.5$ の値を得た。

FEMによる弾塑性解析はMarcalの方法⁽¹⁸⁾を用いた。また連立一次方程式の解法は村田ら⁽¹⁹⁾によるSKYLINE法を用い, それを2行2段同時処理を行えるよう改良することによって数値解析の高速化をはかった。弾塑性解析は J 積分値がほぼ J_{IC} 値(=100 kN/m)に達するまで行った。1本の試験片の解析に要した時間は約15 minである。計算機は東大大型計算機センターのHITACS/820を用いた。

3. 解析結果と考察

3.1 J 値の分布 図4(a)~(e)にすべての試験片の J 積分値分布の, 変形にともなう変化を示す。

図1 CT試験片の要素分割図

図2 CT試験片の予き裂形状

ただしすべての J 値は、板厚中央部での J 値(J_0)によって無次元化されている。また、以下に変形レベルをリガメント長さ L 、降伏応力 σ_0 、および J 値を用いて、 $L/(J/\sigma_0)$ の形で無次元化して示すが、ここで用いる J 値はすべて各試験片の板厚中央部での値とする。変形が進行するにつれて、板厚中央部で J 値が一定となる幅は狭くなってゆき、自由表面近傍での J 値は小さくなってゆく。1CTから1/8CTまでを比べると、板厚が減少するにつれて中央部の平坦領域の幅は狭くなり、これは平面ひずみ領域の減少に対応している。CCT試験片では、表面での傾向にわずかな違いがあ

るものの、ほぼ1/2CT試験片の分布に類似している。

図5(a),(b)には、1CTと1/8CT試験片との変形最終段階での塑性域の形状を示す。1CTでは、表面部では平面応力形の、また板厚中央部では平面ひずみ形の形状を典型的に示しているのに対して、1/8CTでは両者の形状に差がほとんど認められず、表面部がわずかに大きいだけの違いしかない。図4と比べると、板厚が薄くなるにつれて J 値の表面と中央部での違いは大きくなるのに、塑性域形状の違いは小さくなるという逆の傾向が認められる。

3.2 HRR解との比較 HRR解によれば、き裂先端の応力、変位は、 J 積分値とき裂先端からの距離 r を用いて次式のように表される。

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left(\frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 \ln r} \right)^{1/(n+1)} \bar{\sigma}_{ij}(\sigma, n) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$u_i = \alpha \varepsilon_0 r \left(\frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 \ln r} \right)^{n/(n+1)} \bar{u}_i(\theta, n) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし n および α は式(3)により求められる定数、 σ_0 は降伏応力、 $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$ 、 I_n は n の値によって決まる定

図3 応力-ひずみ関係のRamberg-Osgood形近似

図4 J 積分値の板厚方向分布

図5 塑性域形状

数, $\bar{\sigma}_{ij}(\theta, n)$, $\bar{u}_i(\theta, n)$ は, き裂先端に原点をもつ極座標 (r, θ) をとったときの θ と, n に依存する無次元パラメータである。またき裂先端開口変位(CTOD)と J 値との関係は, HRR 解を利用して次式で与えられる⁽²⁰⁾。

$$\text{CTOD} = d_n(\alpha \varepsilon_0, n) \frac{J}{\sigma_0} \dots \dots \dots (6)$$

ただし

$$d_n(\alpha \varepsilon_0, n) = 2(\alpha \varepsilon_0)^{1/n} \{ \bar{u}_x(\pi) + \bar{u}_y(\pi) \}^{1/n} \frac{\bar{u}_y(\pi)}{I_n} \dots \dots \dots (7)$$

図6(a)には, 1CT試験片においてき裂先端から $\theta=0^\circ$ の線(x 軸)に沿って $\sigma_{\theta\theta}$ の分布を σ_0 を規準として示す。図6(a)中実線は平面ひずみ状態での式(4)を示している。ただし図6(a)は板厚中央部での結果である。このように1CT試験片の板厚中央部では, 変形の初期から応力分布はHRR解と一致し, 変形が大きくなってその分布はほとんど変化しない。すなわち J 値が J_{ic} 値に達するまでHRR場が存在することがわかる。しかし図6(b)に示した1/8CT試験片では, 変形の初期では平面ひずみのHRR解に一致した応力分布を示すが, 変形が大きくなっていくにつれて応力分布はHRR解から離れてくる。 J が J_{ic} に近付くと応力分布はむしろ平面応力解に近くなっていく。また図6(c)のCCT試験片では, 変形のごく初期に, き裂先端から少し離れた位置での応力がHRR解と一致するのみで, $L/(J/\sigma_0)$ が500以下の範囲ではHRR解と一致する応力場の存在は認められない。McMeekingら⁽³⁾は二次元FEM解析を行って, CCT試験片においてHRR場が存在するためには $L/(J/\sigma_0)$ の値が200以上でなければならないとの結論を得た。また青木ら⁽²¹⁾も同様の数値解析よりこの値は300~500でなければならないと推定している。三次元解析によって得られたこの結果を見る限り, この値はさらに大きく

図6 各変形段階での $\sigma_{\theta\theta}$ の分布 ($2Z/B=0.15$)

なければならないことになる。

図7(a)~(e)には、板厚方向での応力分布の変化を、すべての試験片について示す。これは J 値がほぼ J_{IC} に達した変形段階での結果である。1CT, 1/2CT試験片の結果はほとんど同じであり、板厚中央部には平面ひずみのHRR場が存在していることを示している。1/4CT試験片ではわずかにHRR解より小さくなっているが、それでもまだ十分に近い分布となっている。1/8CTでは以上3本の試験片に比べてHRR解からのずれは大きい。この試験片のみが式(1)の寸法規準を満足しないことを考えると、式(1)の規準はほぼ妥当なものであると思われる。CCT試験片は図6(c)にも示したとおり、 J_{IC} 値近傍ではHRR解と大きく異なっている。町田⁽¹⁶⁾はこの試験片を用いて破壊靱性試験を行い、 J_m 値として1CT試験片のそれより約20%大きい値を得ている。ここに示されたHRR解からのずれが、正しい J_m 値を得ることのできなかった原因の一つであることは明らかであろう。

図8(a), (b)は、CT試験片において式(5)の無次元パラメータ $\bar{u}_r(\theta, n)$ が θ の変化とともにどのように変化するかを示す図である。ただし、図8では縦軸として式(5)から求められる、次のパラメータを用いている。

$$\bar{u}_i(\theta, n) \cdot \left(\frac{\alpha \epsilon_0}{I_n} \right)^{1/(n+1)} = \frac{u_i}{r} \left(\frac{r}{J/\sigma_0} \right)^{n/(n+1)} \quad \dots\dots\dots (8)$$

実線はそれぞれ平面ひずみおよび平面応力状態の解を示している。板厚中央部[図8(a)]では、板厚が薄くなるにつれてわずかではあるがHRR解から離れる傾向が認められるものの、いずれの試験片も平面ひずみ条件の解に良く一致している。これに対して、板厚表面では、 $\bar{u}_r$ の分布は平面応力と平面ひずみ解の中間にある。板厚が薄くなるほど平面応力の解に近付くが、必ずしも常に両者の間にあるわけではなく、 $\theta=120^\circ$ 前後では、いずれの解よりも大きな値となっている。

(c) 1/4 CT [$L/(J/\sigma_0)=107$]

(a) 1 CT [$L/(J/\sigma_0)=102$]

(d) 1/8 CT [$L/(J/\sigma_0)=114$]

(b) 1/2 CT [$L/(J/\sigma_0)=107$]

(e) CCT [$L/(J/\sigma_0)=57$]

図7 HRR応力場の板厚方向に沿った変化

(a) 中央部近傍 ($2Z/B=0.15$) (b) 表面部近傍 ($2Z/B=0.98$)

図8 き裂先端近傍の変位場

その傾向は、画像処理技術を用いてき裂先端の変位場の測定を行った Yagawa らの実験結果⁽²²⁾と良く一致している。

図9にCTODと J/σ_0 との関係を示す。ここではCTODとして、き裂先端に最も近い節点(き裂先端から約0.03 mm離れた位置)での開口変位を用いるものとした。HRR解より式(6), (7)を導く際には、図10に示すように、き裂先端から $\pm 45^\circ$ の線を引き、この直線とき裂面との交点でCTODを定義するものとしている。本解析は微小変形解析であり、変形の初期にはこのようにして求めた点はき裂先端のごく近くになってしまうため、厳密にはCTODを定義できない。しかし J 値が J_{ic} に達するころには開口量も大きくなる。図10には1 CT試験片の最終変形状態を示すが、この場合直線とき裂面との交点はほぼき裂先端に最も近い節点の位置と重なる。他の試験片でもこの傾向は同じなので、ここでの開口量をCTODとみなすこととした。図9(a)は、4種類のCT試験片の板厚中央部での結果である。実線は平面ひずみ場でのHRR解を示している。いずれの結果も、変形の初期からHRR解と良く一致し、 J 値が J_{ic} 値に達するまで、板厚によらず良く一致した結果となっている。1/8 CT試験片の場合、応力場は図7に示したようにHRR解とは異なっているが、変位場は図8(a), 図9(a)に見られるように良くHRR解と一致する。このことは、この厚さの試験片でも、板厚中央部にはHRR場の成立する領域が存在する可能性を示唆している。実際、大塚⁽²³⁾の実験によれば、式(1)の規準以下の厚さの試験片を用いても、破壊靱性試験において板厚の中央部のみでき裂長さ増分の測定を行えば妥当な J_m 値が得られることがわかっている。本解析結果はこの実験結果と良く対応している。図9(b)は表面近傍での結果である。1 CTおよび1/2 CTでは、まだ平面ひずみと平

(a) 中央部近傍 ($2Z/B=0.15$) (b) 表面部近傍 ($2Z/B=0.98$)

(c) CCT 試験片

図9 CTODと J の関係

図 10 1CT 試験片のき裂開口形状
[$L/(J/\sigma_0)=102$]

面応力の間にあるが、1/4, 1/8 CT では平面応力の解よりもさらに大きな CTOD 値を示している。図 9(c) は CCT 試験片の結果である。板厚中央部でも表面近傍でも、CTOD の値は平面ひずみ場の HRR 解から離れており、変形が進むほどこの傾向は著しくなる。このように、CCT 試験片は応力場、変位場のいずれをとっても HRR 場とは異なった分布をしていることが明らかとなった。

図 11 は、すべての試験片における板厚中央部での応力の 3 軸度を調べたものである。応力 3 軸度は延性破壊においてポイドの成長などを支配する因子である。3 軸度をあらわすパラメータとして厚さ方向の応力成分 σ_z と面内応力成分の和 $(\sigma_x + \sigma_y)$ の比を用いることとした。この値が 0.5 に近いほど平面ひずみ状態に近いことになる。いずれの試験片もき裂のごく近くで応力 3 軸度は急激に増加してほぼ 0.5 になっている。き裂先端から離れると CT 試験片は薄くなるほど急速に 3 軸度が減少し、1/8 CT では $R/(J/\sigma_0)=5$ で σ_z はほぼ零になってしまう。CCT 試験片は最も高い応力 3 軸度を示し、その値はき裂先端から離れても CT 試験片の場合ほど急激には減少しない。これは図 6~9 までの HRR 解との比較の結果からすると逆の印象を与える。このように、き裂先端の応力、変位場は試験片の形状や負荷形式によって複雑に変化するものであることを認識しておく必要がある。

4. 結 言

本報では CT, CCT 試験片という最も標準的な試験片の三次元詳細弾塑性解析を行い、き裂先端での HRR 場の存在について検討し、以下の結論を得た。

(1) 板厚寸法基準式(1)を満たす厚さの CT 試験片には、HRR 解と良く一致する応力、変位場が、変形初期から J 値がほぼ J_{IC} に達するまで存在する。

図 11 応力 3 軸度の変化

(2) 寸法基準式(1)より薄い 1/8 CT 試験片でも、板厚中央部には HRR 場を満足する領域が存在する可能性がある。

(3) ここで解析した CCT 試験片には、HRR 解と一致する応力、変位場は存在しない。

以上の結論は目新しいものではなく、(1), (3)などはすでに二次元解析で導かれていたものと同一である。しかし、三次元き裂の HRR 場の検討という点では本論文はごく初歩的な知見を得たにすぎない。CT 試験片については、次の段階として安定き裂成長時の応力、変位場の変化を調べる必要があろう。また、HRR 場が試験片形状や負荷形式に強く依存するものである以上、表面き裂などのように形状が複雑に変化する場合さまざまなケースを詳細に検討する必要があるなど、今後の課題は多い。

本論文を準備する過程で、東京理科大学理工学部町田賢司氏には貴重なご助言をいただいた。ここに感謝する次第である。

文 献

- (1) Hutchinson, J. W., *J. Mech. Phys. Solids*, **16** (1968), 13.
- (2) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., *J. Mech. Phys. Solids*, **16** (1968), 1.
- (3) McMeeking, R. M. and Parks, D. M., *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 668 (1979), 175.
- (4) Needleman, A. and Tvergaard, V., *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 803 (1983), I-80.
- (5) Shih, C. F. and German, M. D., *Int. J. Fract.*, **17-1** (1981), 27.
- (6) Paris, P. C., ほか 3 名, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 668 (1979), 27.
- (7) Sham, T. L., *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 803 (1983), I-52.
- (8) 菊池・ほか 2 名, 機論, **55-511**, A (1989), 560.
- (9) Parks, D. M. and Wang, Y. Y., *ASME AMD*, **91** (1988), 19.
- (10) Shih, C. F., ほか 2 名, *ASME AMD*, **91** (1988), 125.
- (11) Nakamura, T. and Parks, D. M., *ASME AMD*, **91** (1988), 227.
- (12) 三好・ほか 1 名, 機講論, No. 860-3 (1986), 315.
- (13) Brocks, W., ほか 1 名, *Int. J. Solids Struct.*, **22** (1986),

- 693.
- (14) Clarke, G. A., ほか7名, *JTEVA*, 7-1 (1979), 49.
- (15) 日本機械学会基準, JSME S 001 (1981).
- (16) 町田・ほか2名, 機論, 54-503, A (1988), 1376.
- (17) Ramberg, W. and Osgood, W. D., *NACATN*, (1943), 902.
- (18) Marcal, P. V., ほか1名, *Int. J. Mech. Sci.*, 9 (1967), 143.
- (19) 村田・ほか2名, スーパーコンピュータ, (1985), 178, 丸
- 善.
- (20) Shih, C. F., *J. Mech. Phys. Solids*, 29 (1981), 305.
- (21) 青木・ほか3名, 機論, 51-463, A (1985), 824.
- (22) Yagawa, G., ほか2名, *Proc. VI Int. Congr. Exp. Mech.*, (1988), 241.
- (23) 大塚, 機講論, No. 810-7 (1981), 119.

討 論

〔質問〕 久保 司 郎〔大阪大学工学部〕

貴論文を興味深く拝見した。以下の点をご教示願いたい。

(1) 図6の横軸 $R/(J/\sigma_0)$ の計算には, J 値として, き裂前縁各点の値と平均的な値のうちのいずれが使われているのか。

(2) 図7では, 応力についてHRR場との対応が調べられているが, ひずみについてもHRR場との対応は同様か。

(3) 図9の $CTOD-J$ 線図では, HRR場に対する関係が直線で与えられているが, これはどのようにして求めたものか。また, 有限要素計算結果によれば, $CTOD-J$ 関係には非線形性が入っているようであるが, この原因としてはどのようなものが考えられるか。

〔回答〕 (1) 図6は板厚中央部で得られた J 値を用いている。また図7には応力分布の板厚方向の変化を示しているが, そこでの $R/(J/\sigma_0)$ の計算には, それぞれき裂縁上の位置で計算した J 値を用いている。

(2) 付図1, 2にそれぞれ1CT, CCT試験片の相当塑性ひずみ分布の板厚方向の変化を示す。1CTの板厚中央部では平面ひずみのHRR解と良く一致し, 表面近傍では平面ひずみ解から離れてゆくこと, またCCTでは板厚中央部でも平面ひずみ解と一致しないことなど, ひずみ分布は応力分布と良く似た傾向を示している。

(3) 本文中の(7)式の $dn(a\epsilon_0/n)$ を, 式(3)に示した α, n の値について計算すれば図9の直線の傾きが得られる。これはHutchinson⁽¹⁾が示したように, 応力関数に関する4階の微分方程式をRunge-Kutta法で解くことで求められる。しかしここでは $n=4$ と整数なので, Shih (付1)が計算した結果を用いて傾きを求めた。

また図9(c)のように $CTOD$ と J の関係が直線に

付図1 1CT試験片のひずみ分布
[$L/(J/\sigma_0)=102$]

付図2 CCT試験片のひずみ分布
[$L/(J/\sigma_0)=57$]

ならない原因としては, 図10のように $CTOD$ を定義したことがひとつの原因であると考えている。すなわち, 変形初期では, $CTOD$ はき裂に最も近い節点の変位よりもさらに小さいはずである。より詳細な要素分割を行い, 常にき裂先端から $\pm 45^\circ$ の直線との交点で $CTOD$ を定義すれば, 図9(c)などは最初から平面ひずみ解とずれた直線になるものと思われる。この点については, 現在表面き裂材で検討中なので, 後ほど詳しく報告したいと考えている。

(付1) Shih, C. F., MRL E-147, Brown University, (1983).