変形誘起異方性を考慮した非弾性構成式*

(第1報, 異方性降伏関数の定式化)

今谷 勝次^{*1}, 寺浦 正人^{*2}, 井上 達雄^{*1}

An Inelastic Constitutive Model Accounting for Deformation-induced Anisotropy (1st Report, Formulation of Anisotropic Yield Function)

Shoji IMATANI, Masato TERAURA, and Tatsuo INOUE

An anisotropic yield function accounting for both the Bauschinger effect and the cross effect is developed in this report. Based on the representation theorem for isotropic tensors, a new yield function, as an extension of the Baltov-Sawczuk theory, is presented. After a short discussion on the anisotropic parameters in the model, the experimental verification is carried out for SUS 304 stainless steel at room and elevated temperature levels in a biaxial stress state of tension and torsion. The calculated results show good agreement with the experimental data, especially when predicting the distortion and the translation of the yield surface during the inelastic deformation processes.

Key Words: Plasticity, Yield Function, Deformation-induced Anisotropy, Representation Theorem, Subsequent Yield Surface

1. 緒 言

金属材料の非弾性変形挙動は、負荷履歴の影響を受けるのが一つの特徴であり、とくに、単軸応力下においても、バウシング効果にみられるように、力学的特性が負荷の履歴に依存した特定の方向性(異方性)を持つようになることが知られている。このような変形誘起異方性は、後続の降伏条件だけではなく流動法則や硬化法則等に影響を与えるから、広い範囲に適用できる非弾性構成式を構築するにあたっては、この変形誘起異方性を精度よく記述する必要がある。

従来の Mises の降伏条件や, Tresca の条件に代表される等方型降伏関数に対して、材料の異方性を考慮した降伏関数については、Hill⁽¹⁾をはじめいくつか提案されている^{(2)~(6)}。しかし、これらは主に後続の降伏曲面を記述することを目的としたもので、非弾性挙動をも取扱ったものは多くない^{(7)~(9)}。一方、異方性に関する実験的研究については、Phillips ら⁽¹⁰⁾や池上ら^{(11) (12)}による、種々の予ひずみを与えた後の降伏曲面の計測に関する研究のほかに、温度依存性⁽¹³⁾を換

討したものがあるものの、二軸メカニカル・ラチェットなどの多軸特有の非弾性挙動と関連させて論じているもの⁽¹⁴⁾は少なく、初期等方性を示す降伏曲面が、非弾性変形によって変形することを定性的に評価するにとどまっている^{(15) (16)}。

本研究では、4 階の客観性を持つテンソルを用いてバウシング効果と交差効果を記述し得る異方性降伏関数を定式化し、異方性降伏条件に基づいた統一型構成式の構築を試みる。まず、本報では Baltov-Sawczuk の理論⁽²⁾を一般化して、異方性降伏関数を定式化する。そこで、SUS 304 鋼に対して種々の負荷経路を設定し、室温および高温において引張り-ねじり組合せ応力下で後続の降伏曲面を実験的に得ることによって、理論の妥当性を検証する。次報以降では、非比例負荷経路での異方性の発達や塑性変形における流動法則に関する理論的、実験的検討および超過応力理論に基づいた統一構成式の定式化と塑性-クリープ相互作用下の非弾性挙動に対する適用可能性を検討する予定である。

2. 誘起異方性を考慮した降伏関数

2.1 降伏関数の表現 初期等方性を示す材料の後続の降伏条件を表現する方法は、大別して二つあ

* 平成元年 3 月 23 日 関西支部第 64 期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和 63 年 8 月 4 日。

*1 正員、京都大学工学部 (〒606 京都市左京区吉田本町)。

*2 学生員、京都大学大学院。

る。その一つは Hill⁽¹⁾ が与えたように、4 階のテンソルを用いて降伏関数 F を

$$F = \frac{1}{2} N_{ijkl} s_{ij} s_{kl} - \frac{1}{3} \bar{\sigma}_y^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

のように表す方法で、4 階のテンソル N_{ijkl} が単位テンソルであるとき Mises の条件に一致し、それ以外では材料固有の方向性を持ったテンソルとするものである。ここで、 s_{ij} は応力 σ_{ij} の偏差成分で、 $\bar{\sigma}_y$ は降伏応力を示し、塑性変形は体積一定の変形であることを仮定しておく。

一般的な降伏条件を表現する第二のものは、応力の第2不変量 J_2 、第3不変量 J_3 および履歴を表すパラメータ ξ を用いて、 F を Prager-Drucker 型の多項式として表現するもので、材料の異方性の発達を第3不変量によって表そうとするものである。

ここでは、Hill の方法に基づいて、移動硬化を考慮した Baltov-Sawczuk の式

$$F = \frac{1}{2} N_{ijkl} (s_{ij} - \alpha'_{ij})(s_{kl} - \alpha'_{kl}) - \frac{1}{3} \bar{\sigma}_y^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

を用いる。ここで、 α'_{ij} は移動硬化を表す背応力 α_{ij} の偏差成分である。

応力等が客観性の原理(本論文では、Cauchy 応力を用いているため客観性の原理は満足する)を満たし、 F が直交変換 Q_{ij} に関して不変であるためには、4 階のテンソルが引数 ξ_{ij} ($i, j = 1, \dots, N$) をとるとき

$$\begin{aligned} Q_{ip} Q_{jq} Q_{kr} Q_{ls} N_{pqrs}(\xi_{1mn}, \dots, \xi_{Nmn}) \\ = N_{ijkl}(Q_{pm} Q_{qn} \xi_{1mn}, \dots, Q_{pm} Q_{qn} \xi_{Nmn}) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

を満たさなければならない。このような客観性を持つテンソルは、任意に与えられるわけではなく、表現定理⁽¹⁷⁾ から多線形性の不変量多項式による表示をとる。

一方、応力や背応力はその添字に関して対称であり、また、式(2)からも明らかのように添字の間でも交換可能($i, j \longleftrightarrow k, l$)でなければならないから、4 階のテンソル N_{ijkl} は対称性

$$N_{ijkl} = N_{jikl} = N_{ijlk} = N_{klij} \quad \dots\dots\dots (4 \cdot a)$$

を持つ。また、塑性変形における体積不変の条件(非圧縮性)に加え、法線則を仮定すると、多線形性の不変式である N_{ijkl} は

$$N_{iikl} = 0 \quad \dots\dots\dots (4 \cdot b)$$

であることが必要である。これは、 ξ_{ij} に応力 σ_{ij} を用いた場合でも必要条件となる。さらに、例えば図1は、組合せ引張り-ねじり応力下での降伏曲面の変化を模式的に示したものであるが、図に示すような引張り側とねじり側への2種類の負荷経路を考えた場合、後

続の降伏曲面の形状は相似であると仮定する。このとき、 F はそれぞれ(引張り側とねじり側)の変数に対して、等価な(互換性を持った)表示をとることになる。

最も簡単な4階の等方テンソルは、Kronecker のデルタ関数 δ_{ij} を用いて表されるが、式(4・a)、(4・b)を満たし、対称性と非圧縮性を有する2階のテンソルをそれ自身に写像するものは、

$$\begin{aligned} N_{ijkl} &= \frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \\ &\equiv I_{ijkl} \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

で与えられる。このとき、式(2)で表される降伏関数は移動硬化を考慮した Mises 型の降伏関数

$$F = \frac{1}{2} (s_{ij} - \alpha'_{ij})(s_{ij} - \alpha'_{ij}) - \frac{1}{3} \bar{\sigma}_y^2 = 0 \quad \dots\dots (6)$$

に一致する。

次に、 N_{ijkl} が1個の引数 ξ_{ij} を持つ場合は、Baltov-Sawczuk⁽²⁾ によって検討されているが、客観性、対称性、非圧縮性を満たす2個の変数 ξ_{1ij} 、 ξ_{2ij} を引数とする場合、式(3)、(4・a)、(4・b)と互換性を満たすものは、

$$\begin{aligned} N_{ijkl} &= I_{ijkl} + P_1 \xi_{1ij} \xi_{1kl} + P_2 \xi_{2ij} \xi_{2kl} \\ &+ \frac{Q}{2} (\xi_{1ij} \xi_{2kl} + \xi_{2ij} \xi_{1kl}) \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

となる。ここで、 P_1 、 P_2 および Q は、一般に ξ_{1ij} 、 ξ_{2ij} 等の不変量多項式で表されるスカラー係数である。これを式(2)に代入すると

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} (s_{ij} - \alpha'_{ij})(s_{ij} - \alpha'_{ij}) + \frac{P_1}{2} \{(s_{ij} - \alpha'_{ij}) \xi_{1ij}\}^2 \\ &+ \frac{P_2}{2} \{(s_{ij} - \alpha'_{ij}) \xi_{2ij}\}^2 \\ &+ \frac{Q}{2} \{(s_{ij} - \alpha'_{ij}) \xi_{1ij}\} \{(s_{kl} - \alpha'_{kl}) \xi_{2kl}\} - \frac{1}{3} \bar{\sigma}_y^2 = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

図1 後続降伏曲面の相似性

が得られる。変数をさらに増やしていくと、さらに一般的な降伏条件を記述できるが、そのような場合でも、スカラー係数 $P_1, \dots, P_N, Q_1, \dots, Q_M$ がすべて零、あるいはテンソル変数 $\xi_{1ij}, \dots, \xi_{Nij}$ が零のとき、Mises型の降伏関数に帰着させることができる。また、1変数をとるとき、Baltov-Sawczukの理論に一致することは明らかである。

2.2 異方性パラメータ 変形誘起異方性を表わすパラメータは、客観性、対称性および非圧縮性を有していなければならない。また、 N_{ijkl} が無次元のテンソルであることから、それらも無次元であることが望ましい。ここでは、次に与えるテンソル変数

$$\xi_{1ij} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{a'_{ij}}{\bar{\sigma}_y} \quad \dots\dots\dots (9 \cdot a)$$

$$\xi_{2ij} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{s_{ij}}{\bar{\sigma}_y} \quad \dots\dots\dots (9 \cdot b)$$

を用いる。実際、これらは客観性、対称性および非圧縮性を有し、あるいは仮定からそのような性質を持っている。上式で表した異方性パラメータを式(8)に代入すると、結局、 F は

$$\begin{aligned} F = & \frac{1}{2} (s_{ij} - a'_{ij})(s_{ij} - a'_{ij}) \\ & + \frac{3P_1}{4\bar{\sigma}_y^2} \{(s_{ij} - a'_{ij})a'_{ij}\}^2 + \frac{3P_2}{4\bar{\sigma}_y^2} \{(s_{ij} - a'_{ij})s_{ij}\}^2 \\ & + \frac{3Q}{4\bar{\sigma}_y^2} \{(s_{ij} - a'_{ij})a'_{ij}\} \{(s_{kl} - a'_{kl})s_{kl}\} \\ & - \frac{1}{3} \bar{\sigma}_y^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

で表される。初期 ($a'_{ij}=0$) に、Misesの条件と一致するためには $P_2=0$ である必要があり、このことはまた、方向性を有する加工硬化(背応力)が後続の降伏条件に影響を与えることを意味している。

2.3 引張り-ねじり組合せ応力下での表示 式(10)で表した降伏関数を引張り-ねじり組合せ応力状態で書き下すと、

$$\begin{aligned} F = & (\sigma^* - \alpha_1^*)^2 + (\tau^* - \alpha_2^*)^2 \\ & + P_1 \{(\sigma^* - \alpha_1^*)\alpha_1^* + (\tau^* - \alpha_2^*)\alpha_2^*\}^2 \\ & + Q \{(\sigma^* - \alpha_1^*)\alpha_1^* + (\tau^* - \alpha_2^*)\alpha_2^*\} \\ & \times \{(\sigma^* - \alpha_1^*)\sigma^* + (\tau^* - \alpha_2^*)\tau^*\} - 1 = 0 \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

を得る。ここで、

$$\begin{aligned} \sigma^* &= \frac{\sigma_{xx}}{\bar{\sigma}_y}, & \tau^* &= \frac{\sqrt{3}\tau_{xy}}{\bar{\sigma}_y}, \\ \alpha_1^* &= \frac{\alpha_{xx}}{\bar{\sigma}_y}, & \alpha_2^* &= \frac{\sqrt{3}\alpha_{xy}}{\bar{\sigma}_y} \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

として、応力と背応力を降伏応力で割ることによって、

降伏関数を無次元化してある。

図2に、 $P_1=1.0, Q=1.0$ また $\alpha_2^*=0.0$ として、 α_1^* の変化(単軸引張りに相当)に対する降伏曲面を示す。図中、破線で示した曲線は、1変数を引数とする Baltov-Sawczuk のモデル [式(11)で $Q=0.0$ とおく] である。図からわかるように、Baltov-Sawczuk の理論による降伏曲面は、負荷方向と反対の方向に軟化するバウシング効果を記述するだけである(図中の楕円)のに対して、提案したモデルは負荷の反対方向垂直側(ねじり側)に硬化する交差効果を表すことができ、負荷方向に尖ったいわゆる”おむすび形”の形状を記述できる。このような異方性(Misesの条件からのずれ)の発達は、背応力の現在値に依存し、背応力が大きくなればバウシング効果と交差効果も著しく現れるようになる。

異方性パラメータ P_1 と Q の影響を検討するために、図3に $\alpha_1^*=0.7$ 一定として、 P_1 と Q を変化させたときの降伏曲面を示す。 $P_1=1.5, Q=1.0$ の場合、 $P_1=1.0, Q=1.0$ に比べて背応力の方向に曲面が縮んでいることから、 P_1 はバウシング効果の記述に影響を与えると考えられる。一方、 $P_1=1.0, Q=1.5$ の曲面は、他の場合に比べてねじり側の降伏応力が増大しており、 Q は交差効果を表現するパラメータであるといえる。

3. 実験による検証

3.1 実験方法と実験条件 供試材は SUS 304 ステンレス鋼であり、1100°Cで溶体化処理を施してある。引張り-ねじり組合せ応力⁽¹⁸⁾を負荷するための試験片には、図4に示す外径17.5 mm、内径15.5 mmの薄肉円筒試験片を用いた。設定温度は室温と650°Cの2種類で、室温での実験には、機械加工後の残留応力除去のために650°Cで2時間の真空焼なましを行ったものを用い、高温での実験の際には、設定温度(650°C)まで昇温後、数時間保持した後、実験を開始した。

軸側とねじり側のひずみの計測にあたっては、室温の場合、試験片にひずみゲージを接着し、高温では2枚の板バネを用いた変位測定装置⁽¹⁸⁾を使用した。

3.2 降伏応力の定義と測定方法 降伏応力の定義には耐力法、接線法等いくつかあるが、ここでは耐力法でMises型のオフセットひずみ $\Delta \epsilon^p = (\Delta \epsilon^{p2} + \Delta \gamma^{p2}/3)^{1/2} = 0.05\%$ 、あるいは $\Delta \epsilon^p = 0.02\%$ における流動応力(耐力)を降伏応力とした。

降伏応力を測定する方法は、図5に示すような2種類の負荷方向をとり、負荷方向の違いによって形状が

異なるかどうかを検討した。すなわち、図(a)に示す経路では、設定したひずみまで負荷した後降伏曲面の中心付近(O)まで部分除荷し、各々試験片を変えて放射状に $A_1, \dots, A_8$ を計測した。一方、図(b)の方法は、1本の試験片で、設定値まで負荷した後、いったん完全除荷し、軸側とねじり側に降伏点をわずかに越える繰返し変形を与え、 $A_1, \dots, A_8$ の合計8点の降伏応力を得た。なお、本供試材の初期降伏曲面は、ほぼ Mises 型に一致することが確かめられている。

3.3 単調な負荷経路下の後続降伏曲面 図5に示した測定方法で得られた降伏点に対して、式(11)で表した降伏関数による計算結果を図6に示す。用いたパラメータ $P_1, Q, \alpha_{xx}, \alpha_{xy}$ および $\bar{\sigma}_y$ は、実験結果を最もよく表すように定めてある。

図6(a)は、室温での45°方向の比例負荷経路をとったものであり、図中の●印は0.05%耐力で、○印は0.02%耐力を降伏点とした場合の実験結果である。計算結果は実験結果に良好に一致する。とくに、比較の

ために示した Baltov-Sawczuk のモデルに比べ、交差効果をよく表すことができ、降伏曲面の”おむすび形”を正確に表現している。0.02%耐力を用いた場合は、0.05%耐力の結果に比べてバウシング効果、交差効果ともに著しくなっているが、これを表現するために、本モデルではパラメータ P_1 と Q を大きくする必要があり、ここでは、0.02%耐力で $P_1=0.9, Q=1.4$ を用いているのに対し、0.05%耐力で $P_1=0.8, Q=1.2$ を用いた。

高温引張試験における異方性の発達を図6(b)に示す。ここで、ひずみ速度は0.5%/sであり、変形は時間的経過(クリープ変形)に依存しないとしている。変形の進行(背応力と降伏応力の増大)に伴って、異方性が発達するのがわかる。計算で与えた降伏曲面は、スカラー・パラメータ P_1 と Q だけでなく背応力の大きさによって降伏曲面の形状が変化することになるから、このような効果が表現できる。すなわち、変形誘起異方性の記述には、加工硬化(移動硬化と等方硬化)を定量的に評価する必要がある。

また、図6(a)と図6(b)を比較すると、測定時の負荷方向に関わりなく実験結果は類似していることから、実験による降伏曲面の同定の際に、測定方法による影響はほとんどないと言える。また、比例負荷経路である限り、後続降伏曲面の形状は、温度に依存せず類似した形状を示すことがわかる。

3.4 単軸繰返し変形における誘起異方性 高温(650°C)で、ひずみ範囲 $\Delta \epsilon = 1.5\%$ 、ひずみ速度 $\dot{\epsilon} = 0.5\%/s$ として繰返し数10回の単軸繰返し変形を行

図2 背応力の変化に対する降伏曲面の変化

図3 異方性降伏曲面のパラメータ依存性

図4 試験片の形状(単位, mm)

図5 降伏点の計測方法

図6 単調な負荷経路における後続の降伏曲面

い、負荷の途中で降伏曲面を測定した。得られた結果を図7に示す。計算で用いたパラメータは、 P_1 と Q を先の高温での引張変形の場合と同じ値を用い、繰返し硬化が完了したとして降伏応力 $\bar{\sigma}_y$ を一定とし、 α_{xx} だけを変化させた。計算結果は実験で得られた繰返し変形における降伏曲面の移動と変形(ゆがみ)をよく表しているが、実験結果では交差効果が著しくなっており、若干の差異がある。また、塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^p = -0.1\%$ (△印)の降伏曲面は、 $\bar{\epsilon}^p = -0.6\%$ (○印)のときの形状よりも $\bar{\epsilon}^p = 0.5\%$ (□印)に類似しており、異方性のパラメータとしては、塑性ひずみ $\bar{\epsilon}_i^p$ よりも背応力 α_{ii} を用いることが適当であることがわかる。通常、背応力は引張側(負荷方向)と圧縮側(負荷の反対方向)の流動応力の平均値として定義されるが、本理論では一般に異なった値を用いることになる。例えば、 $\bar{\epsilon}^p = 0.5\%$ における背応力は、実験では85 MPaであるのに対して、計算では135 MPaを用いている。

4. 結 言

等方テンソルに関する表現定理に基づいて2変数の4階のテンソル関数を用い、Baltov-Sawczukの理論を一般化することによって、変形誘起異方性を考慮した降伏関数を提唱した。理論の妥当性を検証するために、室温および高温で引張り-ねじり組合せ応力を負荷することによって、比較的簡単な経路における後続

図7 繰返し変形における降伏曲面の挙動

降伏曲面を計測する実験を行い、計算結果と比較検討した。その結果、提案したモデルは非弾性変形によって誘起されるバウシニング効果と交差効果を精度よく記述することが確かめられた。

最後に、本研究を行うにあたって貴重な討論をいただいた Ruhr-Universität Bochum の Professor Th.

Lehmann および供試材の提供を受けた住友金属工業(株)に深謝の意を表す。なお、本研究の一部は、文部省科学研究費補助金(No. 61302036 および No. 62750083)の交付を受けて行ったものであることを付記する。

文 献

- (1) Hill, R., *Plasticity*, (1950), 317-340, Oxford Univ. Press.
- (2) Baltov, A., and Sawczuk, A., *Acta Mech.*, 1(1965), 81-92.
- (3) Rees, D. W. A., *Acta Mech.*, 52(1984), 15-40.
- (4) Williams, J. F., and Svensson, N. L., *Meccanica*, 6 (1971), 104-114.
- (5) Mazilu, P. and Meyers, A., *Ing.-Arch.*, 55(1985), 213-220.
- (6) Betten, J., *ZAMM*, 57(1977), 671-673.
- (7) 石川・佐々木, 機論, 53-491, A(1987), 1432-1439.
- (8) 渡部, 機論, 53-485, A(1987), 139-147.
- (9) 大橋・大野・金山, 機論, 46-412, A(1980), 1440-1449.
- (10) Phillips, A. and Kasper, R., *J. Appl. Mech.*, 40(1973), 891~896.
- (11) 池上, 材料, 24-261(1975), 491-504.
- (12) 池上, 材料, 24-263(1975), 709-719.
- (13) 田中・石崎・井上, 機論, 38-314(1972), 2439-2446.
- (14) Yoshida, F. and Shiratori, E., *Proc. 26 th Japan Congr. Mat. Res.*, (1983), 67-71.
- (15) Ellyin, F., *Proc. IUTAM/ICM Symp. Yielding, Damage and Failure of Anisotropic Solids*, (1988), To appear.
- (16) Eisenberg, M. A. and Yen, C. F. *J. Eng. Mat. Tech.*, 106 (1984), 355-360.
- (17) Spencer, A. J. M., *Continuum Physics*, I(1971), 239-353.
- (18) 芳賀・今谷・井上, 機論, 52-473, A(1986), 49-57.

討 論

〔質問〕 新 津 靖

(東京工業大精密工学研究所)

降伏曲面に特徴的な形状変化を一般性のある降伏条件式によって表現しており、大変興味深く拝読した。以下の点について質問させていただく。

(1) この表現形式を微小オフセットひずみに対する降伏曲面から、任意変形に対する負荷曲面に拡張しうるものなのかどうか、また、その際の問題点についてご教示願いたい。

(2) 例えば、式(11)において、 P_i , Q , α_{xx} および α_{xy} の材料定数を実際の材料について求める、あるいは推定するためには、どのような基礎実験を必要とするのかご教示願いたい。

(3) 貴論文では降伏曲面の一つの対称軸が原点を通る形状について考えておられるようであるが、本文の図1の実線の曲面のように、対称軸が原点を通らないものや、対称性のない曲面を一般式である本文の式(1)や式(2)で表現可能なのか。著者らの考えがあるようならばお教えいただきたい。

〔回答〕 詳細な検討に対し、謝意を表す。

(1) まず、本理論は微小なオフセットひずみを有する負荷曲面(降伏曲面)の記述方法であるとも言える。図6(a)で与えたように、微小なオフセットひずみの場合には、本モデルは適用可能であり、また、負荷曲面の測定方法によって、その形状はほとんど変化しない。さて、ご指摘の任意変形に対する任意の負荷曲面の場合、設定したひずみに対して負荷経路に沿った計算を行って、応力を求める必要がある。すなわち、本論文だけで任意の負荷曲面を記述するのは不可能で

あり、背応力や降伏応力等に対して適当な移行式を持つ構成式モデルが必要となる。

(2) すべての材料定数(α_{xx} と α_{xy} は、本来、状態変数であるが、ここではある状態における材料定数としている)は、測定した後続の降伏曲面の形状から直接求める。それぞれの定数の降伏曲面の記述に対する役割は明らかになっているから、これらの定数を決定するには、組合せ応力状態での降伏曲面の測定が必要である。

(3) ご指摘のとおり、本理論は非比例負荷経路等の降伏曲面が応力の原点と背応力を結ぶ線に対して対称にならないと予想される曲面を記述することはできない。このような場合に対しては、今後の検討が必要であるが、例えば①4階のテンソル N_{ijkl} の引数を増やす、すなわち背応力以外の方向性を持った2階のテンソル変数をさらに導入する、または② N_{ijkl} を状態変数として扱い移行式を定める、等の手法によって一般的な場合にも適用できると考えている。そのような場合でも、引数とするテンソル変数の客観性、あるいは移行式の客観性が保証される必要があり、注意を要する。

〔質問〕 吉 田 総 仁 (広島大学工学部)

貴論文では Baltov and Sawczuk の理論を拡張して変形誘起異方性をうまく表現した降伏関数の定式化に成功しており、興味深く拝見した。

(1) スカラーパラメータ P_i , Q がひとつの実験で決定できれば、異方性は背応力 α_{ij} の変化によって表現できるが、この背応力 α_{ij} の移行式についてはどのようにお考えか。

(2) 降伏曲面の大きさを表す等方硬化変数 $\bar{\sigma}_y$ の移行式はどのようにお考えか。質問(1)とも関連するが、例えば図6(b)における α_{xx} , $\bar{\sigma}_y$ の具体的決定方法をご教示願いたい。

〔回答〕 本理論の拡張について有益な示唆をいただき、謝意を表す。さて、本論文では、内部状態変数とすべき諸変数群を材料定数(ある状態における定数)として扱っており、これらの背応力 α_{ij} や等方硬化変数 $\bar{\sigma}_y$ は、本来、適当な移行式でその発展が規定されなければならないことは当然である。

(1) 背応力の値に関しては、従来から用いられてきた引張側と圧縮側の応力の平均値として定義される背応力ではなく、それよりややずれた値をとることによって実際の降伏曲面の形状を精度よく記述できる。図6(b)に示した降伏曲面の移動を評価するためにあたっては(すなわち単軸引張りの場合は)、応力-ひずみ関係の丸み現象を表すことのできる非線形の移動硬化則が優れているといえる。しかしながら、その方向

性(α_{ij} の発達方向)に関しては、本実験結果からはなんらの示唆を与えるものではなく、今後その方面の詳細な検討が必要である。

(2) 等方硬化変数に関しても、(1)で述べたように今後適当な移行式を定め、完全な形の構成式モデルを構築する必要がある。その際に、位相差のあるひずみサイクルでの著しい硬化やひずみ範囲に依存した繰返し硬・軟化挙動は、 $\bar{\sigma}_y$ の変化によって表され则认为られており、あるひずみパターンに対して等方硬化変数の飽和値がなんらかの量によって規定されるのではないかと考えられる。

α_{xx} や $\bar{\sigma}_y$ は、実験で求められた降伏曲面を最もよく表すような値を試行錯誤で求めているのが現状である。例えば図6(b)の場合、引張側と圧縮側の降伏点の平均よりやや大きい値を α_{xx} とする。そのときの垂直方向の降伏応力を $\bar{\sigma}_y$ とし、さらに、それらの値をいくつか変化させて実際の降伏曲面にフィットさせている。

55巻515号, A編(1989-7) 正誤表

執筆者名	ページ	欄	行	誤	正
堀 辺 忠 志	1548	英文概要	2	of thin	of this
	〃	右	下12	少ない入力データ	少ない入力データ
	1549	左	20	式(5)は	式(4)は
	〃	右	下10	はずれない。	はずれない。