粘塑性理論の高温非弾性解析への適用*
(有限要素法コードへの組み込みと試解析)広江 哲幸^{*1}, 林 泰道^{*2}, 猪狩 敏秀^{*3}An Application of the Viscoplasticity Theory to the Inelastic Analysis
at Elevated Temperatures
(On Incorporation into a Finite Element Code and Example Study)

Tetsuyuki HIROE, Yasumichi HAYASHI, and Toshihide IGARI

The multiaxial form of the extended viscoplasticity model is given under the condition of proportional monotonic loading and is incorporated into a nonlinear finite element code by means of an initial strain technique by replacing the creep strain increment with the inelastic strain increment. The accuracy and stability of the finite element scheme is examined by comparison with numerical analysis. A structural analysis of a thick-walled cylinder of 2¼ Cr-1 Mo steel at 600°C under internal pressure is carried out as a practical implementation of the three-dimensional viscoplasticity theory, and cpu time and stress-strain redistribution behavior are compared with those of FEM analysis by the superposition model.

Key Words: Plasticity, Creep, Viscoplasticity Theory, Unified Constitutive Theory, Finite Element Method

1. 緒 言

高温非弾性解析の高精度化を目的とし高温クリープ域における応力-ひずみの関係式に関する研究⁽¹⁾⁽²⁾が進められており、特に塑性とクリープを区別しない統一形構成式の諸モデルが関心を集めている。しかし、まだこれら新しいモデルの提案、改良などがなされている現在では、個々のモデル間の評価は難しく、さらに複雑な負荷履歴に対する応答や、今後の実用化のための構造体への適用性などの検討の蓄積が必要と思われる。

著者らは、既報⁽³⁾⁻⁽⁵⁾で2¼ Cr-1 Mo 鋼を対象に、統一形構成式モデルの一つである Krempl らによる粘塑性理論⁽⁶⁾を高温クリープ域に適用できるように拡張し⁽³⁾また損傷則と組合せたクリープ疲労の解析例を示し⁽⁴⁾、さらに温度変動下の変形解析と寿命評価に適用⁽⁵⁾した。しかし、これらの研究は、いずれも単軸応

力場を対象としており、本モデルの一般的な多軸応力場への適用は今後の課題であった。

本研究では、この拡張モデルの多軸化および実用化の一環として、まず単調比例負荷に限定した多軸式を導出し、これを FEM コードに組み込み、さらに内圧厚肉円筒の試解析を実施し、塑性とクリープを区別した従来の重ね合わせ形構成式(Superposition Model)による解析と比較することにより統一形構成式(Viscoplasticity Model)の構造体への適用性について検討した。以下その概要について報告する。

2. 構成式モデルの多軸化

既報⁽³⁾で提案した単軸での拡張粘塑性モデルは次式で表される。

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma - g(\epsilon)}{E \cdot k(X, \beta(\epsilon))} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $X = \sigma - g(\epsilon)$

E, X, g, k, β はおのおの、ヤング率、過大応力、平衡応力関数、粘性関数、粘性制御関数を表す。(〔 〕内は関数の引数を示し、 $\cdot$ は時間微分を表す。)

単調比例負荷を前提とする多軸化は、Krempl らによる原形モデルについては実施⁽⁷⁾⁽⁸⁾されており、同様な考え方で式(1)を多軸展開した応力とひずみのテン

* 平成元年7月13日九州支部北九州地方講演会において講演、原稿受付昭和63年11月28日。

*¹ 正員、熊本大学工学部 (〒860 熊本市黒髪2-39-1)。

*² 三菱重工業(株)システム技術部 (〒652 神戸市兵庫区和田崎町1-1-1)。

*³ 正員、三菱重工業(株)長崎研究所 (〒850-91 長崎市飽の浦町1-1)。

ソル成分の関係は次式で表される。

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{el} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} \\ = (D_{ijkl})^{-1} \dot{\sigma}_{kl} + (D_{ijkl})^{-1} \frac{\sigma_{kl} - G_{kl}}{k[\Gamma, \beta(\bar{\varepsilon})]} \quad \dots (2)$$

ここで

$$D_{ijkl} = \frac{E}{1+\nu} \left\{ \frac{1}{2} (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij}\delta_{kl} \right\} \\ G_{kl} = \frac{g(\bar{\varepsilon})}{\bar{\varepsilon} \cdot E} D_{kl ij} \varepsilon_{ij} \\ \Gamma = \{ (\sigma_{ij} - G_{ij})(\sigma_{ij} - G_{ij}) \}^{1/2} \\ \bar{\varepsilon} = \left\{ \frac{1.5 e_{ij} e_{ij}}{(1+\nu)^2} \right\}^{1/2} \\ e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}$$

本モデルは g 関数の引数からわかるように全ひずみ理論であり、微小ひずみ域ということから非弾性ひずみの体積不変を仮定していない。また $\bar{\varepsilon}$ を表す式中のポアソン比 ν は 0.3~0.5 と考えられるがここでは 0.3 一定とした。式(1)と式(2)の対応性から材料関数 g , β , k については単軸で設定した表示式⁽³⁾⁽⁵⁾の引数が替わるだけで多軸でもそのまま適用できることがわかる。したがって β と g には前報⁽⁵⁾同様、下記の関係がある。(r , α_0 は材料定数を示す。)

$$\beta(\bar{\varepsilon}) = g(\bar{\varepsilon}) / r \alpha_0 \quad \dots (3)$$

2 1/4 Cr-1 Mo 鋼については室温から 600°C までの定数値が既報⁽⁵⁾で得られている。

3. 有限要素法コードへの組み込み

3.1 コード組み込み 統一形構成式の FEM への適用は、一般に収束性や計算時間の点で問題があるとされており、原形モデルについてもこの点を考慮したテイラー展開による近似解法(Forward Gradient Method)の解析例⁽⁸⁾がある。しかし、これらの近似方法では材料関数の表示式が複雑になると取扱いが難しくなることから、今後の実用化のためにはまず通常の増分法による弾塑性クリープ FEM 解析ルーチンの中にそのまま組み込んだ場合の適用性について十分把握しておくことが重要と考えられる。

そこで本研究では次式のように粘塑性モデルの時間依存性、非弾性ひずみ増分 $\Delta \varepsilon_{ij}^{in}$ を求め、これと同じ時間依存性の従来形クリープひずみ増分 $\Delta \varepsilon_{ij}^c$ とすることで初期ひずみ法による増分計算を試みた。

$$\Delta \varepsilon_{ij}^{in} = \Delta t \cdot \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} \quad \dots (4)$$

増分計算での各収束計算の繰返し判定には次式を用いた。

$$\left\{ \frac{\Delta \varepsilon_n^c - \Delta \varepsilon_{n-1}^c}{\Delta \varepsilon_n^c} \right\} \leq \delta \quad \dots (5)$$

ここで δ は許容相対誤差、 $\Delta \varepsilon_n^c$ は n 回目の繰返し収束計算時での相当クリープひずみ増分(または相当非弾性ひずみ増分)を表す。使用した有限要素法コード SENSOR/NSAS は、構成式の変更に対しフレキシブルに対応できるモジュール構成を前提にして当社で開発された平板・軸対称体の非弾性(弾・塑性・クリープ)解析プログラムであるが、基本的には通常のはん用非弾性解析コードと機能は同じであり、ここで得られた特性は普遍性があると考えられる。なおプログラムは機械学会 EPICC のベンチマーク問題解析に参加している。また本研究の FEM 解析は IBM 3084 Q を用いている。

3.2 平板一様応力場の試解析 増分法による解析精度を検討するためには、二次元平板要素(8 節点アイソパラメトリック)を用いた 2 1/4 Cr-1Mo 鋼の一樣引張り(温度: 600°C)の FEM 解析を行い、単軸の構成式の数値積分(Bulirsch-Stoer 法)との比較を行った。FEM の相対誤差 δ は 10^{-5} に設定した。数値積分は相対誤差指定(ここでは $10^{-7} \sim 10^{-8}$ に設定)の自動ステップ分割法で十分な高精度解析⁽⁹⁾であることが示されている。

図 1 は FEM 計算におけるひずみ速度 10^{-5} , 10^{-3} , $10^{-2} \% s^{-1}$ での 1% 引張りひずみ到達までの計算ステップと各ステップでの収束計算ループ繰返し数の関係を表している。[( ) 内に CPU 時間を示す。] ひずみ速度が大きいほど収束が悪化しており、当初 $10^{-1} \% s^{-1}$ 以上では収束しなかったが、これは設定されている粘性

図 1 一樣引張り計算(FEM)における計算繰返し数の変化

関数形からひずみ速度が大きいと k 値が急変する(既報⁽³⁾図3)ことに起因しており, 過大応力 x と対数粘塑性関数 $\log k$ の関係式に $\alpha \log k$ を付値した次式とすることで解消された。

$$\left(|X| + \alpha \log k - X_1 \right) \left(|X| + \frac{X^2}{B_1} \log k - x_2 \right) = B_2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで $\alpha=6.0$ と設定したが得られた解は本計算範囲では $\alpha=0$ の場合と引張変形の差は小さかった。($\alpha \neq 0$ はひずみ速度上昇による応力の上限がないことを意味する。) 図2はFEMと数値積分による解析結果の比較を示す。弾性から非弾性への遷移域でFEM解のほう若干小さめの応力であるが実用精度で合致している。誤差の大きいひずみ域(0.1~0.3%)は $\log k-X$ 曲線に対するひずみの影響が大きい領域に対応しており, FEM解析では $k-X$ の関係の急変に若干遅延気味で追従している(数値積分のような予測がない)ことが原因と考えられる。なお図2中にはクリープ発生限界に相当する g 関数を付記した。

図3は同じFEMモデル(600°C)によるクリープ変形解析結果と数値積分による解析結果の比較を示している。(FEM: 200ステップ, CPU=25s)が引張りの場合と同様, 微小ひずみ域でのわずかの相違が, ひず

みの増加とともに消失する傾向を示しているが, FEMのほうが大きめのクリープひずみであり, 引張りでの応力が小さめであることと対応している。

4. 内圧を受ける厚肉円筒の試解析

4.1 解析条件 多軸の効果が表れる簡単な構造体として厚肉円筒の内圧負荷の解析を行った。内圧円筒については特に本粘塑性理論の原形式による解析例⁽⁸⁾があり, 高温域適用のためのモデル拡張についての特徴が得られると考えた。図4に有限要素法の解析条件を示す。解析円筒モデル(内外径比: 2.0)は図4中(a)に示すように両端閉じの条件を満たすように内圧 P に比例する軸力 F を負荷させ, 軸方向ひずみは一般化平面ひずみ状態とした。またFEM要素は8節点, 4積分点のアイソパラメトリックリング要素を用い4要素, 23節点に分割した。内圧は $1 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{-1}$ の速度で負荷し, 肉厚内の応力再分布の傾向が明白になる圧力まで昇圧させた。(重ね合わせモデル: 300 MPa, 粘塑性モデル: 260 MPa)材料は $2\frac{1}{4} \text{ Cr-1Mo}$ 鋼で 600°C の内圧負荷とした。

FEM解析では拡張粘塑性モデル以外に比較のため現行の重ね合わせ形構成式による解析も行った。このタイプでは負荷速度(ひずみ速度)効果の表現のため, 1増分ステップ内において弾塑性解析およびそれに引き続くクリープ解析を行う。塑性ひずみ増分に対してはVon Misesの初期降伏条件, 関連流れ則およびZieglerの移動硬化則を用い, クリープひずみ増分についてはORNLの修正ひずみ硬化則を用いた。また $2\frac{1}{4} \text{ Cr-1Mo}$ 鋼, 600°C の単軸表示の塑性硬化とクリープ変形は次式を使用した。(ヤング率は粘塑性モデルと同じ 152150 MPa とした。)

図2 一様引張の解析結果(FEMと数値積分)

図3 一様クリープ変形の解析結果(FEMと数値積分)

(a) FEM Model

(b) Load Condition

図 4 内圧円筒の FEM 解析条件

(a) Superposition Model

(b) Viscoplasticity Model

図 5 内圧円筒の周方向応力解析結果

(a) Superposition Model

(b) Viscoplasticity Model

図 6 内圧円筒の相当応力解析結果

(a) Superposition Model

(b) Viscoplasticity Model

図 7 内圧円筒の周方向ひずみ解析結果

図 8 内圧円筒の断面応力分布(粘塑性モデル)

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= 453 \varepsilon_p^{0.0575}, \sigma_y = 278 \text{ MPa} \\ \varepsilon_c &= 6.49 \times 10^{-13} \sigma^{4.36} t^{0.502} + 1.55 \times 10^{-17} \sigma^{6.33} t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

(σ : MPa, ε_p , ε_c : mm/mm, t : h)

これらの定数値は統一形の定数値設定と同一の引張り、クリープ実験データを用いて設定しているが微小クリープ域で図3より小さめのクリープ変形となっている。

なお重ね合わせ形と統一形の FEM 増分計算における相対誤差はいずれも 10^{-3} とした。

4.2 解析結果とその検討 図5～7に円筒肉厚断面各点(半径比 r/r_i で表示, r_i : 内径)の周方向応力 σ_θ , 相当応力 σ , 周方向ひずみ ε_θ の時間的変挙動を, 重ね合わせ形モデルの場合と粘塑性モデルの場合とを対比させて示し, 図8は粘塑性構成式による断面応力分布の変化を示した。 σ_r の場合は負荷の途中で内外面の応力分布が完全に逆転し, 再び上昇を始める。粘塑性モデルは増分間での弾塑性計算とクリープ計算がないから全般的に重ね合わせ形モデルに比べ応力・ひずみの変挙動が滑らかである。

また図6の σ の線図からわかるように粘塑性モデルでは負荷直後の解は弾性解(図6中1', 5' 鎖線)と一致するが, その後内外面の応力差が一時的に増大する傾向を示している。これは降伏応力やクリープ発生の下限応力を設けない粘塑性モデルでは図2に示すように高速負荷以外では見掛けのヤング率が小さくなり, 次の軸ひずみ ε_z (平面ひずみ状態)の弾性式から内面($\sigma_\theta = -p$)で σ_r , σ_z が通常の弾性解より大きくなり($\sigma_z - \nu\sigma_r < 0$), 外面では釣合い上, 逆の傾向になることが推察される。

図 9 内圧円筒計算時間と負荷時間の関係

$$\varepsilon_z = \{\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)\}/E \dots\dots\dots (8)$$

なお原形モデルの FEM 解析例⁽⁸⁾は室温を対象としているため g 値が大きく $dg[0]/d\varepsilon = E$ としており, 内圧負荷の初期は弾性挙動を示している。また粘塑性モデルのほうが重ね合わせ形モデルよりひずみ ε_r の初期の増加が大きいことや, 応力 σ_r の分布の逆転時期が早いことなども前者が初期の非弾性ひずみの発生を考慮していることに起因していると考えられる。ただしこれらの応力分布の構成式モデルによる差異の評価は最終的には実験によって行う必要があると思われる。

図9は計算時間(CPU)と負荷時間(または内圧)との関係を示す。( )内は計算ステップ数を示す。非弾性ひずみが1種類であることからステップ当たりのCPUは粘塑性モデルのほうが少ないが, ステップ数

を多くとっているため 260 s までの CPU の総計は重ね合わせ形モデルのほうが少なかった。しかし重ね合わせ形ではその後の CPU が急激に増加している。この増加は非弾性ひずみの増加傾向[図 7 (a)]に対応しており計算時間に対する評価についてもさらに計算例が必要と思われる。

以上の FEM 解析結果の比較から、重ね合わせ形モデルの問題点の一つとされたひずみ速度効果は本解析で行った増分間で弾塑性計算とクリープ計算を行う方法で対応できることがわかった。またクリープと塑性の相互作用は本例題ではその効果が現れず、粘塑性モデルの応力・ひずみ挙動と根本的な差はなかった。また粘塑性モデルに対しては通常非弾性解析用 FEM コードのクリープひずみ増分算出サブルーチンを利用した本方法で FEM 解析できることが確認でき、計算時間についても、実用上の障害にはならないと考えられる。

5. 結 論

拡張粘塑性モデルの実用化の一環としてモデルの多軸化と有限要素法コードへの組込みを行い、試解析により構造体への適用性について検討し、次の結果を得た。

(1) 拡張粘塑性モデルの多軸式を、単調比例負荷の条件の下で設定した。

(2) 通常の増分法(初期ひずみ法)による FEM 解析におけるクリープひずみ増分算出を粘塑性モデルの非弾性ひずみ増分算出に置換することで粘塑性モデル

(統一形構成式)を用いた FEM 解析ができることを確認した。

(3) 粘塑性モデルを用いた内圧厚肉円筒(2¼ Cr-1Mo 鋼, 600°C)の FEM 解析結果は重ね合わせ形モデルによる結果に比べ応力の変化挙動が滑らかであるが、傾向に大きな差はなかった。

(4) 粘塑性モデルでは各計算ステップ当たりの CPU 時間は重ね合わせ形モデルより少ないが、ステップ数を多く必要とし結果的には多くの計算時間を要した。

今後は非比例負荷を含む一般的多軸応力場への適用を図ってゆきたい。

文 献

- (1) 材料学会, 2¼ Cr-1Mo 鋼の高温における非弾性構成式と寿命評価に関する共同研究=報告書(第 I, II 部), 非弾性解析法調査グループ, (1986).
- (2) 材料学会, 多軸応力下の 2¼ Cr-1 Mo 鋼の高温における非弾性構成式と寿命評価に関する共同研究=報告書(第 I, II 部), 非弾性解析法調査グループ, (1988).
- (3) 広江・猪狩, 機論, 51-461, A (1985), 248.
- (4) 広江, 機論, 51-474, A (1986), 430.
- (5) 岩崎・広江・猪狩, 機論, 53-493, A (1987), 838.
- (6) Krempl, E., *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 765 (1982), 5.
- (7) Cernocky, E. P. and Krempl, E., *Acta Mech.*, 36 (1980), 263.
- (8) Zirin, R. M. and Krempl, E., *Trans. ASME, J. Pressure Vessel Technol.*, 104 (1982), 130.
- (9) Bulrish, R. and Stoer, J., *Numerische Mathematik*, 8 (1966), 1.