アルミナの X 線の弾性定数の回折面依存性*

栗田 政則^{*1}, 井原 郁夫^{*1}, 斎藤 明^{*2}

Dependence of X-Ray Elastic Constants of Alumina on the Diffraction Plane

Masanori KURITA, Ikuo IHARA, and Akira Saito

The dependence of the x-ray elastic constants on the diffraction plane was investigated by using seven kinds of diffraction planes of α -alumina with chromium, cobalt and copper $K\alpha$ radiations. The stress applied to a specimen with a bending device was measured by x-rays using the Gaussian curve method. No difference larger than the confidence intervals was observed in the measured x-ray elastic constants. The relative error σ_K/K of the stress constant K is proportional to K which is proportional to $\cot\theta$. Therefore, it is important to choose the diffraction angle 2θ as close to 180° as possible in order to determine the stress and the stress constant precisely. The (410) plane measured with cobalt $K\alpha$ radiation is most suitable for stress determination because it not only has the highest diffraction angle of 168.4° but also the measured x-ray elastic constants almost agreed with both values calculated from Reuss and Voigt models for the elastic deformation of polycrystalline materials.

Key Words: Experimental Stress Analysis, Residual Stress, Ceramics, Elasticity, Statistical Treatment, X-Ray Stress Measurement, X-Ray Diffraction, Alumina, Elastic Constants

1. 緒 言

セラミックスを機械加工したり、金属と接合する際に生ずる残留応力は、セラミックスの強度に大きい影響を及ぼす。X線回折による応力測定法は、多結晶材料の表面の局所の残留応力を非破壊的に測定できるという特徴を持っており、セラミックスの残留応力測定に有効な方法であると考えられる。

X線応力測定法は、元来、巨視的に等方的な弾性体に対する連続体力学の理論に基づいている⁽¹⁾⁽²⁾。この理論によれば、試料面と ψ の角をなす回折面からの回折線ピーク位置は $\sin^2\psi$ に対して直線となり、応力値はこの直線のこう配と弾性定数(応力定数)との積として与えられる。ところで、一般的に単結晶の弾性定数は結晶方位によって異なった値をとる。このような単結晶が数多く集合して構成されている多結晶体の変形機構は複雑であるが、そのモデルとして、外力を受けた多結晶体の各結晶粒は応力が一定という条件で変形すると仮定するReussのモデル⁽³⁾と、ひずみが一定と仮定するVoigtのモデルがある。また、これらの両モ

デルを折衷したKrönerのモデルなどが提案されている^{(2)(4)~(8)}。これらのモデルを用いて、結晶の弾性異性を考慮して解析した結果によれば、等方性弾性体に対する解析結果と同様に、ピーク位置と $\sin^2\psi$ との関係を示す $\sin^2\psi$ 線図は直線となるが、弾性定数は異なった値をとる^{(2)(4)~(7)}。このような理由から、X線的に得られる弾性定数はX線の弾性定数とよばれている。しかし、これらの解析も、結晶の方位関数が定数であるという仮定、すなわち多結晶体は結晶方位が全くランダムな多くの結晶粒から構成されているという仮定に基づいている⁽⁵⁾。このような多結晶体は、やはり巨視的には等方性弾性体として挙動することは、多くの実験事実が示すとおりである。

上記のReussおよびKrönerのモデルによる解析によれば、X線の弾性定数は回折面に依存するが、Voigtのモデルによる解析によれば、回折面に依存しない。X線回折によって応力を測定するためには、まず測定に用いる回折面を選択しなければならないが、実際的な多結晶体は、上記のモデルよりも複雑な機構によって変形すると考えられるので、X線の弾性定数の回折面依存性をまず実験的に明らかにする必要がある。

ところで、X線による測定値はX線計数値固有の

* 平成元年9月21日 北陸信越支部信越地方講演会において講演、原稿受付 平成元年1月5日。

^{*1} 正員、長岡技術科学大学(〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)。

^{*2} ㈱日立製作所(〒101 東京都千代田区神田駿河台4-6)。

統計変動⁽⁹⁾によってばらつくので、このばらつきの大きさを表す標準偏差を求めて測定値の再現性を検討することがたいせつである。幸いにして、定時計数法による測定法に対しては、この標準偏差を1回の測定から解析的に求め得る^{(10)~(17)}。

本研究は、Cr, Co および CuK α 線を用いて、アルミナの試験片の7種類の回折面からX線の応力定数およびX線の弾性定数をガウス曲線法によって測定し、その標準偏差を解析的に求めてこれらの測定値の再現性および回折面依存性を明らかにしたものである。

2. X線の弾性定数の実験的決定

多結晶体を構成する個々の結晶の弾性異方性を考慮に入れた後、各結晶粒の方位が全くランダムに配列すると仮定して解析すれば、等方性弾性体に対する弾性力学による解析と同様に、試験片表面層内の結晶に生ずるひずみと負荷応力との関係式を導くことができる。すなわち、試験片の表面に x - y 軸をとり、 x 軸方向に単軸応力 τ を試験片に加えたときに、試験片の表面法線と ϕ の角度をなす方向の y 軸に平行な格子面のひずみ ε は

$$\varepsilon = \frac{s_2}{2}(\tau + \tau_x')\sin^2\phi + s_1(\tau + \tau_x' + \tau_y') \dots (1)$$

となる⁽¹⁾⁽²⁾。ただし、 τ_x' と τ_y' はそれぞれ x と y 方向の残留応力値である。また、 s_1 と s_2 はX線のコンプライアンスと呼ばれる弾性定数で、等方性弾性体に対する理論によれば

$$\begin{aligned} s_1 &= -\nu/E \\ s_2 &= 2(1+\nu)/E \end{aligned} \dots (2)$$

である。ここに、 E と ν はそれぞれ等方性弾性体に対するヤング率とポアソン比である。

式(1)のひずみ ε を、ブラッグの式を用いて回折線ピーク位置 p (deg) に置き換えると

$$p = -\beta s_2(\tau + \tau_x')\sin^2\phi - 2\beta s_1(\tau + \tau_x' + \tau_y') + 2\theta_0 \dots (3)$$

となる。ただし、 θ_0 は無応力状態の試験片のブラッグ角、 β は定数で

$$\beta = \frac{180 \tan \theta_0}{\pi}$$

である。式(3)から、ピーク位置 p と $\sin^2\phi$ との関係を表す $\sin^2\phi$ 線図は直線となるので、この直線のこう配を M とすれば

$$M = -\beta s_2(\tau + \tau_x') = (\tau + \tau_x')/K \dots (4)$$

となる。ただし、 K は応力定数と呼ばれる値で

$$K = -\frac{1}{\beta s_2} = -\frac{\pi E \cot \theta_0}{360(1+\nu)} \dots (5)$$

である。

式(4)は、試験片に種々の単軸応力 τ を加えたときの $\sin^2\phi$ 線図のこう配 M と負荷応力 τ との関係は直線となることを示している。この直線のこう配を B とすれば、式(4)と式(5)から

$$B = -\beta s_2 = 1/K \dots (6)$$

となる。また、このときの $\sin^2\phi$ 線図の切片を N とすれば、式(3)から

$$N = -2\beta s_1(\tau + \tau_x' + \tau_y') + 2\theta_0 \dots (7)$$

となる。式(7)から、切片 N は単軸応力 τ に対して直線となり、この直線のこう配を C とすれば

$$C = -2\beta s_1 \dots (8)$$

となる。式(6)と式(8)から、X線のコンプライアンス s_1 と s_2 および応力定数 K を実験的に求めることができる。

3. 実験方法

3.1 材料および試験片 材料は純度 99 % の常圧焼結 α -アルミナ(α -Al₂O₃)で、かさ比重は 3.86g/cm³ である。試験片はダイヤモンドカッタで切断後、粒度 230 番のダイヤモンド砥石で 630 μ m 研削した。さらに試験片表面の加工層を除去するために、粒径 2 μ m のダイヤモンド砥粒で表面層を約 30 μ m ラップ研磨した。試験片形状を図1に示す。

機械的に測定した弾性定数は、試験片にゲージ長 2 mm の直交二軸のストレインゲージを貼付し、前回の研究⁽¹²⁾⁽¹³⁾で用いた四点曲げ負荷装置に取付けて曲げ応力を負荷して、試験片表面に生じたひずみと負荷応力との関係から求めた。その結果、ヤング率は 384.4 GPa で、ポアソン比は 0.241 であった。

3.2 X線応力測定 X線応力測定は、著者らが開発した自動X線応力測定装置⁽¹⁸⁾および自動X線回折装置⁽¹⁹⁾に平行ビーム光学系のスリットを取付けて、並傾法によって行った。測定条件を表1に示す。回折ピーク位置はガウス曲線法を用いて決定した。この方法では、X線計数値のバックグラウンド(BG)補正は応力値に影響を及ぼさないことが明らかにされているので⁽¹⁰⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾⁽¹⁷⁾、本実験ではBG補正を省略し、X線

図1 試験片

表 1 X線応力測定条件

Characteristic x-rays Filter	CrK α V foil	CoK α Fe foil					CuK α Ni foil
Diffraction plane	(220)	(1.2.10)	(318)	(229)	(324)	(410)	(4.0.10)
Tube voltage, kV	40	40	40	40	30	30	40
Tube current, mA	25	25	25	25	9	9	25
Divergence angle of slit, deg	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Angular interval, deg	0.05	0.04	0.05	0.05	0.05	0.06	0.03
Preset time, s	16	5	10	10	6	10	10
Irradiated area, mm ²	2 $\times$ 7	2 $\times$ 7	2 $\times$ 7	2 $\times$ 7	5 $\times$ 7	5 $\times$ 7	2 $\times$ 7

計数値の実測値をLPA因子のみで補正した値からピーク位置を計算した。ガウス曲線法によるピーク位置の決定に用いたX線計数値の数は、10～15である。また、応力値およびX線の弾性定数の回折面依存性を調べるために、CoK α 線を用いた(1. 2. 10), (318), (229), (324)および(410)の各回折面, CuK α 線による(4. 0. 10)面, およびCrK α 線による(220)面を測定した。

本研究で用いた自動X線回折装置および応力測定装置で走査できる最大回折角は、それぞれ160°および170°であるので、回折角が160°以下の回折面の測定には回折装置を、160°以上の回折面には応力測定装置を用いた。CoK α 線を用いて(229)面のX線の弾性定数を両装置で測定した結果、この定数は、ばらつきの範囲内で一致したので、両装置による測定値の差はほとんどないと考えられる。

なお、本研究では、X線計数値の統計変動によって生ずる測定値のばらつきの大きさを表す標準偏差 σ を、前報⁽¹⁰⁾⁽¹⁷⁾で示した式を用いて1回の測定値から計算し、その95%信頼区間($\pm 1.96\sigma$)または信頼限界(測定値 $\pm 1.96\sigma$)を示した。同一の条件で65回繰返し測定した応力値の95%は、この区間に入ることがすでに明らかにされている⁽¹¹⁾。各回折面のX線の弾性定数を測定する際には、これらの値の信頼区間を比較するために、負荷応力 τ のみならずピーク位置の標準偏差 σ_p もできるだけ等しくとった。

4. 実験結果および考察

4.1 応力定数測定精度と回折角 ブラッグの式は次式で与えられる。

$$\lambda = 2d \sin \theta$$

ただし、 λ はX線の波長、 d は格子面間隔、 θ はブラッグ角である。上式の両辺を微分して格子面間隔のひずみ $\Delta d/d$ を ε で置き換えると

$$\frac{\Delta(2\theta)}{\varepsilon} = -2 \tan \theta \quad \cdots \cdots (9)$$

図 2 一定のひずみに対する各回折面の回折角度変化

となる。すなわち、結晶体に生じたひずみ ε に対する回折角 2θ の変化は、 $\tan \theta$ に比例して大きくなる。したがって、図2に示したように、回折角 2θ が180°に近づくほどX線によるひずみの測定精度は向上する。図2には、本研究で用いた各回折面に対する式(9)の値も示してある。最も回折角の高い(410)面は(1. 2. 10)面に比べて4.8倍も測定感度がよいことが図2からわかる。

また、応力定数 K の標準偏差 σ_K は、次式で表される⁽¹⁷⁾。

$$\sigma_K = K^2 \sqrt{\sum_{i=1}^N k_i^2 \sigma_{p_i}^2} \quad \cdots \cdots (10)$$

ただし、 N は K の決定に用いたピーク位置の数、 k は定数、 σ_p はピーク位置の標準偏差である。式(10)から K の相対誤差 $\sigma_K/|K|$ は $|K|$ に比例して大きくなるのがわかる。 K は $\cot \theta$ に比例するので、応力定数 K を再現性よく測定するためにも、高い回折角をもつ回折面を選ぶことがたいせつであることがわかる。

4.2 X線侵入深さ 図3には並傾法で測定したアルミナの各回折面に対するX線の有効侵入深さ t の $\sin^2 \psi$ に対する変化を次式から計算して示し

た⁽²⁰⁾⁽²¹⁾。

$$t = -\ln\left(1 - \frac{I_t}{I_\infty}\right) \frac{\sin^2\theta - \sin^2\phi}{2\mu\sin\theta\cos\phi}$$

ここで、 θ はブラッグ角、 ϕ は試料面法線と回折面法線とのなす角、 μ はX線の線吸収係数でCuK α 、CoK α およびCrK α 線に対してそれぞれ122.64, 190.06および390.29 cm⁻¹である⁽²²⁾。また I_t と I_∞ は、それぞれ試験片の表面から t および無限大の深さの層によって回折されるX線強度で、図3は $I_t/I_\infty=0.9$ として計算した。図3からわかるように、CoK α 線のアルミナに対する有効侵入深さはCuK α 線とCrK α 線とのほぼ中間にあり、またCoK α 線の中でも回折角が低い回折面ほど有効侵入深さが浅くなっている。

4.3 K α_1 回折線のガウス関数近似 図4および図5はアルミナの試験片をCoK α 線でプリセットタイム1秒で測定したX線計数値すなわちX線強度(cps)を、X-Yプロッタに出力させた回折線である。図4は

図3 有効X線侵入深さ

図4 CoK α 線による回折線

自動X線回折装置で、また図5は自動X線応力測定装置で測定した。

4.1節に述べたように、回折線の回折角は大きいほどX線による応力測定精度は上がる。図5に示した最も高角度側の(410)面の回折線のすそ野は、X線応力測定装置の走査角度範囲を越えているので得られず、半価幅中点法によるピーク位置測定に必要なバックグラウンド(BG)は決定できない。ガウス曲線法は、このような回折線に対してもピーク位置を決定できるという長所を持っている⁽¹⁰⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾⁽¹⁷⁾⁽²³⁾。図6は、CoK α_1 線による(410)面の回折線で、図の縦軸にはX線計数値の実測値を、BG補正を省略しLPA因子のみで補正した値 z を示してある。図中の曲線は回折線の最大値 $z_{\max}$ の80%以上の点を用いて、最小二乗法によって求めたガウス関数で、回折線ピークは、BG補正を省いてもガウス関数でよく近似できることがわかる。

4.4 X線の弾性定数の測定 X線の弾性定数は表1に示したすべての回折面について測定したが、ここでは最も回折角の大きい(410)面と最も回折角の小さい(1.2.10)面の結果を例にとって説明する。図7と図8には種々の曲げ応力 τ を加えたときの両回折面の $\sin^2\psi$ 線図を示した。これらの図中には、ピーク位置の95%信頼区間($\pm 1.96\sigma_p$)を求め、その最大値と最小値を示してある。図7に示した(410)面の回折線は回折角が高いので、負荷応力に対するピーク位置の変化が大きく、図8に示した(1.2.10)面に比べると、負荷応力はほぼ同一であるが $\sin^2\psi$ 線図のこう配は約5倍大きい。

図9～図12は、それぞれ図7と図8の $\sin^2\psi$ 線図のこう配 M と切片 N を負荷応力 τ に対して示した結果で、これらの図にも M および N の95%信頼区間を示してある。ただし、図9と図10では、 M の信頼区

図5 自動X線応力測定装置を用いてCoK α 線で測定した回折線

間が小さくて記入できないので、これを丸印の直径で表している。いずれの図も信頼区間が示すばらつきの範囲内で良好な直線性を示している。図9～図12からわかるように、負荷応力 τ に対する M と N の変化は、(1, 2, 10)面よりも(410)面のほうがはるかに大きく、測定感度が高いことを示している。表2には種々の回折面に対するX線のコンプライアンス、ヤング率 E 、ポアソン比 ν 、および応力定数の95%信頼限界を示した。

多結晶体の弾性変形機構を表すReussのモデルとVoigtのモデルを三方晶のアルミナに適用して田中ら⁽²⁴⁾が求めた式を用いて計算したX線の弾性定数、およびX線による実測値の95%信頼限界を図

図8 種々の負荷応力に対する(1, 2, 10)面の $\sin^2\psi$ 線図

図6 $\text{CoK}\alpha_1$ 線による(410)面の回折線のガウス関数近似

図9 (410)面の $\sin^2\psi$ 線図のこう配とその95%信頼区間(白丸印の直径)の負荷応力に対する変化

図7 種々の負荷応力に対する(410)面の $\sin^2\psi$ 線図

図10 (1, 2, 10)面の $\sin^2\psi$ 線図のこう配とその95%信頼区間(白丸印の直径)の負荷応力に対する変化

表 2 X線の弾性定数および応力定数の95%信頼限界

Characteristic x-rays	Cr K α	Co K α					Cu K α
Diffraction planes	(220)	(1.2.10)	(318)	(229)	(324)	(410)	(4.0.10)
Diffraction angle 2θ , (deg)	148.4	127.4	146.3	154.1	160.5	168.4	145.2
Compliances, $(1+\nu)/E$	28.34 ± 2.85	32.54 ± 4.05	30.05 ± 1.88	28.50 ± 1.71	27.43 ± 1.21	28.36 ± 0.73	27.98 ± 1.93
(10TPa) $^{-1}$	4.68 ± 0.88	5.63 ± 1.09	5.31 ± 0.64	5.19 ± 0.57	5.02 ± 0.43	5.52 ± 0.28	5.47 ± 0.65
Young's modulus E , (GPa)	423 ± 39	372 ± 46	404 ± 24	429 ± 24	446 ± 18	438 ± 10	444 ± 30
Poisson's ratio ν	0.20 ± 0.03	0.21 ± 0.03	0.22 ± 0.02	0.22 ± 0.02	0.22 ± 0.02	0.24 ± 0.01	0.24 ± 0.02
Stress constant X , (MPa/deg)	-872 ± 88	-1325 ± 165	-879 ± 55	-704 ± 42	-548 ± 24	-314 ± 8	-977 ± 67

図 11 (410)面の $\sin^2\psi$ 線図の切片とその95%信頼区間の負荷応力に対する変化 図 13 X線のコンプライアンス $(1+\nu)/E$ の回折面依存性 図 12 (1. 2. 10)面の $\sin^2\psi$ 線図の切片とその95%信頼区間の負荷応力に対する変化

13~16に示した。これらの図は、X線の弾性定数を極座標表示したもので、回折面の位置を面法線とアルミナ三方晶の c 軸とのなす角 ψ で表してある⁽⁴⁾。なお、等方性弾性体に対する理論が適用できない場合には、図13と14のコンプライアンス $(1+\nu)/E$ と ν/E から、ヤング率 E とポアソン比 ν を求めるのは意味が

ないが、図15と図16の E と ν は、これら二つのコンプライアンスから形式的に求めた値を示した。

図13~16からわかるように、X線的に測定した弾性定数には、信頼区間が示すばらつきの範囲以上の顕著な回折面依存性は認められない。炭素鋼の(211)面と(310)面を用いた実験によれば、X線的に測定したコンプライアンス $(1+\nu)/E$ と ν/E は、ReussとVoigtのモデルによる計算値の間に入るという報告⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁷⁾があるが、図13と図14に示した測定値からわかるように、これらの両計算値よりもやや小さい値をとっている測定値が多い。また、(1. 2. 10)、(220)および(410)面では、両モデルによる計算値および測定値がかなりよく一致しているが、その他の回折面に対するコンプライアンスの測定値はReussモデルによる計算値よりも小さく、Voigtモデルによる計算値に近い値をとっている。なお、(410)面は4・1節で述べたように回折角が最も高いので、応力値および応力定数の測定精度がよいのみならず、図13と図14からわかるように、ReussおよびVoigtのモデルによるX線の弾性定数

表 3 研削およびラッピングによる残留応力

Surface finish	Direction of stress	95% confidence limits of stress (MPa)						
		Diffraction planes						
		(220)	(1.2.10)	(318)	(229)	(324)	(410)	(4.0.10)
Ground	Ground direction	-23±18	-65±24	15±14	18±9	-32±7	-27±8	-11±13
	Perpendicular to ground direction	-94±15	-101±21	-20±13	-7±10	-45±8	-48±8	14±14
Lapped	Ground direction	37±14	-36±21	11±13	18±9	-3±5	-11±5	26±12
	Perpendicular to ground direction	38±14	-38±20	-5±13	27±10	-19±5	-14±5	24±12

図 14 X 線のコンプライアンス ν/E の回折面依存性 図 16 X 線のポアソン比 ν の回折面依存性 図 15 X 線のヤング率 E の回折面依存性

の計算値とX線による実測値がほぼ一致するので、アルミナの応力測定に最適な回折面であると考えられる。

4.5 研削およびラッピングによる残留応力 表 3 は、3.1 節で述べた条件で研削および研削後ラップ研磨して仕上げた表面の残留応力を測定した結果である。応力計算には、本研究で実験的に求めた表 2 の応力定数を用いた。この表の回折面は、X 線侵入深さの浅いものから順に左側から記入してある。表 3 からわかるように、3.1 節に述べた条件で研削した面の残留応力の値は約 100 MPa 以下でそれほど大きくない。また、研削方向に垂直方向の残留応力値は研削方向に比べて、(4. 0. 10) 面を除いて、すべて圧縮側になっている。このような現象は鉄鋼材料に対しても見られる。(4. 0. 10) 面の残留応力は、いずれの方向の値も信頼区間の示すばらつきの範囲内ではほぼ零である。これは、図 3 からわかるように、この回折面に対する X 線侵入深さは最も深く、加工層の下層まで測定しているためと考えられる。一方、ラップ研磨した表面の残留応力は、方向によらずかなり低い値を示している。

5. 結 論

Cr, Co および $\text{CuK}\alpha$ 線を用いて、アルミナの 7 種

類の回折面のX線の弾性定数をガウス曲線法によって測定し、その回折面依存性を明らかにした。また、X線計数値固有の統計変動によって生ずる測定値のばらつきを表す信頼区間を求め、得られた測定値の再現性を明らかにした。得られた主な結論は、次のとおりである。

(1) 本研究で用いた7種類の回折面に対して、X線で測定した弾性定数には、信頼区間が示すばらつきの範囲以上の顕著な回折面依存性は認められなかった。

(2) (1, 2, 10), (220)および(410)面に対するX線の弾性定数の測定値は、ReussおよびVoigtのモデルによる計算値にかなり近い値をとったが、その他の回折面に対する測定値は、ReussのモデルよりもVoigtのモデルによる計算値に近い値をとった。

(3) 応力定数 K の標準偏差 σ_K は K^2 に、また K の相対誤差 σ_K/K は K に比例して大きくなる。 K は $\cot\theta$ に比例するので、応力定数を精度よく求めるためには回折角 2θ ができるだけ高い回折面を選ぶことがたいせつである。

(4) $\text{CoK}\alpha$ 線による最も高い回折角 168.4° をもつ(410)面の回折線は、バックグラウンドが決定できないので半価幅法では応力測定ができないが、ガウス曲線法を用いれば応力測定ができる。

(5) $\text{CoK}\alpha$ 線による(410)面は、最も高い回折角をもつので応力および応力定数の測定精度が最も高いのみならず、ReussおよびVoigtのモデルによるX線の弾性定数の計算値およびX線による測定値がほぼ一致するので、アルミナのX線応力測定に最適な回折面であると考えられる。

本研究の試験片を製作していただいた日本特殊陶業(株)の方々に厚くお礼を申し上げる。また、本研究の一部は、文部省科学研究費(一般研究C)で行った。

文 献

- (1) Hilley, M. E. 編, *Residual Stress Measurement by X-Ray Diffraction*-SAE J 784 a, (1980), 12-16, SAE.
- (2) Macherauch, E., *Exp. Mech.*, 6(1966), 140.
- (3) Reuss, A., *Z. Angew. Math. Mech.*, 9-1(1929), 49.
- (4) Macherauch, E. and Wolfstieg, U., *Mater. Sci. Eng.*, 30(1977), 1.
- (5) Noyan, I. C. and Cohen, J. B., *Residual Stress Measurement by Diffraction and Interpretation*, (1987), 62-74, Springer-Verlag.
- (6) Dölle, H., *J. Appl. Cryst.*, 12(1979), 489.
- (7) 日本材料学会編, X線応力測定法, (1981), 129-136, 養賢堂.
- (8) Kröner, E., *Z. Phys.*, 151(1958), 504.
- (9) 栗田, 機論, 43-368(1977), 1358.
- (10) Kurita, M., *Journal of Testing and Evaluation*, 9-5(1981), 285.
- (11) Kurita, M., *Journal of Testing and Evaluation*, 11-2(1983), 143.
- (12) 栗田・ほか3名, 材料, 37-423(1988), 1463.
- (13) 栗田・小野, 機論, 55-509, A(1989), 152.
- (14) Kurita, M., *Journal of Testing and Evaluation*, 9-2(1981), 133.
- (15) Kurita, M., *Journal of Testing and Evaluation*, 10-2(1982), 38.
- (16) 栗田・天野・坂本, 材料, 31-345(1982), 609.
- (17) 栗田, 機論, 55-511, A(1989), 590.
- (18) 栗田・宮川・住吉・崎山, 機論, 52-480, A(1986), 1921.
- (19) 栗田・ほか4名, 機論, 54-500, A(1988), 854.
- (20) 文献(1)の60ページ.
- (21) Cullity, B. D., *Elements of X-Ray Diffraction 2nd ed.*, (1978), 292, Addison-Wesley.
- (22) 文献(21)の512, 513ページ.
- (23) Kurita, M., *NDT International*, 20-5(1987), 277.
- (24) 田中・松井・栗村・秋庭, 材料, 36-407(1987), 792.