たたみこみ積分法による三次元微小クリープおよび クリープ疲労き裂発生確率の解析的検討*

北村 隆行^{*1}, 大谷 隆一^{*1}

Stochastic Analysis of Small Crack Initiation in Creep and Creep-Fatigue by the Convolution Integral Method

Takayuki KITAMURA and Ryuichi OHTANI

Microstructural randomness of materials causes the fluctuation of initiation lives and growth rates of small cracks during high-temperature creep and creep-fatigue. The crack initiation life is especially strongly dependent on the grain-boundary inclination to the stress axis. Taking into account the effect of random grain-boundary inclination, the basic probabilities of initiation are analyzed by a convolution integral method on the basis of the three-dimensional stochastic model. Any probability of crack inclination and initiation life can be calculated from the basic probabilities. Excellent coincidence is obtained from the comparison between the analyses and experimental data of Type 304 stainless steel under the creep-fatigue condition.

Key Words: Probabilistic Method, Creep, Fatigue at High Temperature, Crack Initiation, Convolution Integral, Microstructure, Grain-Boundary Inclination, Inner Crack, Surface Crack

1. 緒 言

高温クリープおよびクリープ疲労においては、寿命の比較的初期より微小な粒界き裂が発生・成長する⁽¹⁾⁽²⁾。このき裂発生・成長は材料の微視組織不均一性の影響を受け、ランダムな挙動を示すことが知られている^{(1)~(3)}。とりわけ、負荷応力と粒界ファセット面のなす角度が大きな影響を及ぼす⁽⁴⁾。これらの挙動を模擬するため、著者らは確率変数を用いたモデル化を進めてきた⁽⁵⁾⁽⁶⁾。また、そのモデルよりき裂発生・成長確率を求める方法としてモンテカルロ法⁽⁵⁾⁽⁶⁾とたたみこみ積分法⁽⁷⁾を提案した。前者では、複雑なモデルでも簡単にシミュレーションを行うことができ、かつ、き裂発生・成長履歴をそのまま求めることができる。一方、後者では、極値(最大値, 最小値)の確率を迅速かつ正確に求めることができる。また、き裂発生確率に影響を及ぼす因子について、個々の影響度合を分離して解析することができる。本研究では、このたたみこみ積分の特長を利用し、三次元物体中のクリープ疲労(またはクリープ)き裂発生モデルに基づき粒界ファセット面の応力軸に対する傾きがき裂発生確率に及ぼす影

響について検討した。

2. 微小き裂発生モデル⁽⁵⁾⁽⁷⁾

クリープおよびクリープ疲労条件下における粒界微小き裂のモデルは前報⁽⁵⁾⁽⁷⁾において提案したものと同様である。以下にその要点を示す。

(1) 材料の微視組織は等方性を有する。すなわち、粒界ファセット面はあらゆる方向に対して等しい確率で分布している。

(2) き裂は一粒界ファセット単位で発生する。

(3) 各粒界ファセットは破壊抵抗値 R を有する。 R は各粒界ごとに異なる確率変数とする。簡単のため、本解析では破壊抵抗 R の確率密度 $f_R(R)$ を α から β までの一様分布とする。すなわち、

$$f_R(R) = \begin{cases} 0 & (R \leq \alpha \text{ または } \beta < R) \\ 1/(\beta - \alpha) & (\alpha < R \leq \beta) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (1)$$

である。

(4) 各粒界ファセットは単位時間(単位繰返し数)ごとに ϕ の破壊駆動力を受ける。 ϕ も確率変数であるが、ここでは簡単のため粒界ファセット面に対する垂直応力成分 σ_n のみに依存し、次式で表されたとする。

* 原稿受付 平成元年8月31日。

^{*1} 正員, 京都大学工学部 (〒606 京都市左京区吉田本町)。

$$\dot{\phi} = \dot{\phi}_0 \sigma^p \quad (\dot{\phi}_0, p: \text{定数}) \dots \dots \dots (2)$$

(5) 各粒界の破壊抵抗は破壊駆動力によって減少する。粒界の破壊抵抗値が零になった時にき裂が発生する。

ここで、 R を各粒界ファセット面のき裂発生に至る限界クリープ損傷、 $\dot{\phi}$ を単位時間あたりに累積するクリープ損傷と考えてもよい。例えば、微視的損傷として粒界に多数分布するキャビティを考えると、 R はキャビティの連結によって一粒界ファセット面にき裂が発生する直前のキャビティの分布状態を統計的に代表する量（たとえば、有効断面積⁽⁸⁾⁽⁹⁾）と考えられる。この場合、キャビティの大きさには分布があり、またその数や位置にもばらつきがあるため⁽¹⁰⁾、一変数の確定的な限界量をもってき裂発生条件とすることは困難である。そこで、これを確率変数として取扱う。また、 $\dot{\phi}$ は多数のキャビティの成長速度を統計的に代表する量と考えることができる。式(2)はキャビティの成長速度が垂直応力と垂直ひずみ速度に強く依存すること⁽¹¹⁾を反映したものである。

なお、 $\dot{\phi}$ に垂直応力以外の影響を加味したり、 $\dot{\phi}_0$ を確率変数として解析することもできる。また、 R の分布としてさらに複雑なものを採用することも考えられ、理論的にも可能である。しかし、ここでは煩雑さを避けるため、上記のように簡単な仮定を採用した。

また、本モデルのもとでは

$$\alpha^* = \alpha / (\dot{\phi}_0 \sigma^p) \dots \dots \dots (3)$$

$$\beta^* = \beta / (\dot{\phi}_0 \sigma^p) \quad (\sigma: \text{負荷応力}) \dots \dots \dots (4)$$

の標準化が可能である。以下では、この標準化した形で解析を行う。

図1 内部粒界ファセットの説明図

3. き裂発生確率

3.1 内部き裂 無限体に一軸一様応力 σ が負荷される場合を考える。図1に示すように、応力軸が z 軸と一致するように物体中に xyz 直交デカルト座標系を定める。粒界ファセット面法線の x, y, z 軸に対する方向余弦を各々 l, m, n とすると

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1 \dots \dots \dots (5)$$

が成立する。また、微視組織は等方的であるから、 l, m, n は互いに同等の出現確率を有する。したがって、 (l, m, n) の出現確率は、半径1、中心の座標 $(0, 0, 0)$ の球(球 o とする)面上のそれに対応する表面積に比例する。すなわち、 n の累積確率 $F_n(n)$ は次のように与えられる。

$$F_n(n) = \frac{\text{球 } o \text{ 上の } n \text{ 以下の表面積}}{\text{球 } o \text{ の全表面積}} \\ = \frac{2\pi \int_{\sqrt{1-n^2}}^1 m \sqrt{1+(dn/dm)^2} dm}{2\pi} \\ = n \quad (0 \leq n \leq 1) \dots \dots \dots (6)$$

ここで、対称性を考慮して、 n は正值とした。したがって、 n の確率密度関数は

$$f_n(n) = 1 \quad (0 \leq n \leq 1) \dots \dots \dots (7)$$

となる。

本モデルでは、き裂発生時点において

$$0 = R - \dot{\phi} t \\ = R - \dot{\phi}_0 \sigma^p n^{2p} t \dots \dots \dots (8)$$

が成立している。したがって、き裂発生時間 t の確率密度 $f_t(t)$ は、粒界破壊抵抗 $f_R(R)$ と n の確率密度 $f_n(n)$ を用いて、

$$f_t(t) = \int_0^1 f_R(\dot{\phi}_0 \sigma^p n^{2p} t) \cdot f_n(n) |\partial n / \partial t| \cdot dn$$

図2 き裂発生時間 t の確率密度

$$= \begin{cases} 0 & (t \leq \alpha^*) \\ \frac{1 - (\alpha^*/t)^{1+1/2p}}{(2p+1)(\beta^* - \alpha^*)} & (\alpha^* < t \leq \beta^*) \\ \frac{(\beta^*/t)^{1+1/2p} - (\alpha^*/t)^{1+1/2p}}{(2p+1)(\beta^* - \alpha^*)} & (\beta^* < t) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (9)$$

と与えられる。図2に $f_i(t)$ の時間変化を模式的に示す。き裂は時間 t が α^* に達したときより発生しはじめ、 $t=\beta^*$ までき裂発生確率は大きく増加する。しかし、 $t=\beta^*$ 以降ではき裂発生が急速に少なくなる。最頻値は $t=\beta^*$ の時であり、 $f_i(\beta^*)$ は p が大きくなるとともに小さくなる。また、 $f_i(t)$ の分布関数 $F_i(t)$ は上式を積分して容易に求められる。ここで、 $F_i(t)$ はある粒界ファセットに時間 t までにき裂が発生する確率と考えることができる。したがって、時間 t において N 個の粒界からなる材料に M 本のき裂が発生している確率 $p_i(t)$ は、次の二項分布で与えられる⁽⁶⁾。

$$p_i(t) = \frac{N!}{M!(N-M)!} F_i(t)^M \{1 - F_i(t)\}^{N-M} \quad \dots\dots\dots (10)$$

したがって、発生き裂数の平均と標準偏差は $F_i(t)N$ および $\sqrt{NF_i(t)\{1-F_i(t)\}}$ である。すなわち、その変動係数は N の増大とともに小さくなるため、充分大きい N に対しては、発生き裂数はほぼ $F_i(t)N$ となる。

次に、応力軸に対する方向余弦が n である粒界のき裂発生確率について考察する。この場合き裂発生条件は式(8)と同じく次式で表される。

$$0 = R - \dot{\phi}_0 \sigma^p n^{2p} t \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし、式(8)の n は確率変数であるが、式(11)の n は確定数である。き裂発生時間の確率分布 $f_{tin}(t)$ (t の条件付き確率)は、

$$f_{tin}(t) = |dR/dt| f_R(\dot{\phi}_0 \sigma^p n^{2p} t)$$

図3 応力軸に対する方向余弦が n である粒界のみに着目した場合のき裂発生時間の確率密度

$$= \begin{cases} 0 & (t \leq \alpha^*/n^{2p} \text{ または } \beta^*/n^{2p} < t) \\ n^{2p}/(\beta^* - \alpha^*) & (\alpha^*/n^{2p} < t \leq \beta^*/n^{2p}) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。図3に $f_{tin}(t)$ の模式図を示す。ここで、 $f_{tin}(t)$ およびその累積確率 $F_{tin}(t)$ は、応力軸に対する方向余弦が n である粒界のみに着目した場合、その粒界に時間 t においてき裂が発生する確率および時間 t までにき裂が発生している確率である。

n と t に対する結合き裂発生確率密度関数 $f_{in}(t, n)$ は次のように求められる。

$$f_{in}(t, n) = f_n(n) \cdot f_{tin}(t) = \begin{cases} 0 & (t \leq \alpha^*/n^{2p} \text{ または } \beta^*/n^{2p} < t) \\ n^{2p}/(\beta^* - \alpha^*) & (\alpha^*/n^{2p} < t \leq \beta^*/n^{2p}) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ただし、 $0 \leq n \leq 1$ 。

この関係を図4に示す。ここで、 $f_{in}(t, n)$ は方向余弦 n を有する粒界ファセット面に時間 t にき裂が発生する確率である。

$f_{in}(t, n)$ と $f_i(t)$ より、時間 t に発生したき裂のみについて、そのき裂の応力軸に対する方向余弦の確率密度 $f_{n|t}(n)$ (条件付き確率)が次のように求められる。

$$f_{n|t}(n) = f_{in}(t, n) / f_i(t)$$

(I) $t \leq \alpha^*$ の時

$$= 0$$

(II) $\alpha^* < t \leq \beta^*$ の時

$$= \begin{cases} 0 & (n^{2p} \leq \alpha^*/t \text{ または } 1 < n^{2p}) \\ [(2p+1)n^{2p}/\{1 - (\alpha^*/t)^{1+1/2p}\}] & \end{cases}$$

図4 n と t に対する結合き裂発生確率密度

$$\begin{aligned}
 & (\alpha^*/t < n^{2p} \leq 1) \\
 \text{(III)} \quad & \beta^* < t \text{ の時} \\
 & = \begin{cases} 0 & (n^{2p} \leq \alpha^*/t \text{ または } \beta^*/t < n^{2p}) \\ (2p+1)n^{2p}/\{(\beta^*/t)^{1+1/2p} - (\alpha^*/t)^{1+1/2p}\} & (\alpha^*/t < n^{2p} \leq \beta^*/t) \end{cases} \\
 & \dots\dots\dots (14)
 \end{aligned}$$

図5に上記の関係を模式的に示す。

ここでは、2章の仮定に従って検討を進めたが、同様の手順により他の条件におけるき裂発生確率密度を求めることも可能である。例えば、材料の微視組織に異方性がある場合には、 n の確率分布 $f_n(n)$ を適切な関数に変更することにより解析できる。また、クリープ疲労の場合には時間 t を繰返し数に、負荷応力 σ および粒界ファセット面垂直応力 σ_n を各々 $(\int_0^{t_1} \sigma^p dt)^{1/p}$ および $(\int_0^{t_1} \sigma_n^p dt)^{1/p}$ (t_1 : 1サイクル中の引張り時間)に読み換えればよい。

3.2 表面き裂 応力軸が z 軸と、表面が yz 平面と各々一致するように xyz 直交デカルト座標系を定める。図6(a)は表面き裂を示しており、表面上においてそのき裂と応力軸(z 軸)に垂直な方向(y 軸)のなす角を θ_1 とする。等方性材料を考えた場合、 x 軸(表面法線方向)を中心とする回転に対してもその分布が変化することはないから、 θ_1 の確率密度は0から π までの一様分布である。さらに、左右の対称性を考慮して、 θ_1 を0から $\pi/2$ の一様分布として解析しても一般性は失われない。すなわち、その確率密度は

図5 時間 t において発生したき裂のみに着目した場合のき裂の応力軸に対する方向余弦の確率密度

$$f_1(\theta_1) = \begin{cases} 0 & \theta_1 < 0 \text{ または } \pi/2 < \theta_1 \\ 2/\pi & (0 \leq \theta_1 \leq \pi/2) \end{cases} \dots\dots\dots (15)$$

と表される。次に、図6(a)中のき裂に垂直な線分 ww を通り表面に垂直な切断面 w を考える。図6(b)は、その切断面上におけるき裂の傾きを示したものである。図に示すように、 w 面上においてき裂と表面に垂直な方向のなす角を θ_2 とすると、 θ_2 は θ_1 と独立であり、その確率密度は

$$f_2(\theta_2) = \begin{cases} 0 & (\theta_2 < 0 \text{ または } \pi/2 < \theta_2) \\ \cos \theta_2 & (0 \leq \theta_2 \leq \pi/2) \end{cases} \dots\dots\dots (16)$$

となる⁽¹²⁾。一方、

$$n = \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 \dots\dots\dots (17)$$

であるから、 n の確率密度は

$$\begin{aligned}
 f_n(n) &= \int_0^{\pi/2} f_1[\arccos(n/\cos \theta_2)] \cdot f_2(\theta_2) \\
 &\quad \times |\partial \theta_1 / \partial n| \cdot d\theta_2 \\
 &= 1 \quad (0 \leq n \leq 1) \\
 &\dots\dots\dots (18)
 \end{aligned}$$

となる。すなわち、表面における粒界ファセット面の n の分布は、物体内部のそれと同じである。したがって、各確率密度 $f_t(t)$, $f_{t|n}(t)$, $f_n(t, n)$, $f_{n|t}(n)$ は3.1節で述べた内部き裂に対する結果と同じである。

図6 表面き裂の説明図

次に、角度 θ_1 を有する粒界ファセット面に対するき裂発生確率について考察する。式(8)と(17)より、き裂発生条件は

$$0 = R - \phi_0 \sigma^p \cos^{2p} \theta_1 \cdot \cos^{2p} \theta_2 \cdots \cdots (19)$$

と書き直せる。これより、角度 θ_1 を有する粒界ファセット面にのみ着目すると、その粒界面に時間 t にき裂が発生する確率 $f_{i1}(t)$ (条件付き確率) は

$$f_{i1}(t) = \begin{cases} 0 & (t \leq \alpha^*/\cos^{2p} \theta_1) \\ \frac{\cos^{2p} \theta_1}{\beta^* - \alpha^*} \cdot [I_p(u)]^a & (\alpha^*/\cos^{2p} \theta_1 < t \leq \beta^*/\cos^{2p} \theta_1) \\ \frac{\cos^{2p} \theta_1}{\beta^* - \alpha^*} \cdot [I_p(u)]^a & (\beta^*/\cos^{2p} \theta_1 < t) \end{cases} \cdots \cdots (20)$$

である。ただし、

$$I_p(u) = \int (1-u^2)^p du = \{u(1-u^2)^p + 2p I_{p-1}(u)\} / (2p+1) \cdots \cdots (21)$$

$$I_0(u) = u \cdots \cdots (22)$$

$$a = \sqrt{1 - (\alpha^*/t)^{1/p} / \cos^2 \theta_1} \cdots \cdots (23)$$

$$b = \sqrt{1 - (\beta^*/t)^{1/p} / \cos^2 \theta_1} \cdots \cdots (24)$$

また、き裂発生時間 t と粒界面の角度 θ_1 の結合き裂発生確率密度 $f_{i1}(t, \theta_1)$ は

$$f_{i1}(t, \theta_1) = f_{i1}(t) \cdot f_i(\theta_1) = \begin{cases} 0 & (t \leq \alpha^*/\cos^{2p} \theta_1) \\ \frac{2 \cos^{2p} \theta_1}{\pi(\beta^* - \alpha^*)} & (\alpha^*/\cos^{2p} \theta_1 < t \leq \beta^*/\cos^{2p} \theta_1) \\ \frac{2 \cos^{2p} \theta_1}{\pi(\beta^* - \alpha^*)} & (\beta^*/\cos^{2p} \theta_1 < t) \end{cases} \cdots \cdots (25)$$

となる。さらに、時間 t に発生したき裂のみに着目すると、そのき裂の角度 θ_1 の確率 $f_{i1}(t, \theta_1)$ は次のように求められる。

$$f_{i1}(t, \theta_1) = f_{i1}(t, \theta_1) / f_i(t)$$

(I) $t \leq \alpha^*$ の時

$$= 0$$

(II) $\alpha^* < t \leq \beta^*$ の時

$$= \begin{cases} 0 & (\cos^{2p} \theta_1 \leq \alpha^*/t) \\ \frac{2(2p+1)\cos^{2p} \theta_1}{\pi\{1 - (\alpha^*/t)^{(2p+1)/2p}\}} \cdot [I(p)] & (\alpha^*/t < \cos^{2p} \theta_1 \leq \beta^*/t) \\ \frac{2(2p+1)\cos^{2p} \theta_1}{\pi\{1 - (\beta^*/t)^{(2p+1)/2p}\}} \cdot [I(p)] & (\beta^*/t < \cos^{2p} \theta_1 \leq 1) \end{cases}$$

(III) $\beta^* < t$ の時

$$= \begin{cases} 0 & (\cos^{2p} \theta_1 \leq \alpha^*/t) \\ \frac{2(2p+1)\cos^{2p} \theta_1}{\pi\{1 - (\beta^*/t)^{(2p+1)/2p}\}} \cdot [I(p)] & (\alpha^*/t < \cos^{2p} \theta_1 \leq \beta^*/t) \\ \frac{2(2p+1)\cos^{2p} \theta_1}{\pi\{1 - (\beta^*/t)^{(2p+1)/2p}\}} \cdot [I(p)] & (\beta^*/t < \cos^{2p} \theta_1 \leq 1) \end{cases} \cdots \cdots (26)$$

同様に、 θ_2 に対する確率も求めることができる。

4. 試験結果との比較

前章において求めた確率密度を基に、実際の試験観察によって得られる各種のき裂発生に関する統計データを解析的に推定することができる。本章では、ステンレス鋼 SUS 304 平滑試験片のクリープ疲労 (ひずみ

図 7 c-p type 試験におけるき裂発生繰返し数の分布についての観察結果

図 8 き裂発生時間の累積確率密度 $F_i(t)$ についての計算結果と試験結果の比較

制御非対称三角波、全ひずみ 1%，引張ひずみ速度 $10^{-3}\%/s$ 、圧縮ひずみ速度 $1\%/s$ 、923 K、真空中) 条件における表面き裂発生についての観察結果と解析結果について比較検討する。以下に示す試験データは、クリープ疲労試験を定期的に中断し、光学顕微鏡を用いて試験部表面領域 (面積 2.4 mm^2) に発生するき裂数および表面における応力軸となす角 (図 6 中の θ_1) を測定した結果である。なお、試験方法および試験結果のさらに詳細は以前に報告した⁽²⁾、図 7 に表面き裂発生数の繰返しに伴う変化を示す。図 2 と傾向が類似しており、本モデルでクリープ疲労き裂発生挙動を良好に表すことができる。両図の比較より α^* と β^* の値を決定することができる ($\alpha^* \approx 0, \beta^* \approx 125$)。また、式 (2) における定数 p はき裂発生数の累積分布と関数 $F_i(t)$ の比較より決定できる。図 8 に p を変えて計算を行った結果と試験観察 (き裂密度の変化) より求めた関数 $F_i(t)$ の値を示す。図より本条件においては $p \approx 10$ であることがわかる。このようにして決定した α^*, β^*, p を用いて、き裂発生に関するあらゆる確率を決定することができる。なお、定数の決定に用いた試験データには粒界ファセット面角度は考慮されていないことに注意を要する。

もし、モデルの粒界面に対する仮定が妥当であるならば、上述の定数を用いた解析より得られる粒界ファセット面角度に対する各き裂発生確率も試験観察結果と一致する。逆に、もし解析結果が試験結果と一致しない場合には、モデル自体が不適切であることを示している。この場合、不一致の影響因子についてモデルを修正し、さらに試験結果との比較を行うことができる。この手順を繰返せば、モデルを漸次改善してゆく

図 9 発生き裂の角度分布についての計算結果と試験結果の比較

ことが可能である。これは、一種の逆問題解析と考えることもでき、粒界破壊のメカニズム等について示唆が得られることがある。例えば、粒界ファセット面上のせん断応力を考慮して良い対応関係が得られるならば、キャビティの成長 (損傷の発展) に垂直応力のみならず粒界すべり等を介してせん断応力が重要な役割を果たしていることになる。

さて、繰返し数 (時間) $t=225$ までに発生したき裂の表面における角度 θ_1 の確率について示す。十分に広いき裂発生領域を考えた場合、繰返し数 (時間) t までに発生したき裂の累積確率分布 $G_{in}(\theta_1, t)$ は次式によって与えられる。

$$G_{in}(\theta_1, t) = F_{i1}(t, \theta_1) / F_i(t) \\
 = \iint f_{i1}(t, \theta_1) dt d\theta_1 / F_i(t) \quad \dots\dots\dots (27)$$

図 9 に上述の α^*, β^*, p を用いて式 (27) より求めた $G_{in}(\theta_1, t)$ を実線で示す。なお、重積分の計算には台形公式に基づく数値積分を用いた。また、図中には試験観察によって得られた結果も示した。図より両者はよく一致しており、本モデルの妥当性を示すと同時に本方法によりき裂発生に関する詳細な確率の解析が可能であることも示している。

5. 結 言

たたみこみ積分法を用いて、クリープおよびクリープ疲労条件下の微小き裂発生確率の粒界の角度の依存性について検討した。得られた結果は次のように要約できる。

(1) 三次元微小き裂発生モデルを基に、物体内部に発生するき裂に関する以下の確率密度を導出した。

$f_i(t)$: 粒界の角度を問わず、時間 t においてき裂が発生する確率密度 [式 (9)]。

$f_{in}(t)$: 応力軸に対する方向余弦が n である粒界のみに着目した場合、その粒界に時間 t においてき裂が発生する確率密度 [式 (12)]。

$f_{in}(t, n)$: n と t の結合き裂発生確率密度 [式 (13)]。

$f_{ni}(n)$: 時間 t に発生するき裂のみについて、そのき裂面の応力軸に対する方向余弦 n の確率密度 [式 (14)]。

(2) 同様にして、物体表面に発生するき裂に関する確率密度を導出した。 $f_i(t), f_{in}(t), f_{in}(t, n), f_{ni}(n)$ については内部き裂と同じであった。さらに、発生き裂の表面上における応力軸となす角 θ_1 依存性に関する以下の確率密度を導いた。

$f_{i1}(t)$: 角度 θ_1 を有する粒界のみに着目した場合、

その粒界に時間 t においてき裂が発生する確率密度 [式(20)],

$f_{II}(t, \theta_1)$: θ_1 と t の結合き裂発生確率密度 [式(25)],

$f_{III}(\theta_1)$: 時間 t に発生するき裂のみに着目した場合, そのき裂の θ_1 の確率密度 [式(26)].

(3) 上述の確率密度より, 時間 (繰返し数) t までに発生した表面き裂について角度 θ_1 の累積確率分布を算出した。これと SUS 304 のクリープ疲労き裂についての試験観察結果を比較した。両者は良好な一致を示し, 本き裂発生モデルの妥当性を示すとともに本解析法によりき裂発生に関する詳細な解析が可能である事を示した。

最後に, 本研究は文部省科学研究補助金奨励研究 A (01750090) によって実施したことを付記する。

文 献

- (1) 大谷・奥野・清水, 材料, **31**-344 (1982), 505.
- (2) 大谷・木南・坂本, 機論, **52**-480, A (1986), 1824.
- (3) 岡崎・遠藤・矢田・小泉, 材料, **36**-410 (1987), 1232.
- (4) 多田・北村・大谷, 機論, **56**-524, A (1990), 掲載予定.
- (5) 北村・大谷, 機論, **53**-490, A (1987), 1064.
- (6) 大谷・北村・村山・多田, 機論, **54**-503 (1988), 1312.
- (7) Kitamura, T. Ghosn, L. J. and Ohtani, R., NANA T.M. No. 101358 (1989).
- (8) Kachanov, L. M., *Izv. Acad. Nauk SSSR, Otd. Tekh. Nauk*, **8** (1958), 26.
- (9) Rabotnov, Yu. N., *Creep Problems in Structural Members*, North-Holland, Amsterdam, (1969).
- (10) Don, J. and Majumdar, S., *Acta Met.*, **34** (1986), 961.
- (11) Chen, I-W. and Argon, A. S., *Acta Met.*, **29** (1981), 1759.
- (12) 北村・多田・栗山・大谷, 機論, **56**-524, A (1990), 掲載予定.