三次元き裂の HRR 場の解析*
(第 2 報, 表面き裂の HRR 場)菊池 正紀*¹, 矢野 一 範*², 田村 敏 功*³Analysis of HRR Stress Field at the Three-Dimensional Crack Tip
(2nd Report, HRR Field of Surface Crack Problem)

Masanori KIKUCHI, Kazunori YANO, and Toshinari TAMURA

Surface-cracked specimens are analyzed precisely using the three-dimensional finite element method, and the stress fields at the crack tip are compared with HRR solution. First, a plate with a surface crack subjected to a bending load is analyzed. It is shown that the stress field does not agree well with the HRR solution when the crack depth is not large. But as the crack depth increases, the stress field becomes nearer to the HRR solution. It is also shown that a displacement field similar to the HRR solution exists in a small region which is very near to the crack tip. Then the surface crack in a pipe is analyzed. The results show that the stress field is significantly different from the HRR solution. The reason for this difference is considered to be the difference of the stress distribution in the ligament of the specimen.

Key Words: Fracture, Surface Crack, Pipe, HRR Field, Three-Dimensional Analysis

1. 緒 言

非線形破壊力学上の重要なパラメータである J 積分は、き裂の破壊開始条件として、また Tearing Modulus という形でき裂の安定成長から不安定成長への遷移条件として幅広く用いられている。き裂の進展条件を記述するこれらのパラメータが有効であるためには、き裂先端において J 積分が支配的である領域が存在する必要がある。そうした領域の存在は、Hutchinson⁽¹⁾および Rice-Rosengren⁽²⁾により理論的にほぼ同時に示された。そこでは応力、ひずみ、変位が J 積分によって一義的に記述され、応力、ひずみには特異性が生じることが示されている。このような HRR 特異応力場の存在が、試験片の形状、寸法に依存することは広く知られており、破壊靱性試験における CT 試験片の寸法基準など⁽³⁾⁽⁴⁾も、そのような観点から定められている。

HRR 特異応力場の存在は、いくつかの数値解析により確かめられてきた⁽⁵⁾⁽⁶⁾が、その多くは二次元のき

裂問題を対象としている。著者らは、実在の三次元形状のき裂問題でも HRR 場の存在を確かめることは重要であるとの認識より、第 1 報においては最も標準的な試験片である CT, CCT 試験片の三次元詳細 FEM 解析を行った。その結果、CT 試験片の場合、 J_{IC} 試験の基準以下の厚さの試験片でも板厚中央部には平面ひずみの HRR 解と一致する変位場が存在すること、また解析対象とした CCT 試験片には HRR 場と一致する応力、変位場が存在しないことを確かめた。

本報では表面き裂材を対象として、FEM 詳細解析により HRR 場を調べることを目的とする。著者らの表面き裂の安定成長試験⁽⁷⁾においては、表面き裂の進展条件が必ずしも CT 試験片のそれとは一致せず、 J 支配条件下でのき裂進展とはなっていない可能性が示唆された。Parks ら⁽⁸⁾も 2 種類の表面き裂の三次元解析を行い、変形の進行につれて応力場が HRR 場から離れていくことを報告している。そこで本報では、まず著者らが実験に用いたものと同一の試験片の弾塑性解析を行い、HRR 場の存在について検討する。

次に破断前漏えい (LBB) の成立条件と関係して、原子炉設計上重要な配管内の表面き裂問題も解析し、この種の問題に J 積分や Tearing Modulus を破壊基準として使用することの妥当性について検討する。

* 平成元年 11 月 10 日 材料力学講演会において講演、原稿受付 平成元年 5 月 10 日。

*¹ 正員、東京理科大学理工学部 (〒278 野田市山崎 2641)。

*² 正員、(株)東芝 (〒105 東京都港区芝浦 1-1-1)。

*³ 学生員、東京理科大学大学院。

2. 三点曲げを受ける表面き裂のHRR場

2.1 解析対象 図1には、試験片形状を示す。種々のアスペクト比を持つ半だ円表面き裂を導入した後、三点曲げにより負荷を与える。表面き裂形状および負荷形式によって表1に示すように6種類の試験片を解析するものとした。ここで深さは a 、表面での長さ $2c$ 、試験片厚さは t で表されている。Aタイプは曲げ(AB)と引張り(AT)の2種類の負荷を受ける。またC、Dタイプの違いは a/t 、すなわちき裂深さの違いである。そしてA、B、D、Eタイプはいずれも a/t の値が比較的小さく、アスペクト比 a/c が0.8から0.2まで順次変化している。

図2には、試験片の1/4部分の要素分割の一例を示す。要素数720、節点数3765である。使用した要素は20節点アイソパラメトリック要素であり、き裂縁は8個の要素で表現されている。このように総自由度が10000を超える問題の弾塑性解析は多大のCPU時間を要する。本研究では弾塑性解析にはMarcalの方法⁽⁹⁾を用い、ソルバにはSKYLINE法⁽¹⁰⁾を3行3列同時処理するよう改良したものを用いることにより数値解析の高速化を図った。弾塑性解析は、き裂縁上で分布する J 積分値の最大値がほぼ J_{IC} 値に達するまで行なった。1ケースの解析に要した時間は、東京大学の大型計算機センターのHITACS-820で、約80minである。

試験片の材質はA533B鋼であり、応力-ひずみ関係式として次式を用いた。

$$\sigma \leq \sigma_0; \varepsilon = \sigma/E$$

$$\sigma \geq \sigma_0; \varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left\{ \left(\frac{\sigma}{E'} \right)^n - \left(\frac{\sigma_0}{E'} \right)^n \right\}$$

$$n=3.0 \quad E=206 \text{ GPa} \quad \nu=0.3$$

$$\sigma_0=0.549 \text{ GPa} \quad E'=1.609 \text{ GPa}$$

.....(1)

なお、HRR解と比較するために式(1)をRamberg-Osgood形の次式で近似した。

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad \text{.....(2)}$$

ここで $n=4$ 、 $\alpha=6.73$ である。

2.2 解析結果と考察 FEMによる弾塑性解析は表1に示すように6種類の試験片について行ったが、このうちABタイプとBタイプとは結果的にほとんど差がなかったため、以下ではAB、AT、C、D、Eタイプの結果を示すものとする。

図3(a)、(b)には、ABとATタイプの試験片の J 積分値を示す。ただし図3中に変形の程度を示すバ

ラメータとして $L/(J/\sigma_0)$ を用いる。ここで L はき裂底から試験片背面までのリガメント幅、 J はき裂底での J 値を用いている。この値が大きいくほど変形は小さく、変形が進行するにつれてこの値は小さくなっていく。図3のそれぞれの図中に示した $L/(J/\sigma_0)$ の最小値が、それぞれの試験片で J 値の最大値がほぼ J_{IC} 値に達した状態を示している。またき裂縁上での位置は、表面からの離心角 ϕ で示す。 $\phi=0^\circ$ が自由表面、 $\phi=90^\circ$ がき裂底である。曲げを受けるABタイプでは、 J 積分値のピークが自由表面近傍に生じており、そこからき裂底にかけて J 値は漸減している。これは曲げ負荷のために自由表面で曲げ応力が最大となるからである。他のC、D、Eタイプでも同様の傾向が認められている。一方、負荷が引張り場合はこのようなピークは生ぜず、 J 値は表面から漸増して $\phi \geq 40^\circ$ の範囲では

表1 試験片形状

タイプ	c (mm)	a (mm)	t (mm)	B (mm)	a/c	a/t
AB・AT	6.20	4.96	20.0	35.0	0.8	0.248
B	6.75	4.05	20.0	35.0	0.6	0.203
C	6.30	2.52	5.0	35.0	0.4	0.504
D	7.00	2.80	10.0	40.0	0.4	0.280
E	10.32	2.07	8.0	55.0	0.2	0.259

図1 試験片形状

図2 要素分割図

ほ最大かつ一定となっている。

次に応力, 変位場をHRR解と比較する。HRR解によれば, き裂先端の応力, 変位は J 積分値およびき裂先端からの距離 r を用いて次式のように表される。

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left(\frac{J}{\alpha \sigma_0 \epsilon_0 I_n r} \right)^{1/(n+1)} \bar{\sigma}_{ij}(\theta, n) \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$u_i = \alpha \epsilon_0 r \left(\frac{J}{\alpha \sigma_0 \epsilon_0 I_n r} \right)^{n/(n+1)} \bar{u}_i(\theta, n) \quad \dots\dots\dots(4)$$

ただし n および α は式(2)の近似より求められる定

数, σ_0 は降伏応力, $\epsilon_0 = \sigma_0/E$, I_n は n の値によって決まる定数, $\bar{\sigma}_{ij}(\theta, n)$, $\bar{u}_i(\theta, n)$ はき裂先端に原点を持つ極座標 (r, θ) をとったときの θ と n とに依存する無次元パラメータである。

図4(a)~(e)は, 5種類の試験片のき裂底での $\sigma_{\theta\theta}$ 応力成分の分布をHRR解と比較したものである。図4(a)のABタイプの場合, 変形が小さいとき($L/(J/\sigma_0)=567$)は, $\sigma_{\theta\theta}$ の分布は平面ひずみのHRR解と良く一致している。しかし, 変形が進むにつれて応力分布は平面ひずみ解から離れていき, 最終的には平面ひずみ解と平面応力解との間に位置するようになる。図4(d)のDタイプ, 図4(e)のEタイプにつ

図3 J 積分値のき裂縁に沿った分布

図4 各変形段階での応力 $\sigma_{\theta\theta}$ の分布(き裂底)

いてもこの傾向は全く同一である。AB, D, Eタイプは、アスペクト比のみが異なり、き裂深さはほぼ同一の試験片である。このようにき裂底の応力分布のみを考えれば、アスペクト比の影響はほとんどないといえてよい。このことは、著者の実験⁽⁷⁾において、き裂進展条件がアスペクト比の値にかかわらず一定であるとの結論と良く対応している。しかし同じ曲げ試験片でも、き裂深さが異なるCタイプでは多少分布が異なり、図4(c)に示すように、変形の初期から破壊直前まで、平面ひずみの解と良く一致した分布となっている。すなわち、き裂が十分深い曲げ試験片では、き裂先端の応力分布は平面ひずみのHRR解と良く一致するものと考えられる。このことは、 J_{IC} 値測定に用いられるCT試験片のき裂長さ a が、板幅 W に対して $a/W > 0.5 \sim 0.6$ と定められており、その場合、き裂先端応力場がHRR解と良く一致するという前報の結果と良く対応している。

また図4(a)と図4(b)は負荷形式のみが異なる場合の結果である。引張負荷を受けるATタイプでは、変形が小さい段階ですでに平面ひずみ解から離れており変形の進行につれてさらに離れていく。この傾向は、前報において比較したCT試験片とCCT試験片の違いと良く似ている。

図5はDタイプの表面き裂の、き裂縁に沿った応力分布の変化を示す。き裂底から表面に近づくにつれて、応力分布は平面ひずみ解から離れていくという妥当な結果が得られている。すべての試験片について J の最大値が J_{IC} 値に達したとき、 $r/(J/\sigma_0) = 1.0$ の位置で、 $\sigma_{\theta\theta}$ の値のき裂縁に沿った変化を示したものが図6である。いずれのタイプの試験片でも、表面近傍では小さく、き裂底に向かうにつれて漸増し、 $\phi \geq 40^\circ$ の範囲ではほぼ一定の分布となっている。平面ひずみのHRR解との比較ではCタイプが最も近く、他の4タイプではほぼ同じ位置にある。ABタイプとATタイプとは値が異なるとはいえ、その差はAB, D, Eタイプのばらつきの範囲内である。すなわち、HRR解との比較では、負荷形式の違いよりもき裂深さの違いがより大きな影響を持つことがわかる。

図7には J 積分値が J_{IC} 値に達したときの r とき裂底での $\sigma_{\theta\theta}$ を対数グラフ上にプロットしたものを示す。HRR解では式(3)よりこの傾きが $-1/(n+1)$ になることは明らかである。図7をみると、いずれの試験片もほぼHRR解に平行な応力分布になっていることがわかる。すなわち、HRR解に一致はしなくとも、それに類似の、いわゆるHRRタイプの応力分布をとっている。例えばTearing Modulusを用いて安定き

裂成長解析を行うような場合、き裂先端でHRR場が成立していることが前提になっているが、このようなHRRタイプの応力場が存在することで十分なのか否かについては検討の余地があろう。Whiteら⁽¹¹⁾および著者らの実験結果は、HRRタイプの応力場では不十分であることを示唆しているが、この点についてはなお詳細な実験と解析との比較が必要となろう。

次に変位場の比較を行う。図8(a), (b)には、き裂先端のごく近傍($r/(J/\sigma_0) = 0.1$)の位置での式(4)の無次元パラメータ $\bar{u}_r(\theta, n)$ の、 θ に伴う変化を示す。た

図5 応力 $\sigma_{\theta\theta}$ のき裂縁に沿った変化
[$L/(J/\sigma_0) = 39$] (Dタイプ)

図6 応力 $\sigma_{\theta\theta}$ のき裂縁に沿った分布
[$r/(J/\sigma_0) = 1.0$]

図7 き裂前方の応力 $\sigma_{\theta\theta}$ の分布(き裂底)

だし、これらは J 積分値が J_{IC} 値に達した段階での結果である。図8(a)はき裂底での、図8(b)は自由表面での分布である。ただし縦軸として、式(4)から求められる次のパラメータを用いている。

$$\bar{u}_i(\theta, n) \cdot \left(\frac{\alpha \epsilon_0}{J_n} \right)^{1/(n+1)} = \frac{u_i}{r} \left(\frac{r}{J/\sigma_0} \right)^{n/(n+1)} \quad \dots\dots\dots (5)$$

実線はそれぞれ平面ひずみ、平面応力のHRR解を示している。き裂底でも自由表面でも、すべての試験片で変位場は平面ひずみのHRR解に極めて近い結果となっている。 $r/(J/\sigma_0)=0.1$ とは、 r の絶対値では $r \approx 0.2 \text{ mm}$ 程度の値であり、き裂先端からこのように近い場所では自由表面であっても平面ひずみ状態が実現していることになる。図9(a)、(b)には $r/(J/\sigma_0)=2.0$ での同様の結果を示す。き裂底では、試験片間のばらつきが多少大きくなっているものの、平面ひずみのHRR解に良く一致している。一方、自由表面ではすべての試験片で、平面ひずみ解と大きく異なっている。このように、自由表面では、き裂先端のごく近傍に平面ひずみ領域が存在し、先端から離れるともはや平面応力解とも平面ひずみ解とも一致しない変位場となる。このことはCT試験片でも同様であり、コースティック法などの光学的手法でき裂先端変位を計測

し、それから破壊パラメータなどを推定する際に気をつけねばならない点であろう。

3. 配管中の表面き裂の応力場

3.1 解析モデル 解析対象は図10に示すような、内壁に表面き裂を有する配管である。負荷は四点曲げにより与えられる。配管とき裂の寸法は表2に示す2種類を用い、それぞれ、P1、P2タイプと呼ぶ。き裂形状はだ円形ではなく、一様の深さ a を保つ、不自然な形になっているが、これは実際にこの形状の切欠を導入して行った実験をシミュレートするためのものである。すなわち、P1タイプはScottら⁽¹²⁾の実験を、また、P2タイプはWilkowskiらの提案⁽¹³⁾によるベンチマーク問題である。P1タイプでは内圧が作用する場合を解析している。図11には要素分割を示す。416要素、2383節点である。応力-ひずみ関係式は式(1)と同じ形のものを用いた。ただし、 $n=4.3$ 、 $E=193.06 \text{ GPa}$ 、 $\sigma_0=208.4 \text{ MPa}$ 、 $E'=1.0 \text{ GPa}$ である。これを式(2)のRamberg-Osgood形で近似すると、 $n=4$ 、 $\alpha=1.4$ となる。

3.2 解析結果と考察 図12はP2タイプの荷重-荷重点変位曲線である。公表された実験結果と良く一致している。また図13にはP1タイプのき裂縁に沿

(a) き裂底

(b) 自由表面

図8 き裂先端のごく近傍の変位場 [$r/(J/\sigma_0)=0.1$]

(a) き裂底

(b) 自由表面

図9 き裂先端近傍の変位場 [$r/(J/\sigma_0)=2.0$]

った J 値の分布を示す。ただし横軸は、き裂の中央部からの中心角 γ を、き裂中心角 γ_0 で無次元化して示す。 $\gamma=0$ がき裂中央、 $\gamma=\gamma_0$ がき裂端部を表す。図 13 のように、 J 値はき裂中央部で最大となり、端部に近づくほど小さくなる。すなわち、このき裂がもし進展するとすれば、き裂中央部で半径方向に進展することが予想される。そこで HRR 解との比較は、このき裂中央面内のみで行うものとする。

図 14 には応力場を示す。いずれのタイプでも、応力場は平面ひずみ解とは全く異なっており、 $r/(J/\sigma_0)$ が 4 以上の範囲では平面応力解よりもさらに小さくなっている。このように、き裂の中央面でさえ、変形の初期から応力場が平面ひずみ解と全く一致しない結果は、2 章の表面き裂問題との最も大きな違いである。この原因を考えるために、き裂がない場合のリガメント部の応力分布を考えてみる。図 15(a) は CT または 2 章の曲げを受ける表面き裂問題におけるリガメント部の応力分布であり、き裂先端の位置で応力は最大となりそこから急激に減少していく。また図 15(b) は CCT

試験片や 2 章の AT タイプの試験片の場合であり、一様の応力分布となっている。そして図 15(c) がここで扱っている配管の場合であり、き裂先端から離れるにつれて、応力が増加する分布となる。すでに示されたように、平面ひずみの HRR 解とは図 15(a) が最も良く一致し、図 15(b), (c) と変化するにつれて離れていく。HRR 解を導くにあたって、Hutchinson らは応力分布を級数展開し、その第 1 項のみを考えているから、 r が大きくなるにつれて急激に減少する応力分布を想定していることになる。そのような応力分布と最も類似しているのは図 15(a) であり、図 15(b), (c) と変化するにつれて HRR 解と一致しなくなる結果は合理的なものである。

図 16 は P1 タイプのき裂中央面での変位分布を HRR 解と比較したものである。 r が十分小さければ変位場は平面ひずみの HRR 解と一致し、 r が大きくなると平面応力状態になっている。この傾向は 2 章の結果と同じであり、 r が十分小さい領域には、図 15(c) のような応力場であっても平面ひずみの HRR 場が存在することを示唆している。一方、 J 支配形のき裂進展が生ずる条件は、この HRR 場がプロセスゾーンより十分大きいことであるとされているから⁽¹⁴⁾、この程度の r の値で十分か否かについては慎重に検討しなければならない。

このように、ここで考えている配管問題では、例え

表 2 配管とき裂形状寸法

タイプ	$\gamma_0(\text{deg.})$	a/t	$t(\text{mm})$	$D(\text{mm})$	$2L_1(\text{m})$	$2L_2(\text{m})$
P1	93.6	0.659	16.6	272.8	5.49	1.63
P2	95.76	0.662	26.42	402.6	11.58	3.35

図 10 解析対象

図 12 荷重-荷重点変位曲線 (P2 タイプ)

図 11 要素分割図

図 13 J 積分値のき裂縁に沿った分布

(a) P1タイプ

(b) P2タイプ

図 14 き裂前方の応力 $\sigma_{\theta\theta}$ の分布 (き裂中央部)

図 15 リガメント部の応力分布

ば LBB 条件の検証などのためにき裂進展解析を行う際に、破壊条件として Tearing Modulus を用いることが妥当か否かについては、なお、実験、数値解析の両面からの詳細な比較、検討が必要であろう。

4. 結 言

2 種類の表面き裂問題を三次元 FEM により詳細に解析し、き裂先端の応力、変位場を調べ HRR 解と比較した。その結果、

- (1) CT と CCT の違いと同様、表面き裂材でも曲げ荷重を受けると応力場は平面ひずみの HRR 解に近く、引張荷重では HRR 解との差が大きくなること、
 - (2) 同じ曲げ荷重を受ける表面き裂でも、き裂深さが深いほど平面ひずみの HRR 解に近い応力分布が得られること、
 - (3) リガメント部の応力分布が全く異なる配管中の表面き裂では、き裂中央面内でも平面ひずみの HRR 解と一致する応力場はないこと、
 - (4) ここで解析した表面き裂問題では、いずれの場合もき裂先端のごく近傍では平面ひずみの HRR 解と一致する変位場が存在し、これは自由表面でも同様であること、
- などが明らかとなった。今後さらに、き裂の安定成長

図 16 き裂先端近傍の変位場 (き裂中央部)
(P1 タイプ)

解析を行い、応力場の変化を調べる予定である。

文 献

- (1) Hutchinson, J. W., *J. Mech. Phys. Solids*, **16** (1968), 13.
- (2) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., *J. Mech. Phys. Solids*, **16** (1968), 1.
- (3) Clarke, G. A., ほか 7 名, *JTEVA*, 7-1 (1979), 49.
- (4) 日本機械学会基準, JSME S001 (1981).
- (5) McMeeking, R. M. and Parks, D. M., *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 668 (1979), 175.
- (6) Needleman, A. and Tvergaard, V., *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 803 (1983), I-80.
- (7) 菊池・ほか 2 名, 機論, 55-551, A (1989), 560.
- (8) Parks, D. M. and Wang, Y. Y., *ASTM AMD*, **91** (1988), 19.
- (9) Marcal, P. V., ほか 1 名, *int. J. Mech. Sci.*, **9** (1967), 143.
- (10) 村田・ほか 2 名, スーパーコンピュータ, (1985), 178, 丸善.
- (11) White, C. S., ほか 2 名, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 803 (1983), I-384.
- (12) Scott, P. M. and Ahmad, J., *NUREG/CR-4872*, BMI-2149 (1987).
- (13) Wilkowski, G. M. and Ahmad, J., *NUREG/CR-4082*, BMI-2120 (1987).
- (14) Paris, P. C., ほか 3 名, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 668 (1979), 5.