動的弾塑性ラインスプリングモデルによる
三次元表面き裂材の衝撃応答の解析*阿部 博之^{*1}, 坂 真澄^{*1}, 歌川 学^{*2}Elastic-Plastic Dynamic Line-Spring Model for the Simplified
Analysis of the Impact Response of a 3-D Surface Crack

Hiroyuki ABÉ, Masumi SAKA, and Manabu UTAGAWA

An elastic-plastic dynamic line-spring model is proposed for the simplified analysis of impact response of a part-through surface crack in an elastic-perfectly plastic plate. Bending of the plate is treated based on Mindlin's theory. Stiffness of the dynamic line-spring is evaluated by considering the growth of the plastic zone in the remaining regament and the unloading. The crack tip opening displacement, CTOD, for a semielliptical surface crack in a plate subjected to impact loading at its ends is calculated by using the present model. It is found that CTOD takes its maximum value at the deepest penetration point of the surface crack and the maximum value is larger than that in the static case.

Key Words: Fracture Mechanics, Elastic-plastic Dynamic Line-spring, Crack Tip Opening Displacement, Plastic Zone, Unloading

1. 結 言

構造物に生じるき裂の多くはき裂自体が三次元形状を有している。またその中で表面き裂は重要である。表面き裂を有する部材が、地震あるいは水撃作用などの動的荷重を受けることを想定した場合には、その健全性評価にあたり、表面き裂の動的挙動の把握が不可欠となる。

しかしながら実構造物における三次元表面き裂の動的問題を直接解析することは長い計算時間と大きな容量を要し、実用上必ずしも適切でない。

そこで坂ら⁽¹⁾, Hua-Abé⁽²⁾ および阿部ら⁽³⁾は実用的な簡易解析法として動的ラインスプリングモデルを提案し、その有効性を示している。坂らは両側に表面き裂を有する平板の問題を扱い、Hua-Abé は振動荷重を対象として、また阿部らは衝撃荷重を対象として片側にだけ表面き裂が存在する場合の動的弾性問題を解析している。

本論文では阿部らのモデルを拡張し、弾性変形に加

え新たに部材の塑性変形ならびに弾性除荷をも考慮した動的弾塑性ラインスプリングモデルを提案する。同スプリングの剛性の評価にあたっては、静的問題を対象とした Parks⁽⁴⁾の方法を塑性域がき裂先端から徐々に広がっていく様子をも考慮できるように改良し、これを動的問題に適用する。動的荷重の基本的な例として衝撃荷重を取り上げる。なお解析例として片側に半だ円板状表面き裂を有する平板がその端面に衝撃引張荷重を受ける場合のき裂先端開口変位（以下 CTOD と表す）を評価する。

2. 動的弾塑性ラインスプリングモデルの提案

2.1 問題の呈示とモデル化 解析対象とするき裂材を図 1 に示す。同き裂材は弾完全塑性体よりなるものとする。図 1 において (x, y, z) は平板の中心に原点を有し、き裂を含む平面を x - z 面とする直角座標系である。長さ l , 幅 w , 板厚 d なるき裂材には時刻 t において図 1 に示すように端面 $(y = \pm l/2)$ に、 x 方向単位長さ当たり $N(t)$ なる引張力と $M(t)$ なる曲げモーメントが動的に作用するものとする。図 2 はき裂を含む断面を表す。ここに c はき裂半長、 b_0 は最大き裂深さである。また $-c \leq x \leq c$ における任意の位置のき裂深さを $b(x)$ で表す。

* 平成元年 11 月 28 日 第 2 回計算力学講演会において講演。原稿受付 平成元年 5 月 25 日。

^{*1} 正員、東北大学工学部 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)。

^{*2} 准員、公害資源研究所 (〒305 つくば市小野川 16-3)。

ここで図1の問題を図3に示す貫通き裂を有する二次元薄板の問題に置き換えて考える。薄板は弾性体であるものとし、その端面には図1の問題と同様に $N(t)$ なる引張力と $M(t)$ なる曲げモーメントを動的に作用させる。貫通き裂の上下面は図2に示すリガメント部によるき裂開口の拘束を表現するため、図3に示すような連続的に分布している弾完全塑性の特性を有するばねにより連結する。なお動的弾塑性問題を対象とすることにより、このばねを動的弾塑性ラインスプリングと呼び、また図3に示したモデルを動的弾塑性ラインスプリングモデルと呼ぶことにする。

ラインスプリングの剛性の決定方法については2・2節で説明する。なお本ラインスプリングはその質量が

図1 三次元表面き裂材

図2 半だ円板状表面き裂

図3 動的弾塑性ラインスプリングモデル

零であり、また変形前の長さも零であるものとする。

本モデルによる二次元薄板の解析にあたっては、平面応力状態に対する二次元弾性論と Mindlin⁽⁵⁾ の板曲げ理論および後述するラインスプリングの剛性評価式とを組合せて用いる。計算には8節点アイソパラメトリック要素による有限要素法を使用し、動的問題の解析には Newmark の β 法を用いる。

2・2 ラインスプリングの剛性の評価方法

ラインスプリングの弾塑性剛性を平面ひずみ片側き裂材の剛性との比較により評価する。まず図4に示すような長さ $b(x)$ のき裂を有する幅 d なる平面ひずみ片側き裂材の端面に、単位厚さ当たり N_0 の引張力と M_0 の曲げモーメントが静的に作用する問題を考える。いま N_0, M_0 がそれぞれ $\dot{N}_0, \dot{M}_0$ だけ増加したとする。このとき生じるき裂材端面のき裂線に対する相対的変位増分および相対的回転角増分は、き裂が存在しない場合に比べて増加する。相対的変位、相対的回転角におけるき裂による寄与分をそれぞれ δ, θ で表す(図6参照)。この変位増分、回転角増分の増加量、すなわちき裂による寄与分をそれぞれ $\dot{\delta}, \dot{\theta}$ とすると、 $(\dot{N}_0, \dot{M}_0)$ と $(\dot{\delta}, \dot{\theta})$ の間には次の関係が成り立つ。

$$\begin{pmatrix} \dot{N}_0 \\ \dot{M}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11}^{ep} & k_{12}^{ep} \\ k_{21}^{ep} & k_{22}^{ep} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

式(1)に現れる k_{ij}^{ep} をラインスプリングの弾塑性剛性とする。なおローマ字の下添字は1, 2の数値をとる。

ところで本き裂材の全断面降伏に対する降伏関数 ϕ は、図4に示すすべり線場の考察に基づき Rice⁽⁶⁾ により近似的に次のように求められている。

$$\phi = \left(\frac{N_1 - 0.3}{0.7} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} M_1 \right)^2 - 1 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

ここに

$$N_1 = \frac{N_0}{2\tau(d-b(x))}, M_1 = \frac{2M_0 + b(x)N_0}{\tau(d-b(x))^2}$$

図4 すべり線場

式(2)において τ はせん断降伏応力であり、一軸引張の降伏応力を σ_y とすると $\tau = \sigma_y / \sqrt{3}$ である。Parks⁽⁴⁾ は ϕ を用いて k_{ij}^{ep} を次式で評価している。

$$k_{ij}^{ep} = k_{ij}^{epo}$$

ここに

$$k_{ij}^{epo} = k_{ij}^e - \frac{k_{ii}^e \frac{\partial \phi}{\partial Q_i} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial Q_n} k_{nj}^e}{\frac{\partial \phi}{\partial Q_k} k_{km}^e \frac{\partial \phi}{\partial Q_m}} \dots \dots \dots (3)$$

$$Q_1 = N_0, Q_2 = M_0$$

ただし N_0, M_0 が式(2)の全断面降伏条件を満足しない場合には、式(3)の右辺第2項を零とおく。式(3)では総和規約を用いている。なお k_{ij}^e はラインスプリングの弾性剛性を表す。その評価方法は Rice-Levy⁽⁷⁾ により示されている。

式(3)によればき裂材の応力状態は弾性状態と全断面降伏状態の二つのみに分けて扱われる。しかしながら現実のき裂材では弾性状態の後、負荷の増加に伴いき裂先端から徐々に塑性域が成長し、全断面降伏状態に至る。本論文ではこれを考慮するため式(3)にさらに次の工夫を施し、ラインスプリングの剛性を評価する。図5に示すように平面ひずみ片側き裂材のリガメント部分を n 等分し、各等分線左側のき裂材について考える。便宜上、これらのき裂材を小さいほうから1番めの部分き裂材、 $\dots$ 、 n 番めの部分き裂材と呼ぶ。例として k 番めの部分き裂材を図5に斜線で示す。

ここで部分き裂材の全断面降伏について考えてみる。 k 番めの部分き裂材の幅を d_k とし、各部分き裂材にリガメント長さの比に応じた引張力および曲げモーメントを作用させるものとする。このとき各部分き裂材の全断面降伏を式(2)に従い

$$\phi = \left(\frac{N_1^* - 0.3}{0.7} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} M_1^* \right)^2 - 1 = 0 \dots \dots \dots (4)$$

$$N_1^* = \frac{d_k - b(x)}{2\tau(d_k - b(x))} N_0$$

図5 部分き裂材

$$M_1^* = \frac{d_k - b(x)}{d - b(x)} \{ 2M_0 + b(x)N_0 \} / \tau \{ d_k - b(x) \}^2$$

により判定するものとすれば、各部分き裂材は N_0, M_0 の増加に伴い、小さいほうから順に全断面降伏する。

いま N_0, M_0 がそれぞれある値のとき、以上に記述した部分き裂材の全断面降伏の判定基準に従い、 k 番めの部分き裂材まで全断面降伏したものとしよう。次に N_0 および M_0 を定数倍して aN_0, aM_0 とする。ここに定数 a は aN_0 および aM_0 が式(2)に示される降伏曲面上に位置するように決定する。式(2)において N_0, M_0 の代わりに aN_0 および aM_0 を用いて ϕ を評価した後、式(3)により k_{ij}^{epo} を求める。このようにして求めた k_{ij}^{epo} を用いてラインスプリングの剛性を次式により評価する。

$$k_{ij}^{ep} = \left(\frac{k}{n} \right)^m k_{ij}^{epo} + \left\{ 1 - \left(\frac{k}{n} \right)^m \right\} k_{ij}^e \dots \dots \dots (5)$$

き裂先端開口変位の時間変化に関する本モデルと平面ひずみ材の有限要素解析との比較よりここでは $m = 0.2, n = 50$ を用いる。このように弾塑性ラインスプリングの剛性を評価することにより、塑性域がき裂先端近傍より徐々に広がっていく様子を近似的に表す。

以上では荷重が増加する場合についてのみ述べてきた。除荷の場合には以下のように弾塑性剛性を評価する。各部分き裂材の全断面降伏の判定は荷重増加の場合と同様、式(4)により行うものとする。各部分き裂材は N_0, M_0 の減少に伴い、大きいほうから順に弾性状態に戻る。いま N_0, M_0 がそれぞれある値の場合、 $k + 1$ 番めから n 番めまでの部分き裂材が弾性状態にあるとする。このときラインスプリングの剛性を荷重が増加する場合と同様に式(5)で評価する。

以上のように定義した静的剛性をそのまま動的弾塑性ラインスプリングの剛性として使用する。

2・3 き裂先端開口変位の評価方法 本節では本モデルによるき裂先端開口変位（以下 CTOD₁ と表す）の評価方法について述べる。式(1)に定義した $\dot{\delta}, \dot{\theta}$ をそれぞれ負荷径路に沿って積分すれば、図3に示した貫通き裂材の位置 x におけるき裂面のき裂線に対する相対的変位 δ および相対的回転角 θ を求めることができる。 δ, θ を用い文献(4)を参考にして図6に示すように次式により CTOD₁ を評価する。

$$\text{CTOD}_1 = 2 \left[\delta + \left\{ \frac{d}{2} - b(x) \right\} \theta \right] \dots \dots \dots (6)$$

3. 特別な場合における本モデルの検証

2章で導入した本モデルを用いて三次元表面き裂材のき裂先端開口変位を実際に評価するに先立ち、本章

では本モデルの妥当性について検証を行う。検証にあたっては以下に示す三つの特別な場合、すなわち平面ひずみ片側き裂材の動的弾塑性挙動、三次元表面き裂材の動的弾性挙動、および三次元表面き裂材の静的弾塑性挙動を本モデルが妥当に評価し得るか否かを検討する。

3・1 平面ひずみ片側き裂材の動的弾塑性挙動

本節では図1に示した三次元表面き裂材において $c, w \rightarrow \infty$ となった場合について考える。このときき裂材は平面ひずみ片側き裂材となる。解析にあたっては縦弾性係数 $E=210 \text{ GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、密度 $\rho=7.85 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、降伏応力 $\sigma_y=480 \text{ MPa}$ の各値を用いる。

$N(t)$ としては次式で表される衝撃荷重を用いる。なお $M(t)$ は零とする。

$$N(t) = N_\infty (1 - e^{-t/T_c}) \quad (7)$$

式中 N_∞ は $t \rightarrow \infty$ における $N(t)$ の漸近値、 T_c は衝撃の強さを表すパラメータである。 T_c の3種類の値に対する $N(t)$ の時間変化を図7に示す。 T_c が小さいほど衝撃が強い。図7中、 T は縦波が距離 $l/2$ を進むのに要する時間であり、次式で表される。

$$T = \frac{l}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{\rho}}} \quad (8)$$

平面ひずみ片側き裂材の動的弾塑性応答について本方

図6 き裂先端開口変位の評価方法

図7 外荷重の時間変化

法の妥当性を検証するために、二次元有限要素法プログラム⁽⁸⁾を用いた解析を行う。同解析では外挿法⁽⁹⁾に基づきき裂先端開口変位(以下 $CTOD_2$ と表す)を求める。

$CTOD_1$ と $CTOD_2$ の時間変化を比較して図8および図9に示す。比較に際し、パラメータとして $l/d=40$ 、 $b_0/d=0.1, 0.3$ 、 $T_c/T=0.5, 1.0$ 、 $\sigma_0/\sigma_y=0.5, 0.67$ を用いている。ここに σ_0 は N_∞/d である。図8,9中の破線は本モデルにより得られた結果を、一点鎖線は Parks⁽⁴⁾ のラインスプリングを用いて著者らが行った動的解析

(a) $T_c/T=1.0, b_0/d=0.1$

(b) $T_c/T=0.5, b_0/d=0.1$

(c) $T_c/T=1.0, b_0/d=0.3$

(d) $T_c/T=0.5, b_0/d=0.3$

図8 平面ひずみ片側き裂材における CTOD の時間変化 ($\sigma_0/\sigma_y=0.50$)

の結果を、実線は二次元有限要素法により得られた結果をそれぞれ示す。

これらの図よりわかるように、本モデルによる結果は従来法による場合に比べ二次元有限要素法による結果により近い。またき裂深さ比によらず本モデルによる解析結果と二次元有限要素法による解析結果とはよく一致するとみることができる。なお $l/d=8, 40$, $b_0/d=0.1, 0.3$, $T_c/T=0.2, 0.5, 1.0$, $\sigma_0/\sigma_y=0.5, 0.67$ とし、各パラメータの値のすべての組合せについて、上記のような比較を行った結果、 $l/d=40$, $T_c/T \geq 0.5$ であれば

図9 平面ひずみ片側き裂材における CTOD の時間変化 ($\sigma_0/\sigma_y=0.67$)

き裂深さ、外応力の大きさによらず図8および図9と同様の結果が得られることを確認している。

3.2 三次元表面き裂材の動的弾性挙動 三次元表面き裂材の動的弾性問題に対しては、阿部ら⁽³⁾が動的ラインスプリングモデルを提案し、その有効性を示している。ところで本モデルを弾性問題に適用した場合には、ラインスプリングの剛性を評価する方法は阿部らの方法に一致する。したがって本モデルはこの場合には阿部らの動的ラインスプリングモデルと等価になる。

3.3 三次元表面き裂材の静的弾塑性挙動 三次元表面き裂材に静的荷重が作用する弾塑性問題については弾塑性ラインスプリングモデルの有効性が Parks⁽⁴⁾により確認されている。Parks はラインスプリングの弾塑性剛性を式(3)で評価している。一方、本論文では同剛性を式(5)により評価しており、両者において剛性の評価方法は異なる。そこで三好ら⁽¹⁰⁾にならい、図3に示した貫通き裂中央部の開口変位 δ_s について本剛性の評価方法による結果と Parks の方法による結果を比較してみる。計算の対象とする三次元表面き裂材の寸法は、 $l/d=40$, $w/d=40$, $b_0/d=0.3$, $b_0/c=0.2$ である。また E, ν, ρ, σ_y の各物性値はそれぞれ3.1節で用いた値と同一とする。図10に本剛性の評価方法、および Parks の方法を用いて求めたき裂材端面に作用する静的応力 σ_s と静的開口変位 δ_s との関係を示す。後者の曲線に見られる折れ曲がり部分が本方法ではなめらかになっている。また折れ曲がり部分を除いては両者はよく一致している。これより本方法は静的問題においても従来法より改善されているとみることができる。

図10 静的問題における本方法と従来法との比較

4. 三次元表面き裂材の解析

4.1 本モデルの適用例 本モデルの適用例として図1に示した三次元片側表面き裂材の端面に衝撃引張力 $N(t)$ が作用する場合におけるき裂先端開口変位の解析を示す。計算に用いる三次元片側表面き裂材の寸法および E, ν, ρ, σ_y の各物性値は、それぞれ3章で用いた値と同一とする。また作用する応力の $t \rightarrow \infty$ における漸近値は $\sigma_0 = 0.67 \sigma_y$ である。

$T_c/T = 1.0$ とした場合の解析結果を図11に、また $T_c/T = 0.5$ とした場合の解析結果を図12にそれぞれ示す。図11(a), 12(a)は各時刻におけるき裂先端開口変位の表面き裂前縁に沿う分布を示し、また図11(b), 12(b)は $x/c = 0$ すなわち表面き裂最深部におけるき裂先端開口変位の時間変化を示している。図11(a), 12(a)からわかるように、き裂先端開口変位のき裂前縁に沿う分布は時刻によらず表面き裂最深部 $x/c = 0$ で最大となる。また図11(b), 12(b)からは

$x/c = 0$ におけるき裂先端開口変位が $t/T = 3$ の近傍において最大値をとることがわかる。

4.2 静的問題との比較 4.1節の三次元表面き裂材に $\sigma_0 = 0.67 \sigma_y$ なる外応力が静的に作用する場合におけるき裂先端開口変位の最大値を $CTOD_{i_{max}}$ と表す。4.1節で得られたき裂先端開口変位の最大値(以下 $CTOD_{i_{max}}$ と表す)を $CTOD_{i_{max}}$ と比較して表1に示す。表1より衝撃荷重を受ける表面き裂材におけるき裂先端開口変位の最大値は静的荷重を受ける場合と比較して2.0~2.4倍程度まで増大することがわかる。

ここで参考までに二次元問題における動的な場合のき裂先端開口変位と静的な場合のき裂先端開口変位を比較してみよう。3.1節で求めた $l/d = 40, b_0/d = 0.3, \sigma_0/\sigma_y = 0.67$ の場合における $CTOD_2$ の最大値を $CTOD_{2_{max}}^{d2}$ と表す。これと同一のき裂材に対し、 $\sigma_0 = 0.67 \sigma_y$ なる外応力が静的に作用する場合におけるき裂先端開口変位を有限要素法により求め、これを $CTOD_2^{s2}$ と表す。表2に $CTOD_{2_{max}}^{d2}$ と $CTOD_2^{s2}$ との比

(a) CTODのき裂前縁に沿う分布

(b) き裂最深部におけるCTODの時間変化

図11 三次元表面き裂材におけるCTODの時間変化 ($T_c/T = 1.0$)

(a) CTODのき裂前縁に沿う分布

(b) き裂最深部におけるCTODの時間変化

図12 三次元表面き裂材におけるCTODの時間変化 ($T_c/T = 0.5$)

表 1 動的問題と静的問題における CTOD の比較

Static	Dynamic		$\frac{CTOD_{lmax}^d}{CTOD_{lmax}^s}$
$CTOD_{lmax}^s/d$	T_c/T	$CTOD_{lmax}^d/d$	
8.00×10^{-4}	1.0	1.62×10^{-3}	2.03
	0.5	1.93×10^{-3}	2.41

表 2 動的問題と静的問題における CTOD の比較 (二次元問題)

Static	Dynamic		$\frac{CTOD_{2max}^{d2}}{CTOD_{2max}^{s2}}$
$CTOD_{2max}^{s2}/d$	T_c/T	$CTOD_{2max}^{d2}/d$	
1.92×10^{-2}	1.0	3.88×10^{-2}	2.02
	0.5	6.52×10^{-2}	3.40

較を示す。表 2 より衝撃荷重を受ける平面ひずみ片側き裂材におけるき裂先端開口変位の最大値は静的荷重を受ける場合と比較して 2.0~3.4 倍程度となることがわかる。特に衝撃が強い場合には三次元問題に比べ二次元問題のほうがこの比は大きくなっている。三次元問題における両者の比が衝撃の強い場合に二次元問題における比より小さくなる理由としては、三次元表面き裂材では平面ひずみ片側き裂材の場合と異なり、塑性変形するリガメント部分の両側に弾性領域が存在し、これが大きなき裂開口を妨げることが考えられる。

5. 結 言

三次元表面き裂材に衝撃荷重が作用する場合におけるき裂先端開口変位の簡易解析法として、リガメント部分の塑性変形を考慮した動的弾塑性ラインスプリングモデルを提案した。

本動的弾塑性ラインスプリングの剛性の評価にあたっては塑性域がき裂先端近傍より徐々に広がってゆく様子および除荷を表すことを考慮し、静的問題を対象とした Parks⁽⁴⁾ の方法を改良して用いており、適用が容易である。また三つの特別な場合について検証を行い、本方法が有効な簡易解析法であることを確認した。

解析例として、1 個の半だ円板状表面き裂を有する

平板の端面に一樣な衝撃引張力が作用する問題を対象としてき裂先端開口変位の時間変化を解析した。これより以下の事項が明らかとなった。

(1) き裂先端開口変位のき裂前縁に沿う分布は時刻によらず表面き裂の最深部において最も大きく、最深部から離れるに伴い減少する。

(2) 三次元表面き裂材に対して衝撃荷重が作用する場合のき裂先端開口変位は衝撃荷重の最大値が静的に作用する場合と比較して増大する。

最後に有益なご議論をいただいた東北大学流体科学研究所 林 一夫教授に感謝の意を表する。

文 献

- (1) 坂・ほか 2 名, 機論, 53-491, A(1987), 1347.
- (2) Hua, T.-D. and Abé, H., *Comput. Mech.*, 5-6 (1990), 469.
- (3) 阿部・ほか 2 名, 機論, 55-516, A (1989), 1817.
- (4) Parks, D. M., *Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol.*, 103-3(1981), 246.
- (5) Mindlin, R. D., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 18-1(1951), 31.
- (6) Rice, J. R., *The Surface Crack*, (1972), 171, ASME.
- (7) Rice, J. R. and Levy, N., *Trans. ASME, Ser. E*, 39-1(1972), 185.
- (8) Owen, D. R. J. and Hinton, E. (山田監訳), 塑性の有限要素法, (1988), 469, 科学技術出版社.
- (9) 白鳥・ほか 2 名, 数値破壊力学, (1980), 130, 実教出版.
- (10) 三好・ほか 3 名, 機論, 48-433, A(1982), 1128.

討 論

〔質問〕 宮崎 則 幸〔九州大学工学部〕

(1) ラインスプリングのみに塑性特性を持たせ、薄板は弾性体としておられるが、負荷が大きい場合には、薄板の塑性挙動を考慮する必要はないのか。また、表 1, 2 に関連して「三次元表面き裂材では平面ひずみ片側き裂材の場合と異なり、塑性変形するリガメント部分の両側に弾性領域が存在し、これが大きなき裂開口を妨げることが考えられる」との記述があるが、薄板の塑性も考慮すれば、もっと大きなき裂開口量が得られることはないか。

(2) 本ラインスプリングモデルから、 $CTOD$ 以外の破壊力学パラメータ、例えば $\hat{J}$ 積分等を求めることは可能か。

(3) 式(5)の m と n の決定法をもう少し詳しくお教え願いたい。

〔回答〕 (1) 負荷が極めて大きい場合にはご指摘のとおり、ラインスプリングのみではなく、薄板における塑性変形をも考慮する必要がある。その一つの方法は、本方法に比べ計算時間は極端に増加するが、弾塑性プログラムにより薄板の変形解析を行うということである。本報では、簡易解析に主眼をおいているためにこれを行っていない。なお本報では貫通き裂の開口をスプリングにより拘束した問題を扱っており、

貫通き裂両端における薄板内の応力集中は貫通き裂そのものの場合に比べ小さく、本報で取り上げた程度の負荷 ($\sigma_0 = 0.67\sigma_u$) であれば薄板を弾性体と仮定したことの影響はわずかであると思われる。

(2) 平面ひずみ片側き裂材の二次元有限要素分割で $\hat{J}$ 積分の積分径路を定めた後、本モデルから求める貫通き裂材の位置 x における δ, θ の時間変化に追従した二次元の直接解析を行えば、 $\hat{J}$ 積分を求めることも可能ではないかと考えるが、 $\hat{J}$ 積分等の $CTOD$ 以外の破壊パラメータの簡易算出法の詳細に関しては今後の課題とさせていただきます。

(3) まず n の値を n_0 (例えば 10) と仮定する。

次に m の値を種々変化させて $CTOD_1$ の時間変化を解析し、平面ひずみ片側き裂材の二次元有限要素解析結果の $CTOD_2$ と比較し、よく一致する m の値を選択し、これを m_0 とする。

次に n_0 の値を増加させ、同様に m_0 を求める。

n_0 の値を増加させても m_0 の値がほぼ変化しなくなったとき、この m_0 を m の値として採用する。また計算時間短縮のため、求めた m_0 に対応する最小の n_0 を n の値として採用する。

このようにして決めた m, n の値がそれぞれ $m = 0.2, n = 50$ である。