光塑性実験におけるひずみ凍結に関する基礎研究* (二軸応力場におけるひずみ-しま次数関係)

万 向^{*1}, 高 橋 賞^{*2}, 今 村 均^{*3}

A Basic Study of the Strain Freezing in Photoplastic Experiments (Relationship between Fringe Order and Principal Strain in Biaxial Stress State)

Xiang WAN, Susumu TAKAHASHI, and Hitoshi IMAMURA

Recently, to clarify the mechanism for material deformation during plastic working and to outline the guidelines for plastic design, it is necessary to develop the methods of stress-strain analyses in the elastoplastic and plastic states. In the previous paper, the authors attempted to find a possible strain freezing method in photoplastic experiments, and the results showed that a very fine linear relationship is maintained between the isochromatic fringe order N and principal strain difference ($\varepsilon_1 - \varepsilon_2$) over a very wide range under the uniaxial tensile stress state. In this paper, we discuss the type of relationship between the fringe order and principal strain in the biaxial stress state. The discussions on the results obtained are based on the Moiré method and photoplastic method in the use of the strip sheet and cross-type specimens of polycarbonate.

Key Words: Plasticity, Experimental Stress Analysis, Photoplasticity, Polycarbonate

1. 緒 言

高分子材料のモデルを用い、材料の弾性領域を越えた塑性領域までの応力またはひずみ状態を光弾性法を拡張し実験的に解析しようとする光塑性実験法の研究は古くから行われてきた。光塑性モデル実験結果は解析対象となる金属材料などの塑性問題に応用できる条件としては、(1)応力-ひずみ曲線において金属とモデル材料間に類似性があること、(2)モデル材料の降伏挙動およびポアソン比が金属のそれと同じであること、(3)ひずみ-しま次数間にそれぞれ一対一の対応関係を持つことである。

これまでも多くの光塑性高分子モデル材料について報告がある。例えば Coker-Chakko⁽¹⁾がセルロイド材料の光塑性の特性を測定し、Frocht と Thomson⁽²⁾はセルロイド材料を用い、負荷後安定な状態になったときの応力-ひずみ、応力-しま次数関係を求め、平面応力解析を行っている。但野と石川^{(3)~(5)}らは、セルロースアセテート材料について、クリープ変形における

光塑性特性、単軸と二軸応力場における応力-ひずみ-光法則に関する詳細な検討を行っている。Ito⁽⁶⁾が、初めてポリカーボネート材料のモデルを用い、光塑性の研究を行って以来、これまで多くの研究^{(7)~(10)}がなされてきた。例えば、島本⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾らはセルロイド、セルロースアセテート、ポリカーボネートについて、光塑性的性質を考察したのち、最適光塑性材料と考えられるポリカーボネート材料を用い、基礎的光塑性実験によって、主ひずみ差としま次数が比例関係にあるという重要な結果を得ている。

先に著者ら⁽¹¹⁾⁽¹²⁾はポリカーボネート材料の単軸応力場におけるひずみ凍結によって主ひずみ差($\varepsilon_1 - \varepsilon_2$)が非常に広範囲にわたり、しま次数 N と良好な比例関係にあることを確認した。またポリカーボネイト材の応力-ひずみ曲線の高温における温度依存性と引張速度依存性について詳細に検討を行い、最適凍結温度と思われる 155°C 近傍で理想的な弾塑性応力-ひずみ曲線図が得られた。それゆえ、この結果から、三次元光塑性実験法に関してひずみ凍結法を用いることの可能性が得られている。

しかしながら、通常機械、構造物の設計において材料強度に関する工学的問題では三次元応力状態下での問題であることが多い。したがって工学上の実際の塑

* 平成元年 10 月 28 日 山梨地方講演会において講演、原稿受付 平成元年 3 月 3 日。

*¹ 学生員、関東学院大学 (〒236 横浜市金沢区六浦町 4834)。

*² 正員、関東学院大学。

*³ 正員、芝浦工業大学 (〒108 東京都港区芝浦 3-9-14)。

性問題にひずみ凍結法を適用するためには、少なくとも二軸応力場における塑性領域でひずみがしま次数との間にどのような関係があるのか、つまり上述の関係が二軸応力場で成立するかどうかを明らかにしなければならない。本研究は、単軸引張負荷における円孔切欠きを有する帯板試験片と二軸引張負荷を受ける円孔切欠きを持つ十字形試験片とを用いて、局所的な二軸応力場でのひずみとしま次数との関係についてポリカーボネイト材料を用いてモアレ格子法並びに光塑性法を併用し検討を行ったものである。

2. 試験片および実験方法

2.1 供試材および試験片 市販のポリカーボネイト(タキロン PC 1600)の押出板材を供試材とした。各試験片の厚さは $t=1\pm0.05\text{mm}$ で、図1に示すように一端の両側にしま次数零次判定基準となる突起を設けた帯板試験片と、図2に示すような円孔を持つ十字形

図1 帯板試験片の形状と寸法

図2 十字形試験片の形状と寸法

形試験片を機械加工で作成した。また、両種類の試験片の表面には250本/inの直交モアレ格子を写真焼付け法によって刻んである。

2.2 実験方法 本実験では、円孔切欠きをもつ帯板試験片と十字形試験片の負荷について単軸並びに二軸引張負荷ができるだけ垂直あるいは対称に掛かるような実験装置を工夫して、段階的に引張荷重を負荷し、ひずみ凍結を行った。その後、各負荷荷重においてひずみ凍結した試験片を偏光板と組合せて拡大投影機にかけ、モアレ格子と光塑性じまを同時に投影させた。帯板試験片では最小断面また十字形試験片では負荷荷重が大きな方向に対し直交中心断面における主ひずみと等色線しま次数を求めるために、モアレ格子法と光塑性法を併用し検討を行った。

3. 実験結果および考察

3.1 円孔縁近傍における光塑性縞とモアレ格子の変化

3.1.1 帯板試験片 本実験は、帯板試験片の各負荷荷重における円孔切欠近傍の光塑性等色線しま写真の一例を図3に示す。図3に示すように最小断面における負荷荷重あるいは応力の増加とともに円孔をもつ帯板試験片は円孔から次第にだ円となり、特に円孔のまわりでは弾性から弾塑性さらに塑性領域まで進み大変形を受けていることがわかる。また円孔縁には、負荷荷重の増加とともに光塑性じまが鮮明に集中し、しまの対称性から引張荷重が帯板試験片にほぼ均一に負荷されていることが明らかである。

3.1.2 十字形試験片 十字形試験片の各負荷荷重における円孔切欠近傍の光塑性等色線じまと等傾線じまの写真並びにモアレ格子の光学顕微鏡写真を撮影し、一例として図4、図5、図6に示す。図4は円孔近傍の光塑性等色線しま写真の例であるが、負荷荷重の増加とともにもとφ6の円孔からφ6.8まで広がり、光

図3 等色線しま写真(帯板試験片)

塑性等色線じまはほぼ対称に円孔縁近傍に集中することがわかる。図5では円孔まわりの等傾線写真の一例を示し、等傾線から円孔近傍において主ひずみの方向はほぼ直交している。つまり十字形試験片は直交する方向に対称的に引張られていることがわかる。図6は十字形試験片の円孔切欠近傍におけるモアレ格子の凍結前と凍結後の光学顕微鏡写真の一例であり、凍結後のモアレ格子は凍結前のモアレ格子と比べて明瞭に変形しており、本実験においてはこのようなモアレ格子から等色線しま次数に対応する主ひずみを測定した。

3.2 ひずみ凍結時におけるポリカーボネイト材の光塑性的性質

3.2.1 帯板試験片 一般に円孔など切欠きを有する帯板試験片では、単軸引張荷重を負荷しても円孔切欠きなどの近傍では二軸応力場となっている。本実験はこのような二軸応力場におけるひずみとしま次数との関係を求めるために、引張負荷荷重(P)を9段階

にわけ $T=155^{\circ}\text{C}$ でひずみ凍結を行った。すなわち $P=0.25, 0.35, 0.42, 0.65, 0.75, 0.95, 1.01, 1.11, 1.22\text{ kg}$ における円孔切欠きを有する帯板の最小断面でひずみとしま次数の関係を求めた。なお、本実験では試験片が大変形を受けるため、対数ひずみ、いわゆる自然ひずみを用いた。その結果を図7、図8、図9に示している。

図7は各負荷荷重における等色線しま次数 N と主ひずみ ϵ_1 との関係を示したものである。しま次数 $N=2.2$ 、主ひずみ $\epsilon_1=3.8\%$ までは比例関係にあることがわかるが、しま次数 $N>2.2$ 、主ひずみ $\epsilon_1>3.8\%$ の範囲ではこう配の異なるもう一つの直線によって示される関係となり、等色線しま次数 N と主ひずみ ϵ_1 との関係は bilinear な直線関係であることがわかる。また図8は等色線しま次数 N と主ひずみ ϵ_2 の関係を示

図4 等色線しま写真(十字形試験片)

図5 等傾線しま写真(十字形試験片)

図6 モアレ格子の顕微鏡写真

図7 $N-\epsilon_1$ の関係(帯板試験片)

したものであり、等色線しま次数 $N=2.1$ 、主ひずみ $\varepsilon_2 = -2.1\%$ 近傍を境として全体にわたりやはり bilinear な関係を示す。次に図 9 はしま次数 N と主ひずみ差 $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ の関係を示したものである。本実験において、主ひずみ差 $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ が 60% 近傍にいたるまで非常に広範囲にわたりしま次数 N と良好な比例関係にあることが確かめられた。

3・2・2 十字形試験片 円孔のある平面の二軸引張試験を行う場合、 p と q の荷重差が大きければ単軸引張りの結果と類似してしまい、また p と q の荷重差が小さい時は等二軸引張りに類似し最適形状は円となり塑性域を出すのが困難となる。したがって、縦、横の荷重を決定するために、Галин⁽¹³⁾ は次のような規準をもうけている。すなわち図 10 に示すように、無限遠に作用する応力 $\sigma_x = p$, $\sigma_y = q$, $\tau_{xy} = 0$ によって生ずる応力分布に関する弾塑性境界はだ円となり、その方程式は

$$\frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{d^2} = 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

で表され、弾塑性の境界に相当する半径 c と d は次

のようになる。 $c = b(1 + \lambda)$, $d = b(1 - \lambda)$, また、 $b^2 = a^2 \exp\left[\frac{(p+q)}{2k} - 1\right]$, $\lambda = \frac{(q-p)}{2k}$ となっている。ここで k はせん断降伏応力である。弾塑性境界だ円の形は応力 q と p の値によって変わるが、塑性域が円周全体を囲むことと、塑性域の任意の点は塑性域にある二つのすべり線で穴の周辺と結合することが必要である。これらの条件から p と q の間にはそれぞれ次の制限、すなわち $q - p \leq 2k$, $q - p \leq 2(3 - 2\sqrt{2})k = 0.342k$ が必要となる。この条件によって、本実験において荷重差は 4.9 N (0.5 kgf) と決定し、7 段階の負荷荷重、すなわち 0.5 : 1, 2.5 : 3, 3.5 : 4, 4.5 : 5, 5.5 : 6, 6 : 6.5, 6.5 : 7 kg におけるひずみ凍結を行った。また負荷荷重の大きい方向に対し直角方向の中心断面における主ひずみと等色線しま次数を求め、その結果は図 11, 図 12, 図 13 に示す。

図 11, 図 12 は十字形試験の二軸引張りにおける等色線しま次数 N と主ひずみ ε_1 , ε_2 との関係を示したものである。主ひずみ ε_1 , ε_2 と等色線しま次数 N との関係はいずれも bilinear な関係を示すことがわかる。主ひずみ差 $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ と等色線しま次数 N との関係は図 13 に示す。十字形試験の二軸引張りについても、主ひずみ差 $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ が 60% 近傍にいたるまで非常に広範囲

図 8 $N - \varepsilon_2$ の関係(帯板試験片)

図 10 弾塑性境界

図 9 $N - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ の関係(帯板試験片)

図 11 $N - \varepsilon_1$ の関係(十字形試験片)

にわたりしま次数 N と良好な比例関係にあることが明らかとなった。

3・2・3 両試験片の結果の比較および塑性フリッジ値の決定 本実験では、両試験片の結果について比較したのち、最小二乗法を用いて両試験片から得られたデータを処理し、各主ひずみと等色線しま次数 N との関係を解析的に求めた。また等色線しま次数 N と主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_2)$ の関係から塑性フリッジ値を決定した。

図 14 は帯板試験片と十字形試験片における等色線しま次数 N と主ひずみ ϵ_1 との関係を比較したものである。図 14 によって、主ひずみ ϵ_1 としま次数 N の関係は両試験片の結果がほぼ合致し、しま次数 $N=2.26$ 、主ひずみ $\epsilon_1=4.16\%$ 付近を境として bilinear な関係にあることがわかる。この関係は次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} N &= 0.543\epsilon_1 & \epsilon_1 < \epsilon_y \\ N &= 0.587 + 0.337\epsilon_1 & \epsilon_1 \geq \epsilon_y \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで ϵ_y は降伏ひずみとする。

図 12 $N-\epsilon_2$ の関係(十字形試験片)

図 13 $N-(\epsilon_1 - \epsilon_2)$ の関係(十字形試験片)

両試験片の結果から求められた主ひずみ ϵ_2 としま次数 N との関係を示したものは図 15 である。主ひずみ ϵ_2 としま次数 N との関係は若干非線形性が見られるが、全体にわたり主ひずみ $\epsilon_2=1.92\%$ 、しま次数 $N=2.1$ の付近でこう配の異なる bilinear な関係をみなすことができる。式(3)はこの関係を示している。

$$\begin{aligned} N &= 1.071\epsilon_2 & \epsilon_2 < \epsilon_y \\ N &= 1.357 + 0.411\epsilon_2 & \epsilon_2 \geq \epsilon_y \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

両試験片の結果により求めた主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_2)$ と等色線しま次数 N の関係では、図 16 に示すように両試験片の結果は極めてよく合致し、本実験において主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_2)$ が 60% 近傍にいたるまで非常に広範囲にわたりしま次数 N と良好な比例関係にあることが確かめられた。その関係式は次の式(4)となっている。

$$N = 0.656 + 0.195(\epsilon_1 - \epsilon_2) \quad \dots\dots\dots (4)$$

なお、ポリカーボネート板の内部応力の発生や、吸湿などによる初期ひずみの影響を考慮して図 16 の実験結果を原点まで平行移動したものが点線で示した直線である。また試験片作成後円孔縁におけるしま次数

図 14 $N-\epsilon_1$ の関係(両試験片)

図 15 $N-\epsilon_2$ の関係(両試験片)

図 16 $N-(\epsilon_1 - \epsilon_2)$ の関係 (両試験片)

を測定したところ、主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_2) = 0$ 、すなわち、初期状態においてすでにしま次数 $N = 0.6 \sim 0.7$ 次が確かめられた。

従来の光塑性実験法に関連した今回の基礎研究によって、等色線しま次数と比例関係にあるのは主応力差ではなく主ひずみ差であり、光-ひずみ法則は式(5)で表示できることが得られた。

$$(\epsilon_1 - \epsilon_2) = N/t \cdot f_p \cdots \cdots (5)$$

ここで $(\epsilon_1 - \epsilon_2)$ は主ひずみ差、 N は等色線しま次数、 t は試験片の厚さで、 f_p は塑性フリンジ値 (Plastic Fringe Value) である。本実験ではポリカーボネート材のひずみ凍結において単位厚みにあたりフリンジ値が $f_p = 0.0513$ [mm/しま次数] となった。したがって、ひずみ凍結において等色線しま次数 N より一義的に主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_2)$ が求められることが明らかとなった。

4. 結 論

円孔切欠きを有するポリカーボネート材の帯板試験片と十字形試験片を用いて、円孔縁近傍における塑性局所的二軸応力場でのひずみとしま次数との関係についてモアレ格子法ならびにひずみ凍結法を併用し検討を行った結果、以下のことが明らかとなった。

(1) 大変形を受ける過程での帯板試験片と十字形試験片の円孔縁近傍における光塑性じまとモアレ格子の変化を明らかにすることができた。

(2) 等色線しま次数と主ひずみ ϵ_1 との関係は、両試験片の結果とともに主ひずみ $\epsilon_1 = 4.16\%$ 、しま次数 $N = 2.26$ 付近を境とする bilinear な関係を示す。

(3) 等色線しま次数 N と主ひずみ ϵ_2 との関係は、両試験片とも若干非線形性が見られるが、主ひずみ $\epsilon_2 = 1.92\%$ 、しま次数 $N = 2.1$ 近傍でこう配の異なる bilinear な関係とみなされる。

(4) 本実験において両試験片の結果が極めて合致し、主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_2)$ は 60% 近傍にいたるまで非常に広範囲にわたりしま次数 N と良好な比例関係にあることが確認され、ポリカーボネート材のひずみ凍結において単位厚みにあたりフリンジ値が $f_p = 0.0513$ [mm/しま次数] と決定し、ひずみ凍結において等色線しま次数 N より一義的に主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_2)$ が求められることが明らかとなった。

このことから、ひずみ凍結法を三次元光塑性実験法として塑性領域における応力・ひずみ解析に適用する可能性についての結果が得られた。

文 献

- (1) Coker, E. G. and Chakko, K. C., *R. Soc. London, Philos. Trans., Ser. A*, **221** (1921), 139-162.
- (2) Frocht, M. M. and Thomason, R. A., *Exp. Mech.*, **1** (2) (1961), 43-47.
- (3) 但野・石川, 機論, **54-497**, A (1988), 139-145.
- (4) 文献(3)の 146-152.
- (5) 但野・石川, 機論, **54-498**, A (1988), 365-370.
- (6) Ito, K., *Exp. Mech.*, **2** (12) (1962), 373-376.
- (7) Brill, W. A., *PHD Dissertation*, Stanford University, (1966).
- (8) Dally, J. W. and Muel, A., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, Ser. E, (1973), 600-605.
- (9) 島本, 機論, **47-421**, A (1981), 959-963.
- (10) 島本, 機論, **51-472**, A (1985), 2765-2770.
- (11) 高橋・末次・島本, 機論, **53-488**, A (1987), 856-860.
- (12) 万向・高橋, 機論, **54-504**, A (1988), 1566-1570.
- (13) ソコロフスキイ, 新塑性力学, ソコロフスキイ, B. B., 訳者 大橋義夫, 216, 技報堂.

討 論

〔質問〕 石川 博 将〔北海道大学工学部〕

貴論文を興味深く拝見した。以下の質問をさせていただきます。

(1) 凍結中のひずみあるいはしま次数の時間的変化はどの程度か。

(2) 図 7~9, 図 11~13 のひずみ測定値は、円孔

近傍のどこの点のものか。また、モアレ格子から各主ひずみの値はどのように算出されるのか。

(3) 各主ひずみとしま次数の関係は、Bilinear となると結論しているが、そうならばなぜ主ひずみ差としま次数の関係は、Bilinear とはならないのか。また、降伏ひずみはどのように定義されたか。

(4) 本文中の ε_2 の符号は、十字形試験片のときは正であると思うが、図 15 と式 (3) の表示はこれで良いのか。

〔回答〕 (1) ご質問の内容について、本実験においては明確な結果をまだ得ていない。しかし厚さ 1 mm、幅 20 mm のポリカーボネイト平滑試験法では凍結温度 (155°C) において、3 kg の負荷荷重で約 10 時間を経ると試験法は破断する。したがってひずみ凍結の時間的な変化はかなりあると思う。したがってこれまでのひずみ凍結実験は試験法の変形を十分考慮ししかもなるべく短い同一時間で行っている。さらに詳細な検討は現在実験中であるので結果が得られ次第報告させていただきたいと思う。

(2) ご質問におけるところの測定位置は、帯板試験片では最小断面また十字形試験法では負荷荷重の小さい方向の円孔近傍の光塑性じまが出ているところで主ひずみを測定したものである。また主ひずみは光塑性じまに対応して中心線の上下それぞれ 10 個のモアレ格子および中心線の左右それぞれ 2 個のモアレ格子から次のように算出した。

$$\varepsilon_1 = l_n(l_1/l_{01}), \varepsilon_2 = l_n(l_2/l_{02})$$

$l_{01} = P \times 20$, $l_{02} = P \times 4$, P はモアレ格子のピッチで、 l_1 , l_2 それぞれは凍結後の縦 20 個と横 4 個の格子の距離である。

(3) 理論的に主ひずみ差としま次数の関係はご指摘のように Bilinear となると思うが、 ε_1-N , ε_2-N の関係はこう配の異なる Bilinear 関係であって、両線図を重ねると図 16 に示すように全体的には、ほぼ直線とみなすことができる。また先の報告⁽¹²⁾の中で示した応力-ひずみ線図の降伏ひずみは各主ひずみとしま次数二直線関係の折点とほぼ一致していることを確認しており、したがってこう配の異なる直線の変曲点におけるひずみを降伏ひずみとした。

(4) 本実験では、縦、横荷重差 0.5 kg において、凍結後の試験片の円孔近傍におけるモアレ格子を測定することによって明らかに ε_2 は負であることを確かめた。その理由は、円孔を持つ十字形試験片では荷重の大きいほうによって生じたひずみにポアソン比に相当する係数をかけた圧縮ひずみの値は荷重の小さいほうによって生じた伸びひずみの値より大きいからではないかと考えられる。この点について今後さらに検討してみたいと思う。