横穴をもつ石こう中空円筒の圧縮破壊*

今村 仙治^{*1}, 佐藤 和郎^{*1}The Fractures of Plaster Hollow Cylinders with
a Transverse Hole under Compression

Senji IMAMURA and Yasuo SATO

The present paper describes the experimental results and the theoretical analysis concerning the fractures of plaster hollow cylinders with a transverse hole under compression. This analysis has been carried out with the surface layer theory applied to the stresses around the circular hole in a strip under compression. The analytical results coincide well with the experimental data and the conclusions are as follows: (1) There are two types of fractures, categorized depending on the diameter of the hole; one is the fracture caused by compressive stress and the other is that caused by the tensile stress. (2) The fracture stresses of the hollow cylinders are influenced not only by the diameter of the hole, but also by the ratio of inner to outer diameter of the cylinder. (3) The thickness of the surface layer of the plaster is 0.25 mm.

Key Words: Fracture, Stress Concentration, Transverse Hole, Plaster, Surface Layer, Modified Mean Stress Theory

1. 緒 言

横穴をもっている比較的肉厚な中空円筒が引張りや圧縮を受けたときの破壊については実験およびその解析例は少ないようである。応力集中をもつ材料の破壊の研究として前報では、横穴をもつ石こう中実円筒および薄肉円筒の圧縮破壊における寸法効果について報告した⁽¹⁾。

本報では横穴をもつ石こう中空円筒の単純圧縮による破壊の実験結果を示し、円筒の破壊応力に及ぼす横穴径ならびに内径の寸法の影響などの説明をぜい性材料の破壊条件式⁽²⁾と中心穴をもつ帯板の理論⁽³⁾に表面層の考え⁽⁴⁾を導入して解析を試みた。

2. 実 験

2.1 供試材 実験材料は歯科用石こうを用いた。石こう粉末(G, S プラストーン)と水を重量比5:2.8に配合したものを約6箇月間大気中で乾燥し、直径約300 mm、高さ約300 mmの石こうを作製した。この素材より試験片の軸が素材の軸と一致するように切り出

し中空円筒に加工した。円筒の外径 $2r_0$ は20 mmとし円筒の内径 $2r_1$ と外径 $2r_0$ との比 $r_1/r_0(=\gamma_1)$ を0, 0.3, 0.6の3種類とした。円筒の高さ h_0 と外径との比は各円筒とも1.8である。試験円筒は円筒側面中央部に横穴をあけ、横穴径 $2a$ と外径 $2r_0$ との比 a/r_0 を0~0.3の範囲で種々に変化させた。横穴の加工は加工層の影響を少なくするために数本のドリルを用いて所定の穴径に仕上げた。石こうの引張強さは $\sigma_0=4.12(\text{MPa})$ である。

2.2 実験方法 こうかん式万能試験機(2 t)を用いて圧縮試験を行った。円筒に曲げが作用しないように荷重負荷部分に鋼球を介して圧縮荷重 W を加え、円筒の圧縮応力 σ と円周方向のひずみ ϵ との関係を求めた。ひずみ ϵ は $2a=0$ の円筒では円筒側面の中央に、 $2a \neq 0$ のものは穴縁の上下にひずみゲージ(FLE-1)をはり、デジタル静ひずみ計により測定した。

3. 実 験 結 果

図1に内外径比 $\gamma_1=0.6$ の円筒の応力 σ とひずみ ϵ との関係を横穴径 $2a$ をパラメータとして示す。図中のA点は破壊点を示す。破壊の起こり方は横穴径により異なり2種類のものがある。(1) $2a=0\sim 0.41$ mmの円筒では破壊まで応力-ひずみ曲線はわずかに非線

* 平成2年3月10日 中国四国支部第28期総会講演会において講演, 原稿受付 平成元年5月24日。

*1 正員, 日本大学工学部 (〒963 郡山市田村町徳定字中河原1)。

形となっているが、破壊点はほぼ同じ値を示している。(2) $2a=1.66$ mm 以上の円筒の応力-ひずみ線図は A 点まではほぼ弾性的に挙動しているが A 点で別の曲線に移行している。破壊は穴縁から軸方向に進展しており、このため A 点以後円筒内部では破壊による応力の再配分が起こりひずみゲージがこれを感じてひずみが増えたものと思われる。

また横穴径が大きくなると応力-ひずみ線図の弾性部分が急こう配となっているのは軸応力によって穴縁近傍に生ずる圧縮成分の影響によるものと思われる。横穴径が大きくなるにつれて破壊点 A は順次低下している。また破壊は横穴を通る縦断面で起こっており、引張応力によって誘起されたことを示している。横穴をもつ円筒の応力は次式により求めた。

$$\sigma = \frac{W}{\pi(r_0^2 - r_1^2) - 4a(r_0 - r_1)} \quad \cdots \cdots (1)$$

表 1 に $\gamma_1=0.6$ の円筒の実験結果を示す。図 2 に内外径比 γ_1 の異なる円筒の圧縮による破壊応力と穴径の関係を示す。縦軸は円筒の破壊応力比 σ_A/σ_c 、横軸は穴径 $2a$ と外径 $2r_0$ との比 a/r_0 を示す。円筒の破壊応力は穴径が小さいときは直線 (I) に乗り、穴径が大きくなるにつれて破壊応力は低下し曲線 (II) に乗っている。また、 a/r_0 の比が同じであっても内径が小さいものほど破壊応力は低下しており内径の寸法の影響が見られる。図中の直線 (I) と曲線 (II)、 $\delta=0.25$ mm については以下に述べる。

4. 考 察

完全ぜい性材料についての圧縮による破壊条件を佐藤の破壊条件式⁽²⁾で示せば次のようになる。

$$\begin{cases} \bar{\sigma} = \sigma_c & \cdots \cdots (2) \\ \sigma_s = 1.5\sigma_c & \cdots \cdots (3) \end{cases}$$

$\bar{\sigma}$ は破断面全体に働く圧縮応力 σ の荷重に対する効

き方を考慮した付重平均値、 σ_c は単純圧縮による材料の破壊点における応力、 σ_s は σ の最大値を示す。

条件式 (2) は応力分布が均等なときを含めて、応力分布が比較的緩やかな場合における破壊であり平均応力説と呼ばれている。条件式 (3) は応力分布が比較的急なときの破壊であり平均応力説の適用限界と呼ばれている。また、引張りを受ける場合の破壊条件を示すと条件式 (4)、(5) となる。

$$\begin{cases} \bar{\sigma} = \sigma_b & \cdots \cdots (4) \\ \sigma_s = 1.5\sigma_b & \cdots \cdots (5) \end{cases}$$

σ_b は材料の引張強さである。

4・1 中空円筒の場合 内径 $2r_1$ に比べて横穴径 $2a$ が小さい円筒の破壊において、横穴径が比較的小

表 1 中空円筒の圧縮試験結果

Test pieces				Experimental results		
Outside dia. $2r_0$ (mm)	Inside dia. $2r_1$ (mm)	Dis. of hole $2a$ (mm)	a/r_0	Fracture Stress σ_A (MPa)		σ_A/σ_c
19.98	12.01	0	0	25.5	$\sigma_c = 25.0$	1.00
19.98	12.01	0	0	24.5	25.0	1.00
20.01	12.00	0.41	0.020	25.2	25.3	1.02
20.03	12.04	0.41	0.020	25.3	25.3	1.02
20.00	12.01	0.82	0.041	25.7	25.5	1.02
19.99	12.01	0.82	0.041	25.3	25.5	1.02
19.97	11.99	1.21	0.061	22.1	22.9	0.92
20.00	12.02	1.25	0.063	23.7	22.9	0.92
20.03	11.97	1.62	0.081	17.6	17.2	0.69
20.02	12.00	1.66	0.083	16.7	17.2	0.69
19.99	11.98	2.00	0.100	14.3	15.6	0.63
20.02	12.00	2.00	0.100	16.9	15.6	0.63
20.00	12.01	2.67	0.134	13.1	13.1	0.52
20.02	11.98	2.69	0.134	13.0	13.1	0.52
19.98	12.02	3.30	0.165	12.4	11.8	0.47
19.98	11.99	3.28	0.164	11.2	11.8	0.47
20.01	12.01	4.02	0.201	12.2	11.3	0.45
20.00	11.97	4.03	0.202	10.4	11.3	0.45
19.98	11.99	4.63	0.232	10.2	10.5	0.42
20.02	11.99	4.63	0.231	10.7	10.5	0.42
19.99	11.98	5.25	0.263	11.1	10.5	0.42
20.00	12.03	5.27	0.264	9.9	10.5	0.42
19.96	12.07	6.07	0.304	10.4	10.1	0.40
20.00	12.04	6.10	0.305	9.7	10.1	0.40

図 1 中空円筒の圧縮による応力とひずみの関係

図 2 中空円筒の σ_A/σ_c と a/r_0 の関係

図6 アクリル中空円筒の破面

$\sigma_i/\sigma_A (=a)$ は圧縮による表面層を考慮したときの弾性応力集中係数を示す。式(9)の関係より

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_c} = \frac{1.5}{a} \frac{\sigma_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (11)$$

となり、図2中の曲線(II)は $\sigma_c = 25.0(\text{MPa})$, $\sigma_b = 4.12(\text{MPa})$ および表面層の厚さ $\delta = 0.25 \text{ mm}$ として式(11)より求めた計算値であり、実験値と良い一致を示している。

横穴径 $2a$ が内径 $2r_1$ より大きい場合について考えてみる。横穴径 $2a$ が内径 $2r_1$ より小さい円筒と同様に最大応力の発生点をアクリル中空円筒を用いて調べた。図5に円筒の破面を示す。円筒の破壊は $2a < 2r_1$ の円筒の場合と同様に引張応力により誘起され、横穴の中心を通る縦断面〔図(a)の m-m 断面〕で破壊している。また破壊の起点も円筒内周面と横穴内周面との四つの交点近傍に見られる。図(c)に破壊の起点部〔図(b)の A 点〕の拡大したものを示す。このことより横穴径が内径より大きい円筒の解析も図(a)に示したように中心穴 $2a$ をもつ帯板(板幅 $= 2b$)におきかえて行うことができる。

4・2 中実円筒の場合 図2において横穴径が比較的小さいときの破壊は直線(I)に乗り、破壊応力比は1となっているので平均応力説による破壊であるこ

とを示している。次に曲線(II)による破壊の説明を行う。横穴径が大きくなるにつれて円筒の破壊応力は低下しておりこのときの破壊は平均応力説の適用限界で起こったことを示す。この説明を行うためには円筒の破壊点における応力分布を知る必要がある。このため前報⁽⁶⁾では横穴をもつアクリル中実円筒の引張試験により最大応力の発生点を知った。

本報では横穴をもつアクリル中実円筒(外径 $2r_0 = 25 \text{ mm}$, $2a = 5.5 \text{ mm}$)の圧縮試験を行い破壊の起点を調べた。図6に円筒の破面を示す。破壊は穴縁に発生した引張応力により誘起され、横穴の中心を通る縦断面〔図(a)の m-m 断面〕で起こっている。横穴中央の内周上に破壊の起点〔図(b)の A 点〕が見られこの点が最大応力の発生点であると思われる。図(c)に A 点の拡大図を示す。このことより図(a)に示すように横穴をもつ中実円筒の解析を中心穴 $2a$ をもつ帯板(板幅 $= 2r_0$)におきかえて行った。円筒の破壊応力比 σ_A/σ_c は式(11)により求めた。

5. 結 論

本報では横穴をもつ石こう中空円筒の圧縮による破壊の実験結果を示し、本実験についての説明を佐藤の破壊条件式と中心穴をもつ帯板の理論に表面層の考えを導入して行った。本研究により得られた主な点は次のとおりである。

- (1) 中空円筒の破壊応力は横穴径により異なり、平均応力説とその適用限界で起こる2種類のものがある。
- (2) 中空円筒の破壊応力は a/r_0 の比のみならず円筒内径にも依存する。
- (3) 本実験で用いた石こうの表面層の厚さは $\delta = 0.25 \text{ mm}$ であり従来のものと等しい。

文 献

- (1) 今村・佐藤, 機論, 55-509, A (1989), 124.
- (2) 佐藤・柳, 機論, 41-346 (1975), 1658.
- (3) Howland, R. C. J., *Philos. Trans. R. Soc., A*, 299 (1930), 49.
- (4) 佐藤・桜井, 機論, 43-374 (1977), 3702.
- (5) 佐藤・佐々木・ほか2名, 機論, 43-373 (1977), 3209.
- (6) 今村・佐藤, 機論, 53-489, A (1987), 911.