一次元逆問題解析によるモード I 形微視割れ
原波形導出の解析精度の検討*高 坪 純 治^{*1}, 山 本 茂 之^{*2}Accuracy of the One Dimensional Inverse Analysis in Source
Characterization of Mode I Type Microcrackings

Junji TAKATSUBO and Shigeyuki YAMAMOTO

Characteristics of a microcrack source are specified in terms of their moment tensor components. However, the moment tensor solution, three-dimensional inverse analysis, is so difficult that a simplified technique, one-dimensional inverse analysis, has been used for acoustic emission source characterization. Since this technique is based on the assumption that the fracture mode is tension-type cracking, analytical errors seem to increase in applying the technique to tension-shear mixed fractures. In order to examine the accuracy of this method, we simulated various kinds of fracture modes and calculated the source time functions and the crack sizes. Comparison of the calculated results with actual solutions shows that, in regard to the estimation of crack sizes and crack formation speeds, one-dimensional inverse analysis is applicable even for tension-shear mixed fractures.

Key Words: Fracture, Microcracking, Acoustic Emission, Source Characterization, Moment Tensor, Inverse Solution, Deconvolution, Numerical Analysis, Waveform Analysis

1. 結 言

アコースティック・エミッション(AE)は固体内部の局所変形や微視割れの発生・成長に伴って解放されるひずみエネルギーが弾性波となって放出される過渡応答現象であり、その信号波形の中には破壊源に直接関連した力学情報が数多く含まれていると考えられている。AE 逆解析手法は、AE 変換子で検出された信号波形をもとにして、微視割れ発生源の原波形を導出し、割れの大きさや割れ速度を推定しようとするものであり、破壊機構の解明や割れの定量的評価のための有力な手法として注目されている。

固体内部で発生した変位の食違いについては転位論、地震学などの分野ですでに多くの研究がなされており⁽¹⁾⁽²⁾、AE 源における微視割れの発生もモーメントテンソルの発生として定式化できる^{(3)~(6)}。最近になって多チャンネル AE 計測システムを用いて微視割れモーメントテンソルを導出した研究例^{(7)~(9)}も見られるようになってきた。これらの適用例ではモーメント

テンソル解析の有効性を示唆する結果も得られているようであるが、まだ実用性のある一般的な手法にはなっていない。その原因として、第一に信号波形の収録に六チャンネル以上の計測システムを必要とするため、装置が大がかりなものになること、第二に AE 源から検出点までの応答関数を実験的に求めることが不可能なため有限要素法や差分法等の数値計算によらざるを得ず、複雑な形状の構造物に対して適用できないこと、第三に 6 個の波形を用いて逆合積を行うため、計算が非常に高度で複雑なものになり、また計測信号に含まれる雑音成分や応答関数導出における誤差が、逆合積の計算過程において非常に拡大されやすくなっていることなどを挙げることができる。

AE 逆解析で得られる破壊源の情報は、微視割れ径、割れ速度、割れ面の傾き、変位の食違いの方向などであるが、このうち割れ径と割れ速度だけに限れば、上述の三次元的逆解析手法によらなくとも、より簡便な一次元的逆解析手法での導出も可能である。例えば、モード I 形に近い引張破壊の場合、微視割れモーメントテンソルはほぼ対角項成分だけで記述され、これを求めるには 1 個の AE 波動を逆解析するだけでよく、計測・解析は大幅に簡略化される。また、一次元逆解析手法では応答関数の実験的導出も可能であり、より実

* 平成元年 3 月 9 日 中国四国支部第 27 期総会講演会において講演。原稿受付 平成元年 9 月 7 日。

*¹ 正員、工業技術院中国工業技術試験所(〒737-01 広島県呉市広末広 2-2-2)。

*² 工業技術院中国工業技術試験所。

用的な手法といえる。問題は、一次元逆解析では引張形の割れモデルを用いて定式化しているため、実際の割れがせん断形に近づくに従って解析誤差が大きくなっていくと予想されることである。したがって、一次元逆解析を使用するにあたっては、あらかじめ種々の割れモードに対してその解析誤差がどの程度のものであるかを把握しておくことが重要になる。

本研究では、簡便法である一次元逆解析手法の適用可能範囲の目安をつけるために、計算機シミュレーションによって割れモードを種々に変え、各モードにおける原波形導出精度を検討した。本シミュレーションでは、CT 試験片の主き裂先端部で発生した微視き裂の割れ面の傾きと変位の食違いの方向を少しずつ変化させて行き、そのときに検出される試験片表面変位を差分法で求めたグリーン関数を用いて計算し、これを純粋なモード I 形微視割れが発生したときの応答関数で逆たたみ込み操作することによって微視割れ源における原波形および微視割れ径を求めた。本一次元逆解析の結果を正解と比較することによって、割れモードが引張形からせん断形に移行するにつれて解析誤差がどのように拡大していくかを調べた。

2. 理 論

2.1 三次元逆解析 微視割れの発生は面上の変位の食違いとして定式化できる。図 1 に示すように固体内部の点 x において面積 ΔA 、面の傾き ν 、食違いの変位 u なる微視割れが発生したとすると、この変位の不連続によって生じる微視割れモーメントは次式で与えられる⁽⁵⁾⁽¹⁰⁾。

$$D_{jk}(x, t) = \{ \lambda [u_p] \nu_q \delta_{jk} + \mu ([u_j] \nu_k + [u_k] \nu_j) \} \Delta A \quad (j, k = 1, 2, 3) \quad (1)$$

ただし、 $D_{jk}(x, t)$ は微視割れ発生点 x において k 軸上で j 方向に作用するダイポール・フォース⁽¹⁰⁾によって生じるモーメント、 ν は微視割れ面に垂直な単位ベクトル、 λ, μ はラーメの定数である。点 x における単位のモーメント m_{jk} によって生じる固体表面上の点

図 1 微視割れのモデル

x_i での面外変位を $H_{jk}(x_i, t)$ とすれば、 D_{jk} によって生じる点 x_i での面外変位 $w(x_i, t)$ は

$$w(x_i, t) = H_{jk}(x_i, t) * D_{jk}(x, t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる。ここで $*$ は時間 t に関するたたみ込み積分を示す。したがって w および H_{jk} が既知であれば式(2)を逆合積することによって AE 源でのモーメントテンソル D_{jk} を求めることができる。ただし D_{jk} はその対称性から六つの未知成分を有するため式(2)において点 $x_1 \sim x_6$ における六つの式を連立させて解かなければならない。

次に微視割れの大きさを決定するために図 2 に示すような一様引張応力下にある半径 a なる円盤状微視き裂を考える。線形破壊力学⁽¹¹⁾を利用するとこの微視き裂の体積 ΔV は

$$\Delta V = 8\pi a^3 \cos^2 \theta (1 - \nu^2) / 3E \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。ただし ν はポアソン比、 E はヤング率、 θ は応力の作用方向と微視割れ面の法線ベクトルのなす角である。一方、式(1)で記述されるモーメントテンソルのトレースより、

$$\Delta V = [u_p] \nu_p \Delta A = D_{jj} / (3\lambda + 2\mu) \quad \dots\dots\dots (4)$$

と書ける。式(3)、(4)を等置することにより、き裂半径 a は

$$a = \{ 3(1 - 2\nu) D_{jj} / 8\pi (1 - \nu^2) \sigma \cos^2 \theta \}^{1/3}$$

と求められる。

2.2 一次元逆解析 図 3 において、割れ面の法線ベクトル ν と食違い u の方向が引張軸(3-軸)に平行なモード I 形の割れでは、モーメントテンソル D_{jk} の対角成分以外は零となるので、式(2)は

$$w(x_i, t) = H_{jj} * D_{jj} = \Delta V * \{ \lambda (H_{11} + H_{22}) + (\lambda + 2\mu) H_{33} \} \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。したがって H_{jj} が既知であれば 1 箇所の検出点変位 w を基にして原波形関数 $\Delta V(t)$ を求めることができる。この場合のモーメントテンソル成分は

図 2 一様引張応力下にある円盤状微視き裂

$$D_{11} = \lambda \cdot \Delta V(t)$$

$$D_{22} = \lambda \cdot \Delta V(t) \dots\dots\dots (6)$$

$$D_{33} = (\lambda + 2\mu) \Delta V(t)$$

で求められる。またき裂半径 a は次式で計算される。

$$a = \{3(1-\nu)D_{33}/8\pi(1-\nu^2)\sigma\}^{1/3} \dots\dots\dots (7)$$

本手法を一次元逆解析第一法と呼ぶことにする。

次にさらに簡略化して H_{33} だけを用いる方法を考えてみる。例えば図 4 に示す点 1 のように変位検出点を引張方向に垂直な面上にとれば、図 5 に差分法⁽¹²⁾で計算した応答変位関数の例を示すように、逆合積で重要となる波形初動部において H_{33} が卓越する。またモード I 形の割れでは D_{11} , D_{22} , D_{33} の比は $\lambda:\lambda:\lambda+2\mu$ となり D_{33} が主成分となる。これより式(2)を次のように近似する。

$$w(x_i, t) = H_{33} * D_{33}$$

$$= \Delta V * (\lambda + 2\mu) H_{33}$$

この場合 $D_{33} = (\lambda + 2\mu) \Delta V$ なる関係よりき裂半径 a は次式で計算される。

$$a = \{3(1-\nu)D_{33}/8\pi(1-\nu^2)\sigma\}^{1/3} \dots\dots\dots (8)$$

本手法を一次元逆解析第二法と呼ぶことにする。

3. 一次元逆解析法の精度

一次元逆解析ではモード I 形の割れを仮定して定式化を行っているの、実際の割れがせん断形に移行するに従って解析精度が落ちていくことが予想される。

図 3 微視き裂の面の傾きと変位方向

図 4 CT 試験片上の変位検出点の位置

一次元逆解析法の精度を検討するために計算機シミュレーションによって割れモードを引張形からせん断形へ変化させて行き、各割れモードにおいて一次元解析で求めた原波形関数 ΔV およびき裂半径 a を正解と比較した。シミュレーションの計算手順は次のとおりである。

(1) 図 4 に示す AE 源で微視割れが発生したとしてこれを試験片表面上の点 1 で検出するモデルを考える。

(2) AE 源で単位モーメント m_{jk} が発生したときに点 1 で検出される応答変位 $H_{jk}(x_i, t)$ を差分法によって計算する。なお、差分法では試験片ピン穴の影響は考慮していない。

(3) 微視割れ半径 a を一定(a_0)として、図 3 に示す割れ面の傾き θ_v , ψ_v および食違いの方向 θ_u , ψ_u なる各モードの割れに対して決定されるモーメントテンソル D_{jk} を式(1)より計算する [$u(t)$ は立上り時間 $0.5 \mu s$ のステップ関数とする]。

(4) [D_{jk}] に対する試験片表面変位 $w(x_i, t)$ を式(2)より計算する。

(5) モード I 形の割れを仮定して、AE 源から検出点 1 までの伝達関数 $F(t)$ を次式を用いて計算する。

[一次元解析第一法]

$$F(t) = \lambda(H_{11} + H_{22}) + (\lambda + 2\mu)H_{33}$$

[一次元解析第二法]

$$F(t) = (\lambda + 2\mu)H_{33}$$

図 5 差分法で計算した応答関数の例(検出点 1)

(6) 表面変位 $w(t)$ を $F(t)$ で逆合積することにより原波形関数 $\Delta V(t)$ を求める。なお、逆合積は周波数領域⁽¹³⁾で行った。

(7) モーメントテンソルの対角成分 D_{jj} を式(6)より求め、式(7)、(8)を用いて微視割れ半径 a を決定し正解 a_0 と比較する。

まず原波形関数 $\Delta V(t)$ の計算精度を見てみる。図6に一次元逆解析で求めた原波形関数の例を示す。これは割れ面の傾き θ_v , ψ_v が 0° のときに食違いの方向 θ_u を 15° ずつ傾けて行き (ψ_u は 0°)、割れモードが引張形からせん断形に移るにつれて原波形関数の計算誤差がどのように拡大していくかをみたものである。正解は立上り時間 $0.5 \mu\text{s}$ 、振幅が1のステップ関数である。立上り時間については純粋なせん断形の割れでない限りほぼ正確に求められていることがわかる。振幅については θ_u が 30° 以上になると急速に減少している。図7はさらに詳しく調べるために、 θ_v が 0° , 30° , 60° の場合に θ_u を 10° ずつ傾けていき、そのときにどのような振幅値が得られたかみたものである。 θ_v , θ_u が増加して割れがせん断形になっていくと振幅値の誤差が急速に大きくなっていくことがわかる。AE 逆解析法は割れのオーダを推定するための手法であり、ある程度の解析誤差が許されるものとして、例えば原波形関数の振幅値についての誤差の許容範囲を 30 % とすると、一次元解析の適用範囲は第一法では θ_v および θ_u が 30° 以下の引張形の割れ、また第二法では θ_v が 30° 以下で θ_u が 20° 以下の割れに限定される。

次に割れ半径の計算精度を見てみる。上述の各種割

れモードに対して計算した微視割れ半径 a を図8に示す。この場合には第一法と第二法の結果にそう大きな差はなく、誤差の許容範囲を 30 % としていずれの場合でも θ_v が 30° 以下で θ_u が 50° 程度までの割れであれば誤差の許容範囲に入っている。

以上の結果から、割れ速度と割れ規模については、引張せん断混合形の割れであっても一次元解析での推定が可能であるが、微視割れ源の力学情報の導出については引張形の割れでない限り三次元解析を適用すべきだといえる。

なお、一次元逆解析の適用に際して、実際の割れが引張形かせん断形かわからない場合がある。このような場合の割れモードの推定法として AE の放射モードを調べる方法を提案する。図9は CT 試験片の主き裂先端部でモード I, II および III の各割れモードで微視割れが発生したときに試験片表面に到達する波動が正負のいずれの方向(引張方向を+記号で、圧縮方向を-記号で示す)に立上っているかを計算機シミュレーションによって調べたものである。計算は図4に示す 36 箇所の点で行った。この結果から、試験片の上面および下側両側面の 3 箇所の変位がどの方向に立上っているかをみれば割れモードを判定できることがわかる。したがって AE 変換子を余分に取付けて上記 3 箇所の点の変位がいずれも正方向に立上っている場合には引張形の割れとみなして一次元逆解析を適用できるものとする。

一次元逆解析第一法

一次元逆解析第二法

図6 一次元逆解析で求めた原波形関数の例

	ϕ_v	ϕ_u	METHOD
○	0°	0°	1
●	0°	0°	2
△	0°	45°	1
▲	0°	45°	2
□	0°	90°	1
■	0°	90°	2
○	90°	0°	1
●	90°	0°	2
□	90°	90°	1
■	90°	90°	2

図 7 各種割れモードにおいて一次元逆解析で計算した原波形関数 ΔV の振幅 (正解を 1 として正規化)

図 8 各種割れモードにおいて一次元逆解析で計算した微視割れ半径 (正解を 1 として正規化)

図 9 各種割れモードの微視割れが発生したときに CT 試験片表面に到達する波動の立上がり方向(計算機シミュレーション結果)

4. 結 言

モード I 形の微視割れモデルを用いた一次元逆解析

法の適用可能範囲の目安をつけるために、計算機シミュレーションによって割れのモードを種々に変えて AE 原波形および微視割れ径を導出し、割れが引張形からせん断形に移行するにつれて解析誤差がどのように拡大していくかを検討した。その結果、微視割れ源の力学情報の導出に関してはほぼ純粋な引張形の割れにしか適用できないが、割れ速度および割れ規模の導出に関しては引張せん断混合形の割れであっても適用可能なことがわかった。

文 献

- (1) Mura, T., *Bull. Am. Phys. Soc.*, **6**(1961), 521.
- (2) Burridge, R. and Knopoff, L., *Bull. Seis. Soc. Am.*, **54**(1964), 1875.
- (3) Wadley, H. N. G., *Quantitative Nondistructive Evaluation*, A. **5**(1986), 273, Plenum Press.
- (4) Sachse, W., *Solid Mechanics Research for Quantitative Nondistructive Evaluation*, (1985), 43, Martinus Nijhoff Publishers.
- (5) 岸・榎, 機論, No. 860-3(1986-6), 303.
- (6) Ohtsu, M., *Mater. Evaluation*, (1987), 1070.
- (7) Ohira, T. and Pao, Y. H., *Met. Trans.*, A, **17**(1986), 843.
- (8) 高坪・岸, 機論, **54**-507, A(1988), 2047.
- (9) 榎・岸・木原・小原, 機論, **54**-508, A(1988), 2149.
- (10) Aki, K. and Richards, P. G., *Quantitative Seismology*, (1980), 50, W. H. Freeman and company.
- (11) 岡村, 線形破壊力学, (1976), 22, 培風館.
- (12) 福永・榎・岸, 非破壊検査, **36**-11(1987), 817.
- (13) 高坪・吉田, 機論, **51**-468, C(1985), 1982.