境界要素法を用いた逆解析による
軸対称弾性体の
残留応力の同定に関する一考察*古口 日出男*¹ 長谷川 哲*² 矢田 敏夫*¹A Method of Identifying Residual Stresses in an Axisymmetric Elastic Body
by Inverse Analysis using the Boundary Element Method

Hideo KOGUCHI, Satoshi HASEGAWA, Toshio YADA

Residual stresses caused by various thermal histories in a structural member occasionally affect the strength of the structure. Therefore, accurate estimation of the residual stresses is practically very important. In the present paper, inverse analysis based on the boundary element method (BEM) was formulated and applied to identifying residual stresses in an axisymmetric elastic body. Cylindrical pipes with various dimensions were taken for example, and location of the residual stress source, which was approximately replaced by appropriate body forces, was numerically searched. It was found that the evaluation parameter R_1 , the sum of axial directional body forces, is one of most useful indices for the location search of acting body force in the inverse analysis.

Key Words: Boundary Element Method, Inverse Analysis, Residual Stresses, Body Force, Identification Method, Axisymmetric Elastic Body

1. 緒 言

一般に機械加工や溶接加工では、部材に集中的に熱を加えて加工するので、そこに部分的に熱ひずみが発生する。その結果、部材内部に複雑な残留応力が発生し、部材の強度が低下する等の問題が生ずることがある。部材加工時に生じる残留応力が定量的に推定できれば、構造物の信頼性向上のために極めて有益である。このような残留応力を非破壊的な方法で定量的に推定するため、現在までに多くの優れた研究が行われてきた⁽¹⁾。しかし、残留応力発生メカニズムには複雑な要素が多く含まれており、まだ多くの問題が残されている。

近年、境界要素法（以下では簡単にBEMと略記する）

をこの種の問題の解析に応用することが検討されるようになり、多くの報告^{(2)・(3)}がなされている。著者の一人もBEMを用いた逆解析手法による、平板内の残留応力の同定について報告している⁽⁴⁾。その論文は、二次元矩形板にスポット溶接等を行った場合に発生する残留応力を同定する方法を述べたものである。本報告は、円管を周方向に溶接した時等に生じる円管の変形から、境界要素法を用いた逆解析で溶接箇所を探索するための一つの方法について基本的考察を行うものである。このため、物体力を考慮した軸対称弾性体の順解析および逆解析用の境界要素解析プログラムを開発した。次に、各種の数値シミュレーションを行い、本報告で提案している物体力探索手法の有用性を確かめ、逆解析で得られる数値の精度と解析対象物の形状との関係について調べ検討する。

2. 逆解析の定式化

2.1 軸対称体のBEM解析 最初に、物体力を考慮した軸対称弾性体のBEM解析の定式化についてその概要を述べる⁽⁵⁾。

次式は、応力と物体力の平衡方程式である。

* 平成元年7月11日 逆問題のコンピュータ手法とその応用シンポジウムにおいて講演、原稿受付 平成元年10月6日。

*¹ 正員、長岡技術科学大学機械系(〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)。

*² 学生員、長岡技術科学大学大学院(〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + b_i = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 σ_{ij} は応力成分を、 b_i は単位体積当りの物体力を表している。式(1)を変形し Bettiの相反定理を用いると、物体力を考慮した弾性問題の境界積分方程式が、次式のように導かれる。

$$c_{ki} u_i + \int_{\Gamma} u_i p_{ki} d\Gamma = \int_{\Gamma} p_i u_{ki} d\Gamma + \int_{\Omega} b_i u_{ki} d\Omega \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 c_{ki} は境界の形状により決まる定数であり、なめらかな境界上の点に対して $c_{ki} = \delta_{ki}/2$ 、内部の点に対して $c_{ki} = \delta_{ki}$ である。この δ_{ki} はクロネッカーのデルタである。

また、式(2)における p_{ki} および u_{ki} は、応力と変位の基本解で2次元問題の基本解を解析的に対称軸周りに一周積分して得られる。次にリング上に一様に分布する物体力を考え、その単位体積当りの大きさを半径 r 方向に q_r 、また z 方向に q_z とする。以下この分布をもつ物体力をリングソースと呼ぶことにする。 q_r 、 q_z のリングソースによる変位の基本解を以下に示す⁽⁶⁾。

$$u_{ir} = \frac{Q_r}{4\pi\mu(1-\nu)} \left[\frac{4(1-\nu)(S^2 + \bar{z}^2) - S^2}{2rR} \right. \\ \left. k(\pi/2, m) - \left\{ \frac{3.5-4\nu}{2r} R - \frac{T^4 - \bar{z}^4}{4rR^3(1-m^2)} \right\} \cdot \right. \\ \left. E(\pi/2, m) \right] \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$u_{iz} = \frac{Q_z \bar{z}}{4\pi\mu(1-\nu)} \left[\frac{(T^2 + \bar{z}^2)E(\pi/2, m)}{2R^3(1-m^2)} \right. \\ \left. - \frac{K(\pi/2, m)}{2rR} \right] \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$u_{iz} = \frac{Q_z r_0 \bar{z}}{4\pi\mu(1-\nu)} \left[\frac{(T^2 + \bar{z}^2)E(\pi/2, m)}{2rR^3(1-m^2)} \right. \\ \left. + \frac{K(\pi/2, m)}{2rR} \right] \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$u_{zz} = \frac{Q_z r_0}{4\pi\mu(1-\nu)} \left[\frac{3-4\nu}{R} K(\pi/2, m) \right. \\ \left. + \frac{\bar{z}^2 \cdot E(\pi/2, m)}{R^3(1-m^2)} \right] \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$S^2 = r^2 + r_0^2$$

$$T^2 = r^2 - r_0^2$$

$$Q_r = 2\pi r_0 q_r$$

$$Q_z = 2\pi r_0 q_z$$

$$R = \sqrt{(r+r_0)^2 + \bar{z}^2}$$

$$\bar{z} = z - z_0$$

ここで、 μ は縦弾性係数、 ν はポアソン比、 r は観測リングの半径、 r_0 はリングソースの半径、 $\bar{z}$ はリングソースと観測リングとの軸方向距離を表す。さらに、 K 、 E は第1種、第2種の完全楕円積分、 m は、 $m = \sqrt{4rr_0/R^2}$ 、 $0 \leq m \leq 1$ である。この K 、 E は級数多項式により求めることができる。

応力の基本解 p_{ki} は、次式に示すように式(3)～(6)を微分して求める⁽⁶⁾。

$$p_{ir} = 2\mu \left[\left\{ c - \frac{\partial u_{ir}}{\partial r} + d \left(-\frac{u_{ir}}{r} + \frac{\partial u_{iz}}{\partial z} \right) \right\} n_r \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial u_{ir}}{\partial z} + \frac{\partial u_{iz}}{\partial r} \right) n_z \right] \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$p_{iz} = 2\mu \left[\left\{ c - \frac{\partial u_{iz}}{\partial z} + d \left(-\frac{u_{ir}}{r} + \frac{\partial u_{iz}}{\partial r} \right) \right\} n_z \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial u_{ir}}{\partial z} + \frac{\partial u_{iz}}{\partial r} \right) n_r \right] \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$p_{ir} = 2\mu \left[\left\{ c - \frac{\partial u_{ir}}{\partial r} + d \left(-\frac{u_{ir}}{r} + \frac{\partial u_{iz}}{\partial z} \right) \right\} n_r \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial u_{ir}}{\partial z} + \frac{\partial u_{iz}}{\partial r} \right) n_z \right] \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$p_{iz} = 2\mu \left[\left\{ c - \frac{\partial u_{iz}}{\partial z} + d \left(-\frac{u_{ir}}{r} + \frac{\partial u_{iz}}{\partial r} \right) \right\} n_z \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial u_{ir}}{\partial z} + \frac{\partial u_{iz}}{\partial r} \right) n_r \right] \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$c = \frac{1-\nu}{1-2\nu}, \quad d = \frac{\nu}{1-2\nu}$$

n_r : 表面での単位法線ベクトル

n_z : 表面での半径および軸方向成分

ここで式(2)を離散化して整理すると次式のようなになる。

$$\sum_{j=1}^n H_{ij} u_j = \sum_{j=1}^n G_{ij} p_j + \sum_{s=1}^m D_{is} b_s \quad \dots\dots\dots (11)$$

なお、 n は解析領域の境界を要素分割したときの要素数、 m は物体力領域をリング状の三角形要素に分割したときの要素数である。また、 u_j 、 p_j はそれぞれ j 番目の要素の変位、表面力を表し、 b_s は s 番目の三角形要素の物体力の値を表す。なお、 H_{ij} 、 G_{ij} 、 D_{is} は次式の通りである。

$$H_{ij} = \int_{\Gamma_j} p^* d\Gamma_j + C_{ij} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} u^* d\Gamma_j \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$D_{is} = \int_{\Omega_s} u^* d\Omega_s \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、

$$p^* = \begin{vmatrix} p_{rr} & p_{rz} \\ p_{rz} & p_{zz} \end{vmatrix} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$u^* = \begin{vmatrix} u_{ir} & u_{iz} \\ u_{iz} & u_{zz} \end{vmatrix} \quad \dots\dots\dots (16)$$

よって、 n 個の境界節点に対する全体系の方程式はマトリックス表示すると次式のようなになる。

$$H U = G P + D B \quad \dots\dots\dots (17)$$

2.2 逆問題解析の定式化 次に式(11)を逆問題解析用に変形する。BEMの順解析においては、通常領域内部に存在する物体力 B は既知である。この時、表面力 p が与えられている境界を Γ^1 、変位 u が与えられている境界を Γ^2 とすると、全境界 Γ は $\Gamma^1 + \Gamma^2$ となる。ここで、式(11)はその式の未知数を左辺に既知数を右辺に移し、整理すると次式のようなになる。

$$[-H^1 \quad G^2] \begin{Bmatrix} u^1 \\ p^2 \end{Bmatrix} \\ = [-G^1 \quad H^2] \begin{Bmatrix} p^1 \\ u^2 \end{Bmatrix} - D_k B_k \quad \dots\dots\dots (18)$$

式(18)は、順解析に使用する離散化された境界積分方程式であり、各マトリックス要素の上付添字1,2はそれぞれ境界 Γ^1 、 Γ^2 の値であり、下付添字 u, k はそれぞれ未知(unknown)、既知(known)であることを示

す。式(18)は、未知境界値の数と方程式の数が一致し解くことができるが、BEM 逆解析においては、領域内部に残留応力を生じさせる物体力 B が未知であるとするため、順解析における境界条件のみでは、未知数に対する方程式の数が不足する。したがって、図1に示すような境界上の節点において変位 u および表面力 p のいずれも既知とする境界 Γ^3 を追加し、方程式の数の不足を補う。 Γ^3 の境界条件を追加し未知量を左辺に、既知量を右辺に移項し整理すると式(18)は次式のようにになる。

$$\begin{bmatrix} -H_1^1 & G_1^1 & D_1^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^1 \\ p_1^1 \\ B_1^1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} -G_1^1 & H_1^1 & H_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1^1 \\ u_1^1 \\ u_1^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_1^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1^2 \end{bmatrix} \\ \dots\dots\dots (19)$$

式(19)において、未知数の数と方程式の数が一致するので、左辺の係数マトリックスが特異とならなければ、この連立方程式は解くことができる。物体力が作用している領域の形状、寸法を仮定してこのような逆解析を行えば、未知の物体力の値および境界値を求めることができる。そして、この求められた物体力の値を適切に評価することで物体力の作用する位置を推定することが可能であると考ええる。

3. 同定解析

3.1 解析モデル 解析モデルとして、図2に示すような周辺自由の円管において、円管の内壁の軸方向任意の位置に、溶接等で発生する熱塑性ひずみに起因する残留応力が、周方向に様にリング状に生じているモデルを考える。ここで、解析のための円筒座標系として、円管端部の中心に原点 O 、軸方向に z 、半径方向に r とする。解析モデルの寸法は、円管内半径 a 、円管の長さ 280mm である。また、残留応力の生じている領域は、円管の内壁の座標 $(r, z) = (a, 120)$ を中心に半

図1 逆問題解析における境界条件

径 r_0 の半円形領域内とする。一般に溶接等の熱により生じる残留応力の分布は実際には大変複雑なものとなるが、本報告の解析モデルは、その領域内で温度勾配が一定であると仮定する。この残留応力によりリング中に作用する収縮力は、リング内であらゆる方向に一樣の大きさで作用することになるが、その円周方向成分が軸対称体の性質より、主にリングの中心方向に働くような収縮力となる。ここでこの収縮力をそれと等価な物体力に置き換えることにより、残留応力の位置の同定問題は、逆解析による位置の同定問題に置き換えることができる。いま残留応力の発生源として半円中心方向に一樣な物体力が生じていると考える。

3.2 同定方法 以後の解析では、境界要素および領域要素として一定要素を用いる。本報告では、逆解析で求める量として、物体力領域の形状、寸法、位置を考える。このうち、物体力の作用領域の形状、寸法を仮定して逆解析を行い、その領域の存在する位置を探索する方法について検討する。ところで、著者らの一人が以前報告した⁽⁴⁾ 平板内残留応力の同定では、残留応力源の領域を物体力の作用する円形領域とし、その中心に向かって作用する物体力を逆解析で求めた。この際の物体力領域の位置の探索の範囲は、二次元平面であった。本報告では、物体力領域の形状は半円形であり、物体力領域の位置探索についての検討は z 軸方向についてのみ行う。

前章の逆解析の定式化で述べたように、境界上の変位測定を行う境界を Γ^3 とし、そのデータを用いて物体力領域を仮定した位置 z^* に対して逆解析を行い、物体力を求める。ここで得られた物体力の値 b_s (逆解析によって得られた値、上付添字 e は物体力領域の仮定した位置において逆解析を行って求められた値を、また s は物体力領域の要素番号を表す) を以下に述べる

図2 解析モデル

方法で評価することにより、物体力領域の位置推定が可能であるか検討を行う。図3に示すような半円形物体力領域を4つの三角形領域に分割した場合を例に領域推定のための探索法について説明する。 b_i の評価として次式の物体力の和を計算する。

$$R_i = b_{zi} + b_{za} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで、右辺の各項の左下付添字 z は、逆解析の結果得られた物体力 b_i の z 方向成分であることを示し、右下付添字 $1, 4$ は、図3に示す三角形要素の要素番号を示している。この値 R_i において、もし仮定した物体力位置 z^* が真の位置 z' と等しいならば、次式が成り立つ。

$$R_i = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

また、式(11)の離散化方程式の物体力 b_i の係数マトリックス D_{is} は、物体力要素と境界要素節点間の距離 r^* に関する値であり、物体力の仮定した領域の位置が真の位置と異なっている、仮定した位置 z^* において求められた物体力の値にこの r^* に関する情報が含まれているはずである。そこで、この位置探索のパラメータ R_i の値と、真の物体力位置と仮定した位置とのずれ Z の関係、および真の物体力値と仮定した位置において求められた物体力値を比較する解析シミュレーションを行った。なお、今回作製したプログラムでは、2章で述べたように係数マトリックス H_{ij} 、 G_{ij} 、 D_{is} に関して周方向の積分については解析的積分を、また r - z 面内の積分にはGauss積分⁽⁶⁾を用いた。なお、積分次数は8次である。節点 i が積分要素 j 内にあるときには特異積分となるので、境界要素をサブ要素に分割して積分精度を高めた⁽⁷⁾。また、物体力の三角形要素の領域積分⁽⁸⁾についてはGaussの5次7点積分公式を用いた。

3.3 解析結果 解析したモデルを図4に示す。比較検討のため、モデルの内半径 a 、肉厚 b 、物体力領域半径 r_b の寸法を変えて、9種類の形状について解析を行

った。また全てのモデルで、前述したように境界要素には一定要素を用い、全境界を80個の要素に分割した。物体力領域については、三角形一定要素4個で分割した。境界 Γ^3 のデータとして、本来は溶接等で生じる円管の変位の実測値を用いるべきであるが、本シミュレーションでは基礎的検討を目的としているため、それぞれのモデルに対し最初に位置 $(a, 120)$ に物体力 b_a を与えた順解析の変位データを用いて、逆解析を行うことにした。表1に解析モデル9種の形状データを示す。なお、順解析の際に与えた物体力の値 b_a は、その値と物体力の作用する領域の面積の積が等しくなるように与えた。このことは、式(3)～(6)の q_r 、 q_z が常に一定であるように b_a の値を修正したことを意味する。逆解析で与える変位データの有効桁数は、変位の測定精度を考慮して4桁とした。したがって、本来ならば与える変位データは8個で十分なのであるが、有効桁数が4桁である変位データの質の向上を図るため、2倍の16個を与え、最小二乗法を用いて、解析結果の精度の向上を図った。以下に述べるそれぞれの解析で、物体力の仮定位置 z^* は、真の物体力位置 z' から z 軸正方向に10mmずつ100mmまでずらし、合計11点で逆解析を行った。

3.3.1 物体力作用領域の半径だけを変えた場合 (Case 1: Model 1, 2, 3) の比較 ここでは、円管の内半径 a および肉厚 b は一定で、物体力領域の半径を $r_b = 10, 15, 20$ mmとした場合の結果について比較する。解析結果を図5に示す。この図の横軸は真の物体力位置 z' と仮定した物体力位置 z^* との距離 Z であり、縦軸 R_i は式(22)に示す無次元化量である。

$$R_i = R_i / b_a, \quad (R_i: \text{式(20)}, b_a: \text{真の物体力}) \quad \dots\dots\dots (22)$$

この図から、3種類の r_b の結果とも全体の傾向は、同

図3 物体力による残留応力モデル

図4 境界要素モデル

表1 解析モデルの形状データ

Test Model	Size (mm)			Given Body Force (kgf/mm ³)
	a	b	r _a	
1	50	20	20	1.8
2	50	20	15	3.2
3	50	20	10	7.2
4	30	20	20	1.8
5	70	20	20	1.8
6	100	20	20	1.8
7	50	10	10	7.2
8	50	30	30	0.8
9	50	40	40	0.45

じである。特に、 $Z=0\sim 50$ mm程度までは、 R_m は二次関数に近いような傾向で増加する。また、 Z が60mm以上では R_m は大きく変動するようになり、100mm以上では発散する。3つを比較した場合、 r_b が小さいほど、真の位置からのずれ Z に敏感に反応しているといえる。

次に、 $Z=0$ において逆解析で求められた物体力値 b_{rs} 、 b_{zs} と真の物体力値の比較を表2に示す。この表より両者の値の差はわずかであり、誤差を計算すると8%以内の精度で求められていることがわかる。物体力領域の推定位置の誤差と、求められる物体力値の関係については、本方法の性質（仮定位置で求められる物体力値により位置の推定を行う）上、誤差に対して物体力値は敏感になる。しかし、位置推定のパラメータ $R1 \approx 0$ となれば、式(20)中の $|b_{rs}| = |b_{zs}|$ となり、求められる物体力値の精度も上がってくると考える。

3.3.2 円管の内半径だけを変化させた場合 (Case 2: Model 1, 4, 5, 6) の比較 ここでは、円管の

表2 Case 1 における真の物体力の値と解析により求められた値の比較

Test Model	Elem. No.	Body Force b_{rs} (kgf/mm ³)		Body Force b_{zs} (kgf/mm ³)	
		Given	Inv.	Given	Inv.
1	1	-0.69	-0.66	1.66	1.67
	2	-1.66	-1.72	0.69	0.72
	3	-1.66	-1.58	-0.69	-0.74
	4	-0.69	-0.74	-1.66	-1.65
2	1	-2.76	-2.76	6.65	6.64
	2	-6.65	-6.57	2.76	2.88
	3	-6.65	-6.84	-2.76	-2.87
	4	-2.76	-2.64	-6.65	-6.66
3	1	-1.22	-1.25	2.96	2.95
	2	-2.96	-2.88	1.22	1.27
	3	-2.96	-3.09	-1.22	-1.24
	4	-1.22	-1.14	-2.96	-2.99

Inv.: Solution of Inverse Analysis

図5 Case 1 における Z と R_m の関係

肉厚が一定 (20mm) で、物体力の作用領域が円管外側面に接する形状をしていて、円管の内半径を $a=30, 50, 70, 100$ mm と変えた場合の結果を比較する。図6に Z と R_m の解析結果を示す。図6中の4種類の結果は Case 1 と同様な傾向を示している。この場合 Z が50mm以下では、 R_m の値は円管の内径が変化しているにも関わらず、ほぼ同一の値を示している。すなわち Z に対する R_m の感度が同じである。このことは、肉厚が一定で、物体力領域半径が一定であるような場合、円管の内半径 a に関係なく、評価値 $R1$ が小さくなるように物体力の探索位置を移動することにより、同一の指標でその位置の探索が可能であることを意味する。また、順解析時に用いた物体力値と逆解析時に $Z=0$ で求められた物体力値の比較を表3に示す。この表から $a=30, 50, 70$ mmの場合は、最大誤差10%以内の精度で物体力の値が求められているが、 $a=100$ mmの場合には誤差を生じ易く、特に r 方向の物体力に誤差を含みやすい。すなわち a が大きくなると、誤差が生じやすくなることがわかる。

3.3.3 円管の肉厚だけを変化させた場合 (Case 3: Model 1, 7, 8, 9) の比較 ここでは、円管の肉厚を $b=10, 20, 30, 40$ mm と変えた場合の解析結果の比較を行う。なお、円管の内半径は $a=50$ mmであり、物体力領域の形状は円管外側面と接するようにした。 Z と R_m の関係を図7に示す。この図で、円管の肉厚 b が大き

表3 Case 2 における真の物体力の値と解析により求められた値の比較

Test Model	Elem. No.	Body Force b_{rs} (kgf/mm ³)		Body Force b_{zs} (kgf/mm ³)	
		Given	Inv.	Given	Inv.
4	1	-0.69	-0.68	1.66	1.67
	2	-1.66	-1.67	0.69	0.72
	3	-1.66	-1.68	-0.69	-0.72
	4	-0.69	-6.74	-1.66	-1.68
5	1	-0.69	-0.70	1.66	1.65
	2	-1.66	-1.64	0.69	0.63
	3	-1.66	-1.70	-0.69	-0.62
	4	-0.69	-0.67	-1.66	-1.67
6	1	-0.69	-0.83	1.66	1.76
	2	-1.66	-1.21	0.69	0.78
	3	-1.66	-2.50	-0.69	-0.60
	4	-0.69	-0.17	-1.66	-1.95

図6 Case 2 における Z と R_m の関係

くなるほど、 $Z=60, 80\text{mm}$ での R_m の値の乱れは減少し、また $b=40\text{mm}$ の場合には Z が $0\sim 70\text{mm}$ の範囲で R_m は増加する傾向にある。一方、 $b=10\text{mm}$ では z^* がわずかに 20mm で発散してしまう。また、 b_{1z}, b_{2z} を表4に示す。 $Z=0$ で求められた物体力の値についても、 $b=40\text{mm}$ の場合が最も良い精度で求められている。

なお、この逆解析法の問題点の一つは、変形を高精度で与える必要がある点であるが、このような測定法に関して、現在いくつかの研究がなされている⁽⁹⁾。

3.3.4 数値シミュレーションの結果に対する考察

1. 3.3.1で物体力の作用領域半径 r_b が小さいときほど位置推定のパラメータ R_1 の感度が高くなるのは、連立方程式が特異となりやすいからであると考えられる。したがって、物体力領域が境界要素長さに較べて著しく小さいときは、 R_m が発散しないようにするためには、境界要素の細分割が必要となる。

2. 3.3.3で円管の肉厚 b が小さいとき R_m が発散しやすいのは、全体の境界形状の縦横比（円管長さと肉厚の比）が大きくなるため、BEM本来の解析精度が下がってくるためであると考えられる（はりの解析状態と似ている）。この問題には、領域分割解法などを用いることにより解決できると考える。

3. 図5、6および7に示すように、物体力の推定作用位置が真の作用位置と特に大きく離れていなければ、

表4 Case 3 における真の物体力の値と解析により求められた値の比較

Test Model	Elem. No.	Body Force b_{1z} (kgf/mm ³)		Body Force b_{2z} (kgf/mm ³)	
		Given	Inv.	Given	Inv.
7	1	-2.76	-2.69	6.65	6.77
	2	-6.65	-6.72	2.76	3.18
	3	-6.65	-6.71	-2.76	-3.18
	4	-2.76	-2.70	-6.65	-6.77
8	1	-0.31	-0.30	0.74	0.75
	2	-0.74	-0.75	0.31	0.31
	3	-0.74	-0.73	-0.31	-0.32
	4	-0.31	-0.31	-0.74	-0.74
9	1	-0.17	-0.17	0.41	0.42
	2	-0.41	-0.41	0.17	0.18
	3	-0.41	-0.42	-0.17	-0.17
	4	-0.17	-0.17	-0.41	-0.42

図7 Case 3 における Z と R_m の関係

両者の位置の差 Z が小さくなるにつれて、式(22)の R_m の値、したがって R_1 の値は次第に減少することがわかる。したがって、 R_1 が小さくなる方向に推定位置を適宜移動させて解析を繰り返すことにより、 $R_1 \rightarrow 0$ となるような真の位置を探索することができる。

4. 結 言

内部残留応力の位置を同定する方法の一つとして、物体力を考慮した境界要素法による逆解析を、軸対称弾性体に対して検討した。

1. 計算モデルとしてパイプの円周に沿って一様に分布する物体力が存在するとき、その位置を同定する方法を示した。その方法では、 z 方向の物体力の和 R_1 を位置探索のパラメータとし、 $R_1 \rightarrow 0$ となるように物体力作用位置を探索することで、有効に位置探索が可能であることを確認した。

2. 円管の寸法、肉厚および物体力領域の大きさが R_1 による探索感度に及ぼす影響について考察を行い、その結果、全体の解析領域に対する物体力領域の大きさが、探索感度及び探索の難易度を決定する上で重要であることがわかった。

文 献

- (1) たとえば、W. Cheng and I. Finnie, J. Eng. Mater. and Tech. 109, (1987).
- (2) 久保, 機械の研究, 39, (1987), 10.
- (3) 村井, 加川, 電子通信学会論文誌, J65-C.5, (1982), 359-366.
- (4) 富島, 矢田, 機論, 54-500, A(1988), 642.
- (5) C.A. Brebbia, (田中監訳), 境界要素法の応用 1, (1983), 企画センター.
- (6) 一松, 宇野, 山内, 電子計算機のための数値計算法Ⅲ, (1972), 培風館, 281-301.
- (7) 結城, 木須, 境界要素法による弾性解析, (1987), 培風館, 130.
- (8) P. K. Banerjee and R. Butterfield, Boundary Element Methods in Engineering Science, McGRAW-HILL, (1981), 441.
- (9) Cox, B., Morris, W. and James, M., High sensitivity, high spatial resolution strain measurements in alloys and composites, Proc. conf. on Nondestructive Testing and Evaluations of Advanced Materials and Composites, (1986), Colorado Spring CO.