設計目標の優先順位に着目した多段階最適構造設計手法*

松本政秀^{*1}, 阿部淳平^{*1}, 吉村允孝^{*2}A Multilevel Structural Optimization Strategy based
on the Priority Order of the Design Objectives

Masahide MATSUMOTO, Jumpei ABE and Masataka YOSHIMURA

Multiple objectives in the design of machine structures exist. Here, two types of priorities among these objectives are considered. One of these objectives is the absolutely necessary goal, the "required goal", and the other is the "requested goal". Few studies have been conducted with respect to the structural design problem of multiple goals with these kinds of priorities. Thus, a multilevel structural optimization strategy which is based on the lexicographic optimization method and modified so as to be available for structural design, is proposed in this paper. This strategy is demonstrated on an actual example of a motorcycle frame structural design which has three goals; (1) achievement of static torsional rigidity, (2) reduction of dynamic response level and (3) decrease in the weight of the motorcycle frame.

Key Words: Multiobjective Optimization, Optimum Structural Design, Goal, Priority, Finite Element Analysis, Sensitivity Analysis, Motorcycle

1. 緒 言

機械構造設計においては、機械構造の性能、機能、費用などに関わる多数の評価要因の複雑な相互関係を解明しつつ、それらを最小化、あるいは最大化するという目標へ接近することが必要となる場合が少なくない。このような多数の目標をもつ設計問題を数理的手法を用いて解こうとする場合に、重量などの単一の評価要因のみを目的関数とし、他の評価要因をを制約条件とする取扱いでは、設計者自身がそれらの評価要因間の相互関係を十分に把握し解明できず、結果的に最適な設計の達成が保証されないことが多い。したがって、このような設計問題を解くためには、複数の目的関数を最適化するための多目的計画手法が適用されなければならない⁽¹⁾⁽²⁾。

多目的計画手法の機械構造設計への適用例としては、競合する問題におけるトレード・オフ関係を動圧ジャーナル軸受の設計を例として解説した Bartel-Marks⁽³⁾、多目的問題における一つの妥協解を求める方法を工作機械の歯車装置に適用した Osyczka⁽⁴⁾、制

約法を簡単なトラス構造に適用した Carmichael⁽⁵⁾、計算機援用対話形システムを構築してディーゼルエンジンの多目的最適化を行った藤本ら⁽⁶⁾、カム装置の最適設計を多目的ミニマックス計画問題として定式化しその解法を示した須永ら⁽⁷⁾の研究などが挙げられる。このほか、吉村らは、工作機械主軸系を対象に多目的関数のパレート最適解を求めた研究⁽⁸⁾⁽⁹⁾、さらに製品設計と工程設計の両方を含む統合的設計過程を多目的最適化問題として定式化することを提唱し、これを円筒座標形ロボットの設計に適用した研究⁽¹⁰⁾などを行った。

以上の諸研究では、多目的最適化問題の解法として、目標の相互関係について重みづけなどなんらかの評価規範を導入したのち単一目的最適化手法を適用するか、あるいは設計者のもつ局所的な選好情報を対話的に引き出して現実的な選好解を得る、などの手法が用いられてきた。しかし、後述のように機械構造設計における目標は一般的に二つの明確に分類される類型の特質をもち、またそれらの間には優先順位が存在することが多い。このため、数値的な最適化に先だって設計者はそれぞれの設計目標の特質とそれらの間に存在する優先順位に対して注意深く洞察を加え、それらに応じた取扱いをする必要がある。そしてその結果が現

* 原稿受付 平成元年 11 月 24 日。

^{*1} 正員、鈴木自動車工業(株) (〒432-91 浜松市外高塚 300)。^{*2} 正員、京都大学工学部 (〒606 京都市左京区吉田本町)。

実の設計手順に反映されなければ、最適な設計に到達することは不可能であるのに対し、従来の方法ではその合理的な取扱いが困難であった。

本論文では、上記の問題を解決するために、オペレーションズ・リサーチ (OR) の一手法である辞書式最適化手順に基礎をおき、これを機械構造設計に固有な問題として一般的に存在する目標間の優先性の特徴を考慮して再構築した多段階最適構造設計手法を提案する。さらに、この手法の実際の設計への応用例として三つの設計目標をもつ自動二輪車の車体設計をとりあげ、設計目標の優先性が最適化結果に合理的に反映され得るか否かの観点から本手法の有効性を検討する。

なお本論文において“目標”と“目的”という語の使い分けは以下のように行う。まず“目標 (goal)”とは到達点としてある水準を設定できるもの、およびある水準へ到達する作業そのものを指す。これに対して、数理計画法の用語である“目的関数 (objective function)”が最大化あるいは最小化される評価要因を表すことから、“目的 (objective)”は“極値化される要因”という、ごく限定された意味で用いる。

2. 構造設計目標の分類

いま、機械構造設計の一例として内燃機関のクランク軸の設計を考えてみる。この場合の主な設計目標としては、疲労強度の増大、ねじり振動の発生防止、質量および軸回り慣性モーメントの軽減、回転不均衡量の低減、騒音レベルの低減などが挙げられる。このうち、疲労強度の不足とねじり振動の発生は、クランク軸系の破損、ひいては機関全体の破壊という極めて重大な事態をひき起こすため、絶対に避けられねばならない。要求される強度は機関の最高回転数や所期の寿命により異なるが、設計計画の初期段階で明確化されるものである。他方、質量、軸回り慣性モーメント、回転不均衡量、騒音レベルなどは、機関の応答性、操作性の良さ、あるいは操作者を含む周辺環境に及ぼす物理的影響と関わり、かつ計画段階でそれらの間に優先順位が付されるものの、直接致命的な危険と結びつく要因ではない。現実の設計の流れにおいては、

表 1 機械構造設計目標の属性

Required Goal	Requested Goal
<ul style="list-style-type: none"> ・Users' Security ・Damage Prevention of Machine Structure ・Protection of Environment ・Observance of Regulation ・Others 	<ul style="list-style-type: none"> ・Less Material Amount ・Higher Function ・Productivity ・Comfortableness ・Aesthetics ・Others

これらの量の相互の関連性を把握しつつ弾力的に現状からの改善が図られる。

上述の例を一般化すると、以下のようにいうことができる。すなわち、一般に構造設計には多数の設計目標が存在し、それらの間には次のような2種類の優先順位が存在する。一つは優先順位の高い目標であり、構造物の形状や形態の保持、あるいはその安全性や安定性などにかかわるものを指す。それらは構造の有すべき特性として、他のいかなる設計目標の犠牲を払っても満足しなければならない最優先事項であり、通常あらかじめ確定された目標値をもつ。もう一つは優先順位の低い目標であり、それは工業製品としての品位やその利便性、快適性を決定する。その目標値は設計初期段階で暫定的に設定されるものの、優先順位の高い目標の達成度のいかんによっては変更される可能性もある。本論文では以下、前者の目標を“要求目標 (Required Goal)”，後者の目標を“希求目標 (Requested Goal)”と呼ぶ。表 1 に、これら2種類の目標の属性として挙げられるものをまとめて示す。

3. 多段階最適構造設計手法

1章で述べたように、多目的計画問題に対しては既に種々の解法が提案されている。このうち複数の設計目標間に優先順位が存在する場合に、各目的関数に満足水準を設定して優先順位の高いものから順に単一目的の最適化を繰り返し実行していく方法として、以下に手順を示す辞書式最適化手法⁽¹⁾がある。

(1) 最小化の望まれる r 個の目標のうち、最も優先順位の高い目標に対する目的関数を $s_1(\mathbf{x})$ とし、以下 $s_2(\mathbf{x}), \dots, s_r(\mathbf{x})$ の順であるとする。これらの目的関数に対して、それぞれ最低限達成されるべきであると考えられる水準のベクトル、すなわち満足水準ベクトル $\mathbf{s}^f = (s_1^f, \dots, s_r^f)$ をすべての制約条件を満足するように設定する。ここで $\mathbf{x}$ は設計変数ベクトルである。

(2) 次の問題を解き、目的関数 s_1 の最小値 s_1^* を得る。

目的関数: $s_1(\mathbf{x}) \rightarrow$ 最小化

制約条件: $s_i(\mathbf{x}) \leq s_i^f \quad (i=2, \dots, r)$

(3) 次の問題を解き、目的関数 s_2 の最小値 s_2^* を得る。

目的関数: $s_2(\mathbf{x}) \rightarrow$ 最小化

制約条件: $s_1(\mathbf{x}) = s_1^*$

$$s_i(\mathbf{x}) \leq s_i^f \quad (i=3, \dots, r)$$

(4) 同様に、 $3 \leq k \leq r$ に対して順に次の問題を解く。

目的関数: $s_k(\mathbf{x}) \rightarrow$ 最小化

制約条件: $s_i(\mathbf{x}) = s_i^*$ ($i=1, \dots, k-1$)

$s_j(\mathbf{x}) \leq s_j^f$ ($j=k+1, \dots, r$)

辞書式最適化手法を構造設計に直接適用する場合の問題点は、この方法がある段階の単一目的最適化を実行する際に、先に得られたそれより優先順位の高いすべての目標の最適値を等号制約の形で保持することを課すところにある。機械構造設計においては各目標間にトレード・オフ関係が成立する場合もあり、そのような場合、この等号制約条件群は事実上、最も優先順位の高い目標に対して最適解を与えることになる。

そこで本論文では、辞書式最適化手法における満足水準を、前章で言及した要求目標と希求目標の優先上の性質の違いに着目して要求水準と希求水準とに分類し、両目標の特質に応じた取扱いを行う。さらに各単一目的最適化段階にそれ以前の段階で最適化された目標の最適値からの偏差の許容値を設計者が対話的に設定し、目標値のその許容偏差の範囲内での改悪を許すことで、辞書式最適化手法において課される等号制約の緩和を図る。この修正の結果得られた多段階最適構造設計手法の実行手順〔1〕～〔9〕を、以下に示す。

〔1〕 最小化の望まれる全部で r 個の目的関数 $s_1(\mathbf{x}), \dots, s_r(\mathbf{x})$ を、 l 個の要求目標に対する目的関数 $F_1(\mathbf{x}), \dots, F_l(\mathbf{x})$ と m 個の希求目標 $f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})$ に分類する。ここで $r=l+m$ であり、またそれぞれの目標中では下添数字の小さいものほど優先順位が高いものとする。これらの目標に対して

要求水準ベクトル $\mathbf{F}^e = (F_1^e, \dots, F_l^e)$

希求水準ベクトル $\mathbf{f}^e = (f_1^e, \dots, f_m^e)$

を設定する。これら2種類の水準ベクトルはいずれも辞書式最適化手法における満足水準ベクトルと同様、最低限達成されるべきであると考えられる水準を示すものであるが、以下に述べるように希求水準ベクトルについては、各段階での要求目標の達成の状況に応じて対話的に緩和される可能性がある。

〔2〕 次の問題を解き、最も優先順位の高い要求目標に対する目的関数 $F_1(\mathbf{x})$ に関して最小値 F^* を得る。

目的関数: $F_1(\mathbf{x}) \rightarrow$ 最小化

制約条件: $F_i(\mathbf{x}) \leq F_i^e$ ($i=2, \dots, l$)

$f_j(\mathbf{x}) \leq f_j^e$ ($j=1, \dots, m$)

〔3〕 $F^* > F_1^e$ のとき、すなわち目的関数 $F_1(\mathbf{x})$ の最小値が要求水準を満足しない場合は、設計者が希求水準 $\mathbf{f}^e$ の設定を緩和して〔2〕に戻る。

〔4〕 $F_1(\mathbf{x})$ の最小値が要求水準を満足する範囲内での改悪許容限度として偏差 $\Delta_1 (0 \leq \Delta_1 \leq F_1^e - F^*)$ を設定して次の問題を解き、2番めに優先順位の高い要

求目標に対する目的関数 $F_2(\mathbf{x})$ に関して最小値 F_2^* を得る。

目的関数: $F_2(\mathbf{x}) \rightarrow$ 最小化

制約条件: $F_i(\mathbf{x}) \leq F_i^* + \Delta_i$ ($0 \leq \Delta_i \leq F_i^e - F_i^*$)

$F_i(\mathbf{x}) \leq F_i^e$ ($i=3, \dots, l$)

$f_j(\mathbf{x}) \leq f_j^e$ ($j=1, \dots, m$)

$F_2^* > F_2^e$ のとき、すなわち目的関数 $F_2(\mathbf{x})$ の最小値が要求水準を満足しない場合は、設計者が $\mathbf{f}^e$ の設定を緩和して再実行する。

〔5〕 同様に、 $3 \leq p \leq l$ に対して順に次の問題を解く。

目的関数: $F_p(\mathbf{x}) \rightarrow$ 最小化

制約条件: $F_k(\mathbf{x}) \leq F_k^* + \Delta_k$, $0 \leq \Delta_k \leq F_k^e - F_k^*$

($k=1, \dots, p-1$)

$F_i(\mathbf{x}) \leq F_i^e$ ($i=p+1, \dots, l$)

$f_j(\mathbf{x}) \leq f_j^e$ ($j=1, \dots, m$)

$F_p^* > F_p^e$ のときは、 $\mathbf{f}^e$ の設定を緩和して再実行する。

〔6〕 次の問題を解き、最も優先順位の高い希求目標に対する目的関数 $f_1(\mathbf{x})$ に関して最小値 f_1^* を得る。

目的関数: $f_1(\mathbf{x}) \rightarrow$ 最小化

制約条件: $F_i(\mathbf{x}) \leq F_i^* + \Delta_i$, $0 \leq \Delta_i \leq F_i^e - F_i^*$

($i=1, \dots, l$)

$f_j(\mathbf{x}) \leq f_j^e$ ($j=2, \dots, m$)

〔7〕 $f_1(\mathbf{x})$ の最小値が希求水準を満足する範囲内での改悪許容範囲として偏差 $\delta_1 (0 \leq \delta_1 \leq f_1^e - f_1^*)$ を設定して次の問題を解き、2番めに優先順位の高い希求目標に対する目的関数 $f_2(\mathbf{x})$ に関して最小値 f_2^* を得る。

目的関数: $f_2(\mathbf{x}) \rightarrow$ 最小化

制約条件: $F_i(\mathbf{x}) \leq F_i^* + \Delta_i$, $0 \leq \Delta_i \leq F_i^e - F_i^*$

($i=1, \dots, l$)

$f_1(\mathbf{x}) \leq f_1^* + \delta_1$, $0 \leq \delta_1 \leq f_1^e - f_1^*$

$f_j(\mathbf{x}) \leq f_j^e$ ($j=3, \dots, m$)

〔8〕 同様に、 $3 \leq p \leq m$ に対して順に次の問題を解く。

目的関数: $f_p(\mathbf{x}) \rightarrow$ 最小化

制約条件: $F_i(\mathbf{x}) \leq F_i^* + \Delta_i$, $0 \leq \Delta_i \leq F_i^e - F_i^*$

($i=1, \dots, l$)

$f_k(\mathbf{x}) \leq f_k^* + \delta_k$, $0 \leq \delta_k \leq f_k^e - f_k^*$

($k=1, \dots, p-1$)

$f_j(\mathbf{x}) \leq f_j^e$ ($j=p+1, \dots, m$)

〔9〕 各目的関数の最終値を F_i^* , f_i^* とすると、 $F_i^* \ll F_i^e$ 、あるいは $f_i^* \ll f_i^e$ の場合において、要求目標あるいは希求目標のいずれかの最終値がそれぞれの水準に対して設計上不必要に小さいと設計者によって判断さ

れた時は、希求水準 f^e をより厳しく設定し直して〔2〕に戻る。

4. 車体設計に対する最適化問題の設定

前章で述べた多段階最適構造設計手法を、本章では図1に示すような自動二輪車の車体設計へ適用する。この設計では、図中に示すように、①静ねじり剛性の増大、②エンジンを加振源とした車体各部の振動応答レベルの低減、そして③車体質量の軽減、の三目標が存在する。このうち、静ねじり剛性は車両の進行方向に対する車体のねじりにくさを表す量であり、高速走行時の安全性に関わる直進安定性を決定する要因である。したがって、静ねじり剛性の増大は要求目標に分類され、車体はその値より高い剛性をもつように、明確な要求水準値が目標として与えられる。これに対し、振動応答レベルは乗員の快適性に関係する要因であり、また車体質量はその車両の運動性能に関係する要因である。乗員が感じる快適性と車両の運動性能はいずれもできる限り高められるべきであり、したがって振動応答レベルと車体質量はそれぞれその値をできる限り低減することが望まれる。しかしこの二つの要因は直接的に乗員の安全を左右するものではなく、したがってそれらの要因の低減は希求目標として分類される。さらに快適性と運動性を比較した場合、特に用途が一般向けであることを考慮すると、運動性よりも快適性が重視される。

以上のことをまとめると、この構造設計における要求目標は①静ねじり剛性の増大であり、希求目標は②振動応答レベルの低減と③車体質量の軽減であってこの順に優先順位が高い。この設計問題を次のような三目的最適設計問題として定式化する。

図1 車体設計における三つの目標

目的関数： $f(x)=[F_1(x), f_1(x), f_2(x)] \rightarrow$ 最小化
.....(1)

制約条件： $g_i(x) \leq 0 \quad (i=1, \dots, n)$ (2)

ここで、ベクトル目的関数 $f(x)$ は要求目標の目的関数 $F_1(x)=S$ 、および希求目標の目的関数 $f_1(x)=R$ 、 $f_2(x)=M$ からなり、また制約条件式(2)における制約関数 $g_i(x)$ は設計変数の上下制限制約などを表す。記号 S, R, M は、それぞれ静ねじり剛性の逆数であるねじりの静コンプライアンス、振動応答レベル、車体質量を表す。

上記の問題は、前章で述べた多段階最適構造設計手法を用いて、以下の手順で解かれる。

〔I〕 要求目標におけるねじりの静コンプライアンスに要求水準 F_1^e 、希求目標における振動応答レベルと車体質量にそれぞれ希求水準 f_1^e と f_2^e を設定する。

〔II〕 振動応答レベルが希求水準 f_1^e 以下、および車体質量が希求水準 f_2^e 以下という制約の下で、ねじりの静コンプライアンスを最小化する。

〔III〕 許容偏差 Δ_1 を設定して、ねじりの静コンプライアンスが $F_1^* + \Delta_1$ 以下、および車体質量が希求水準 f_2^e 以下という制約の下で振動応答レベルを最小化する。

〔IV〕 許容偏差 δ_1 を設定して、ねじりの静コンプライアンスが $F_1^* + \Delta_1$ 以下、および振動応答レベルが $f_1^* + \delta_1$ 以下という制約のもとで車体質量を最小化する。

5. 具体的最適化手順

本章では、前章までに提案した多段階最適構造設計手法に基づいた具体的最適化手順を述べる。ここで、最適設計の対象とした二輪車の車体はおおむね骨組構

図2 設計変更部材と設計変数

造とみなされるため、構造解析のための有限要素モデルは、図2に示すように主としてはり要素を用いて構成される。

5・1 ねじり静コンプライアンス最小化設計 第一段階の単一目的最適化問題は以下のように定式化される。

目的関数: $F_1(\mathbf{x}) = S \rightarrow \text{最小化}$ (3)

制約条件: $f_1(\mathbf{x}) - f_1^* \leq 0$ (4)

$f_2(\mathbf{x}) - f_2^* \leq 0$ (5)

目的関数であるねじりの静コンプライアンス S は、図2に示すようにスイングアームピボットを固定してヘッドパイプにねじりモーメントを加えた時のねじれ角より計算される。このねじれ角は、有限要素モデルでモデル化された車体構造の静解析に対して導かれる。次の剛性方程式を解いて得られる。

$[K]\{u\} = \{p\}$ (6)

ここで $[K]$ は全体剛性マトリックス、 $\{u\}$ 、 $\{p\}$ はそれぞれ変位、荷重ベクトルである。さらに荷重ベクトルが設計変数 x_i に独立であれば、変位に関する感度 $\{u_i'\}$ は次式を解いて得られる。

$[K]\{u_i'\} = -[K']\{u\}$ (7)

ここで $[K'] \equiv \partial[K]/\partial x_i$

車体の有限要素モデルでは、一つの部材はいくつかのはり要素で構成されている。ここでは設計変数は、図2に示した設計変更対象部材①～⑦のそれぞれの断面の高さ H と幅 B の寸法とし、板厚は一定とした。

制約条件式(4)に関する振動応答レベルの評価法、および感度解析法については次節で述べる。制約条件式(5)における質量 M は、次式で与えられる。

$M = \sum_{i=1}^m (\rho_i A_i \cdot \sum_{j=1}^{n_i} L_{ij})$ (8)

ここで ρ_i 、 A_i はそれぞれ部材 i の質量密度、断面積、 m は部材数、 n_i は部材 i を構成する要素数、 L_{ij} は部材 i の第 j 要素の要素長さである。したがって質量の設計変数 x_i に関する感度 M_i' は

$M_i' = \rho_i A_i' \cdot \sum_{j=1}^{n_i} L_{ij}$ (9)

ここで $A_i' \equiv \partial A_i / \partial x_i$

式(6)～(9)より得られる情報を用いて式(3)～(5)で表される最適化問題の解を求めるために、逐次線形化手法の一つである内接球法(Method of Inscribed Hypersphere)⁽¹²⁾を用いる。この手法は目的関数と制約関数の非線形性があまり強くない問題に対して、特に計算効率の面から卓越性が確認されている⁽¹³⁾。

5・2 振動応答レベル最小化設計 次に多段階最

適化の第二段階として、エンジンの加振力によって生じる車体各部、すなわちハンドル、フートレスト、シートそれぞれの振動応答レベルを最小化する。

自動二輪車では、車体全体の高剛性化を図る上でエンジンブロックを重要な構成要素とみなしている。したがって、振動の伝達を遮断する目的から、加振源としてのエンジンを車体から柔軟に懸架することは、上述の車体の高剛性化の意図に反するため、なるべくエンジンを剛に懸架した上で、部材寸法の決定だけで車体の低振動化設計を実現しなければならない。しかも、構造解析によって車体の周波数特性を求める場合、エンジンの使用回転数域が広く加振周波数が高域に及ぶため、非常に多くの振動モードを対象としなければならない。以上のことを考慮すると、特定の固有振動数のシフト、あるいは単一モードだけを対象とした振動応答レベルの低減では目標を達成できず、対象とする周波数帯域の全域にわたる最適化が必要となる。

通常、振動応答量の評価指標としては、加振点と応答点の間の伝達関数が用いられる。比例粘性減衰振動系では、イナータンス伝達関数マトリックス $[R(\omega)]$ は次式で表される。

$[R(\omega)] = \sum_{m=1}^N \left[\frac{\{r_m\}}{1 - (\omega_m/\omega)^2 - 2i\zeta_m\omega_m/\omega} \right]$ (10)

$\{r_m\} = \frac{\{\phi_m\}\{\phi_m\}^T}{\{\phi_m\}^T[M]\{\phi_m\}}$ (11)

ここで N は全モード数、 ω_m 、 ζ_m 、 $\{\phi_m\}$ はそれぞれ m 次の固有振動数、減衰比、固有ベクトルで、 $[M]$ は質量マトリックス、また i は虚数単位である。 $\{r_m\}$ はレジデュールと呼ばれ、伝達関数 $[R(\omega)]$ と同じ次元を有する量であり、リセプタンス伝達関数におけるモーダルフレキシビリティ⁽¹⁴⁾と同様の意味をもつ。第 m 次モードのレジデュール $\{r_m\}$ とモーダルフレキシビリティ $\{f_m\}$ の間には、次の関係が成立する。

$\{r_m\} = \omega_m^2 \{f_m\}$ (12)

伝達関数 $[R(\omega)]$ は、式(10)より明らかなように、設計図面段階では予測およびコントロールが非常に困難な減衰比 ζ を含んでおり、この場合の振動評価指標としては適切でない。また、減衰比の値そのものは、各固有モードにおいてさほど大きな相違がない。これに対しレジデュールは減衰の値に影響されず、剛性と質量が同定されれば実固値解析より求められることから、設計段階で比較的容易に評価できる量である。以上の理由から、本論文では、振動応答量の評価指標としてレジデュールの絶対値を採用する。ここでは以下の最適化問題により、多数の固有モードに対するレジデュールのうち、絶対値の最大のものを最小化する。

$$\begin{aligned} \text{目的関数: } f_1 = & \max[w_1^{ax}|r_1^{ax}|, w_1^{ay}|r_1^{ay}|, w_1^{az}|r_1^{az}|, \\ & \dots, w_m^{ax}|r_m^{ax}|, w_m^{ay}|r_m^{ay}|, w_m^{az}|r_m^{az}|, \dots, \\ & w_1^{bx}|r_1^{bx}|, w_1^{by}|r_1^{by}|, w_1^{bz}|r_1^{bz}|, \dots, \\ & w_m^{bx}|r_m^{bx}|, w_m^{by}|r_m^{by}|, w_m^{bz}|r_m^{bz}|, \dots, \\ & w_1^{cx}|r_1^{cx}|, w_1^{cy}|r_1^{cy}|, w_1^{cz}|r_1^{cz}|, \dots, \\ & w_m^{cx}|r_m^{cx}|, w_m^{cy}|r_m^{cy}|, w_m^{cz}|r_m^{cz}|] \end{aligned}$$

$$\rightarrow \text{最小化} \dots \dots \dots (13)$$

$$\text{制約条件: } F_1(\mathbf{x}) - F_1^* - \Delta_1 \leq 0 \dots \dots \dots (14)$$

$$f_2(\mathbf{x}) - f_2^* \leq 0 \dots \dots \dots (15)$$

ここで r は加振力に対する車体各部におけるレジデューを表し、上添字 a, b, c はそれぞれハンドル、フートレスト、シートにおける応答であることを示し、 x, y, z はそれぞれの位置における応答の方向を示す。下添字 1 や m はモード次数を表す。また w は、エンジン回転数に依存して変化する加振力の大きさや、乗員の身体が車体と接触する部位の機械振動に対する敏感さの度合に応じて決定される重み係数であるが、こ

こでは簡単のためすべて 1 とする。また偏差 Δ_1 にはそのとりうる最大値 $(F_1^* - F_1)$ を設定し、設計変更部材は図 2 における部材 1~9 とする。

式(13)~(15)で表される最適化問題を解くための手法としては、式(13)の強い非線形性を考慮して乗数法⁽¹⁵⁾を採用する。無制約最小化には BFGS 公式による準ニュートン法を用いる。またレジデューの算出に必要な固有振動数 ω_m と固有ベクトル $\{\phi_m\}$ は、次の固有値方程式を解いて求められる。

$$([K] - \omega_m^2[M])\{\phi_m\} = 0 \dots \dots \dots (16)$$

また、固有振動数の設計変数 x_i に関する感度 ω'_{mi} は次式で表される⁽¹⁶⁾。

$$\omega'_{mi} = \{\phi_m\}^T ([K'_i] - \omega_m^2[M'_i])\{\phi_m\} \dots \dots \dots (17)$$

さらに、固有ベクトルの感度 $\{\phi'_{mi}\}$ は、次の連立一次方程式を解いて求められる⁽¹⁷⁾。

$$\begin{aligned} & ([K] - \omega_m^2[M])\{\phi'_{mi}\} \\ & = -([K'_i] - \omega_m^2[M'_i] - 2\omega_m\omega'_{mi}[M])\{\phi_m\} \end{aligned}$$

$$\text{拘束条件: } \{\phi'_{mi}\}_j = 0, j = \max_k(\{\phi_m\}_k) \dots \dots \dots (18)$$

ここで $\omega'_{mi} \equiv \partial\omega_m/\partial x_i$, $\{\phi'_{mi}\} \equiv \{\partial\phi_m/\partial x_i\}$, $[M'_i] \equiv \partial[M]/\partial x_i$, そして $\{\}_j$ はベクトルの第 j 番の要素を表す。

5.3 車体質量最小化設計 多段階最適化の最後は、4 章の手順 [IV] に従って車体質量 M の最小化を行う。この最適化問題は、一般的に以下のように定式化される。

$$\text{目的関数: } f_2(\mathbf{x}) = M \rightarrow \text{最小化} \dots \dots \dots (19)$$

$$\text{制約条件: } F_1(\mathbf{x}) - F_1^* - \Delta_1 \leq 0 \dots \dots \dots (20)$$

$$f_1(\mathbf{x}) - f_1^* - \delta_1 \leq 0 \dots \dots \dots (21)$$

ただし、ここでは直接的に式(19)~(21)で表される最適化問題を解く代わりに、3 章に示した多段階最適化の一般的実行手順の〔9〕を用いて近似的な車体質量の最小化を行う。すなわち、設計者によってねじりの静コンプライアンスと振動応答レベルのいずれかの最終値が、それぞれの水準に対して不必要に小さいと判断された場合にのみ、車体質量の希求水準を厳しく設定し直して、再度、ねじりの静コンプライアンス最小化設計から実行する。

6. 最適設計の結果

5 章に示した具体的最適化手順に従って行った車体設計の結果として、表 2 に多段階最適化の各段階での目的関数値を示す。設計の流れは、表 2 の最適化ステップの 1 から 7 へ向かっている。まず、最適化ステップ 1 で各要求水準と希求水準を設定する。ステップ 2 の初期設計では、各部材寸法として側面制約の下限值

表 2 各最適化段階における三つの目的関数値

Objective Function		For Required Goal	For Requested Goals	
Optimization Step		Static Torsional Compliance [rad/Nm ²]	Response Amplitude (Acceleration) [m/Nsec ²]	Mass [kg]
1	Level Set for Required or Requested Goal	2. 3 $\times 10^{-5}$	1. 0 $\times 10^0$	6. 5
2	Initial Design	4. 8 $\times 10^{-4}$	2. 1 $\times 10^{-1}$	3. 0
3	Minimization of Static Torsional Compliance	1. 2 $\times 10^{-5}$	1. 3 $\times 10^{-1}$	6. 5
4	Minimization of Response Amplitude (Acceleration)	1. 3 $\times 10^{-5}$	6. 3 $\times 10^{-2}$	6. 5
5	Tighter Level Adjustment for Requested Goal of Mass Minimization	2. 3 $\times 10^{-5}$	1. 0 $\times 10^0$	5. 5
6	Minimization of Static Torsional Compliance	2. 0 $\times 10^{-5}$	1. 3 $\times 10^{-1}$	5. 5
7	Minimization of Response Amplitude (Acceleration)	2. 2 $\times 10^{-5}$	8. 0 $\times 10^{-2}$	5. 5
Direct Minimization of Response Amplitude (Acceleration)		1. 8 $\times 10^{-5}$	1. 3 $\times 10^{-1}$	6. 5

を採用したため、初期設定した二つの希求水準は満足されているものの、最も優先度の高い要求目標に対する目的関数であるねじりの静コンプライアンスの要求水準が満足されていない。このときの設計変更の対象

表 3 最適化ステップ2
の部材寸法 [mm]
(初期設計)

Member	H	B
1	10	10
2	10	10
3	10	10
4	10	10
5	10	10
6	10	10
7	10	10
8	10	10
9	10	10

表 4 最適化ステップ3
の部材寸法 [mm]
(ねじりの静コンプライアンス最小化)

Member	H	B
1	27	52
2	24	60
3	10	56
4	47	47
5	23	62
6	56	65
7	65	39
8	10	10
9	10	10

としている九つの部材の寸法の初期値を表3に示す。また、図3(a)には最適化の対象とした周波数領域における初期設計のハンドル先端部、フットレストおよびシート位置での各固有モードのレジデューの絶対値を示す。図中の記号 $[n]$, $[n]$, $[n]$ はそれぞれ第 n 次モードの x , y , z 方向の成分を表す。また、ここでは加振周波数の帯域は、想定した並列四気筒四サイクルエンジンの二次加振力までを考慮して決定した⁽¹⁸⁾。

続いて表2の最適化ステップ3に示したねじりの静コンプライアンスの最小化、およびステップ4の振動応答レベル最小化を行った。表4と表5に、それぞれの最適化で得られた部材寸法を示す。この結果、車体質量は所期の希求水準値に一致し、レジデューの各成分絶対値の最大値は初期設計から70%低減、またねじりの静コンプライアンスは要求水準から43%低減

図 3 各最適化ステップにおける車体各部の振動応答レベル

表 5 最適化ステップ 4
の部材寸法 [mm]
(振動応答レベル
最小化)

Member	H	B
1	25	51
2	17	58
3	11	55
4	47	46
5	23	62
6	56	65
7	64	38
8	16	12
9	11	13

表 6 最適化ステップ 6
の部材寸法 [mm]
(質量の希求水準変更後
ねじりの静コンプ
ライアンス最小化)

Member	H	B
1	22	39
2	17	48
3	10	45
4	27	27
5	22	50
6	41	50
7	50	33
8	10	10
9	10	10

表 7 最適化ステップ 7
の部材寸法 [mm]
(質量の希求水準変更後
振動応答レベル最小化)

Member	H	B
1	20	37
2	10	46
3	11	42
4	26	26
5	22	49
6	41	49
7	49	33
8	16	13
9	12	12

表 8 初期設計からの
直接的振動応答レベル
最小化設計の部材寸法
[mm]

Member	H	B
1	36	43
2	27	26
3	52	36
4	13	13
5	36	52
6	18	27
7	13	12
8	23	18
9	14	15

された。

しかしこの段階で、ねじりの静コンプライアンスの値が要求水準に対し不必要に小さすぎて良い設計ではないと判断された。したがって、車体質量の最小化に関しては、5・3節に述べたように、その希求水準を表 2 の最適化ステップ 5 に示すように厳しくして、再びねじりの静コンプライアンス最小化（最適化ステップ 6）と振動応答レベル最小化（最適化ステップ 7）を実行した。表 6、7 にそれぞれの最適化で得られた部材寸法を示す。この結果、車体質量は同様に所期の希求水準に一致し、ねじりの静コンプライアンスも要求水準に対して 4.3% 低減され、振動応答レベルは初期設計から約 62% 低減された。図 3 (b), (c) にはステップ 6 および 7 の最適化で得られた設計の、車体各部における各固有モードのレジデュの値を示す。

図 3 (a) の初期設計では第 8 次モードのハンドル X 方向の応答成分が最大であったのに対し、ステップ 6 の最適化によって最大成分は第 13 次モードのシート部 Z 方向となり、さらにステップ 7 の最適化によって第 13 次モードのハンドル Z 方向と第 8 次モードのフットレスト X 方向の応答成分量の間に競合が発生していることがわかる。また、表 4 と表 5 の比較、および表 6 と表 7 の比較から、ねじりの静コンプライアンス最小化設計によって生じる部材寸法の設計変更量に比べて、振動応答レベル最小化設計によって生じるそれが少ないことがわかる。この理由は許容偏差 Δ を小さく設定したからではなく、目的関数である振動応答レベルの評価関数が、設計変数である各部材寸法に関して強い非線形性をもっているため、ねじりの静コンプライアンス最小化設計によって得られた設計点付近の局所解に収束してしまっているためであると推察される。

最後に、以上のような多段階最適化の手順を経ない場合の一例として、初期設計から直接的に、ねじりの静コンプライアンスと車体質量のそれぞれに対して最

初に設定した水準値を制約条件として、振動応答レベルの最適化を試みた結果を表 2 の最下段に併載する。また表 8 に得られた部材寸法を示す。制約条件として与えた水準値は満足しているものの、最適化ステップ 4 の結果と比較すると、ねじりの静コンプライアンス、および振動応答レベルの値が両者とも高いことがわかる。

7. 結 言

(1) OR の手法である辞書式最適化手順に基礎をおき、機械設計における複数の設計目標に対する意思決定上の優先順位に着目して構築した、多段階最適構造設計手法を提案した。

(2) 構造設計における複数の設計目標は、その優先性の特質と度合に着目することにより、要求目標と希求目標からなる最適構造設計問題は、多段階最適設計手順によって解かれることを示した。

(3) 具体的な機械構造設計の例として三つの設計目標をもつ自動二輪車の車体設計を取りあげ、要求目標一つ、希求目標二つからなる三段階の単一目的最適化問題としての定式化と解法を示した。

(4) 多段階最適設計の結果、自動二輪車の車体設計における各目標の最適化が、それらの優先性を合理的に反映して達成された。このことにより、本手法の有効性が例証された。

文 献

- (1) Cohon, J. L., *Multiobjective Programming and Planning*, (1978), Academic Press.
- (2) 志水, 多目的と競争の理論, (1982), 共立出版.
- (3) Bartel, D. L. and Marks, R. W., *Trans. ASME, Ser. B.* **96**-1(1974), 171.
- (4) Oszyczka, A., *Com. Meths. Appl. Mech. Eng.*, **15**(1978), 309.
- (5) Carmichael, D. G., *Int. J. Num. Meths. Eng.*, **15**(1980), 925.
- (6) 藤本・ほか 2 名, 機論, **50**-458, C(1984), 1966.
- (7) 須永・ほか 3 名, 機論, **55**-509, C(1989), 206.

- (8) 吉村・ほか3名, 機論, **49**-445, C(1983), 1606.
 - (9) 吉村・ほか3名, *Trans. ASME, J. Mech. Des.*, **106** (1984), 46.
 - (10) 吉村・ほか2名, 機論, **54**-505, C(1988), 2313.
 - (11) 市川編, 多目的決定の理論と方法, (1980), 計測自動制御学会.
 - (12) Vanderplaats, G. N., *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Application*, (1984), McGraw-Hill.
 - (13) 松本・ほか3名, 自動車技術会論文集, **39**-17(1988), 120.
 - (14) 吉村, 機論, **50**-449, (1984), 37.
 - (15) 今野・山下, 非線形計画法, (1978), 日科技連.
 - (16) Fox, R. L. and Kapoor, M. P., *AIAA J.*, **6**-12(1968), 2426.
 - (17) 井上・ほか3名, 機論, **50**-452, (1984), 597.
 - (18) 谷口編, 振動工学ハンドブック, (1976), 養賢堂.
-