誘起異方性を考慮した繰返し粘塑性構成式*

石川 博将^{*1}, 佐々木 克彦^{*1}, 鈴木 聖秀^{*2}Constitutive Modeling of Cyclic Viscoplasticity
Considering Induced Anisotropy

Hiromasa ISHIKAWA, Katsuhiko SASAKI and Kiyohide SUZUKI

In this paper, the time-independent constitutive model of cyclic plasticity proposed previously is extended to the model of cyclic viscoplasticity, considering the motion of the center of the loading surface and plastic deformation-induced anisotropy. To construct the model, the effect of the variation in strain rate upon the stress-strain relationships is investigated by performing the tension-compression test with SUS304 stainless steel. The Ramberg-Osgood law is applied to each cycle with respect to the current center of the loading surface and the material constants in this model are determined from the test as a function of strain rate and strain amplitude. As a result, this model could accurately describe the cyclic viscoplastic behavior of the material.

Key Words: Viscoplasticity, Constitutive Model, Anisotropy, Strain Rate

1. 緒 言

一般に、過酷な条件下で使用される宇宙機器、航空機、原子力機器等の機械構造物は、繰返し負荷・繰返し熱負荷が入り組んだ複雑な負荷履歴を受けており、その変形挙動のより高度な把握が、精確な設計には不可欠となっている。ところが幸いにも、近年の計算機および数値解法のめざましい発展が、これまで解析不可能と思われた問題も解析可能にした。したがって、解析精度の向上は、塑性構成式の性能すなわち変形挙動の記述精度に依存しており、現在、より高精度な塑性構成式を求めて多くの研究が行われている。なかでも、変形挙動の時間依存性を考慮した繰返し粘塑性構成式も数多く提案されている^{(1)~(3)}。

Miller⁽¹⁾は、広範囲の非弾性挙動を表現するために、物理的機構に対し、背応力と抗応力と呼ばれる内部変数を導入した構成式を提案している。Mroz⁽²⁾らは、準静的状態を基準として、ひずみ速度が大きくなった時の速度依存性を記述する粘塑性構成式を提案している。Chaboche⁽³⁾らは、超過応力理論(excess stress)を

応用した粘塑性構成式を提案している。しかし、井上⁽⁴⁾らの研究によれば、Mroz⁽²⁾形構成式は繰返し変形の速度依存性を記述できず、Chaboche⁽³⁾形構成式は非弾性ひずみ速度を正確に表記できず、Miller⁽¹⁾形構成式は材料パラメータを決定し難く、かつ、ひずみ速度とひずみ範囲がともに大きい繰返し変形では応力範囲を過大に評価してしまうなど、これらの構成式はいずれも矛盾や欠陥を含んでおり、なおいっそうの改良を必要とする。

先に、著者らは、Prager-Zieglerの移動硬化則⁽⁵⁾⁽⁶⁾より定まる降伏曲面の中心移動と、塑性変形により誘起される異方性とを考慮した負荷関数を用い、材料の応力-ひずみ関係を、降伏曲面の中心移動を考慮したRamberg-Osgood則⁽⁷⁾で表示する時間非依存形繰返し塑性構成式を提案した⁽⁸⁾。

本論文では、この構成式を時間依存形に拡張した繰返し粘塑性構成式を提案する。まず、本理論で用いる材料定数がSUS304ステンレス鋼を用いた単軸の繰返し負荷実験から簡単に定まりかつ、ひずみ速度とひずみ振幅のいずれに関しても1次関数として表示できることを示す。また、材料の応力-ひずみ関係は、ひずみ振幅の履歴には依存するが、ひずみ速度の履歴には依存しないことを明らかにする。さらに、本理論を用

* 原稿受付 平成2年3月29日。

^{*1} 正員、北海道大学工学部(〒060 札幌市北区北13条西8丁目)。^{*2} 学生員、北海道大学大学院。

いれば、一定ひずみ振幅・一定ひずみ速度の繰返し負荷の挙動ばかりでなく、負荷の途中でひずみ速度が変動する場合についてもよくシミュレーションできることを示す。

2. 理論の提案

温度 T のもとでの繰返し負荷によりひずみ硬化が安定化する材料に対して、負荷関数 f が次式で表示できると仮定する。

$$f = \frac{1}{2} C_{ijkl} (\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^c) (\sigma_{kl} - \sigma_{kl}^c) - \frac{1}{3} R^2(x, T) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 C_{ijkl} は塑性変形により誘起される 4 階異方性テンソル係数、 σ_{ij} は応力テンソル、 σ_{ij}^c は降伏曲面の中心応力テンソル、 R は流れ応力、 x は硬化、軟化のパラメータである。塑性ひずみ増分が負荷面に垂直であるという仮定を用いれば、式(1)で示される負荷関数に関連する塑性流れ則は次式となる。

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{3d\bar{\epsilon}^p}{2R} C_{ijkl} (\sigma_{kl} - \sigma_{kl}^c) \quad \dots\dots\dots (2)$$

上式中の $d\epsilon_{ij}^p$ 、 $d\bar{\epsilon}^p$ はそれぞれ塑性ひずみ増分テンソル、相当塑性ひずみ増分である。さらに、負荷面の中心移動 $d\sigma_{ij}^c$ の方向が各瞬間の中心 σ_{ij}^c と負荷点 σ_{ij} を結ぶ径ベクトルに一致するとした Prager-Ziegler の仮定⁽⁵⁾⁽⁶⁾を用いると、この場合の負荷面の中心移動は次式で表示できる。

$$d\sigma_{ij}^c = \frac{3}{2R^2} [C_{klmn} (\sigma_{mn} - \sigma_{mn}^c) d\sigma_{kl}] (\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^c) - \left(\frac{dR}{dW^p} \right) (\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^c) d\bar{\epsilon}^p \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 dW^p は塑性仕事増分である。また、硬化、軟化のパラメータ x は次式で表示できるとする。

$$dx = dW^p = R d\bar{\epsilon}^p = (\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^c) d\epsilon_{ij}^p \quad \dots\dots\dots (4)$$

また、繰返し負荷を受ける場合の応力-ひずみ関係は、負荷面の中心移動を考慮した Ramberg-Osgood 則⁽⁷⁾で表示されたとする。

$$\epsilon_i - \epsilon_i^c = \frac{\sigma_i - \sigma_i^c}{E} \left[1 + K \left(\frac{\sigma_i - \sigma_i^c}{\sigma_{0(n)}} \right)^{m(n)} \right] \quad \dots\dots\dots (5)$$

上式で、 ϵ_i 、 σ_i はそれぞれ単軸応力、単軸ひずみであり、 σ_i^c 、 ϵ_i^c は負荷面の中心の応力とひずみを示す。また、 K は定数である。さらに、 $\sigma_{0(n)}$ 、 $m(n)$ はそれぞれ $(n-1)$ 回の負荷履歴を受けた後に $500 \mu\text{m/m}$ の永久ひずみの生ずるときの応力、および硬化・軟化の指数である。ただし、式(1)から式(5)に関し、 R 、 $\sigma_{0(n)}$ 、 $m(n)$ はそれぞれ、ひずみ速度とひずみ振幅に依存するものと仮定する。なお、異方性パラメータ C_{ijkl} の時間依存性については、本論文では議論しない。これは降

伏曲面の時間依存性を意味し、将来の研究課題である。 $\sigma_{0(n)}$ 、 $m(n)$ は実験により、それぞれ次式で表示できるものとする。

$$\sigma_{0(n)} = \sigma_{0(\infty)} \left[1 + \alpha \exp \left\{ - \frac{W^p_{(n-1)}}{W_0} \right\} \right], (n \geq 3) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$m(n) = m_{(\infty)} \left[1 + \beta \exp \left\{ - \frac{W^p_{(n-1)}}{W_1} \right\} \right], (n \geq 3) \quad \dots\dots\dots (7)$$

式(6)、(7)で $\sigma_{0(\infty)}$ 、 α 、 W_0 、 $m_{(\infty)}$ 、 β 、 W_1 は負荷履歴に依存する材料定数であり、後述のようにひずみ速度とそれまでに受けた最大の塑性ひずみにより定まる。また、 $W^p_{(n-1)}$ は $(n-1)$ 回の負荷履歴によって蓄積された塑性仕事である。さらに、式(6)から $(n-1)$ 回の負荷履歴を受けた後の流れ応力は次式で表示できる。

$$R = R_{(\infty)} \left[1 + \lambda \exp \left\{ - \frac{W^p}{W_2} \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 W^p は、 $W^p = W^p_{(n-1)} + \Delta W^p$ で表される累積塑性仕事であり、 ΔW^p は現変形段階での負荷中になされている塑性仕事増分である。単軸の繰返し負荷を受ける場合には、式(2)、(3)は $B = 3K\{m(n) + 1\}/2E$ として、それぞれ次式となる。

$$d\epsilon_i^p = B \left\{ \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{0(n)}} \right\}^{m(n)} \cdot \frac{3}{2R^2} [C_i \sigma d\sigma] C_i \sigma \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$d\sigma_i^c = \frac{3}{2R^2} [C_i \sigma d\sigma] \sigma \mp R_{(\infty)} \frac{\lambda}{W_2} \exp \left(- \frac{W^p}{W_2} \right) B \left\{ \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{0(n)}} \right\}^{m(n)} \cdot \frac{1}{R} \times [C_i \sigma d\sigma] \sigma \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $C_i = C_{iiii}$ 、 $\sigma = (\sigma_i - \sigma_i^c)$ である。なお、初期等方性材料の場合には、異方性パラメータ $C_i = 2/3$ である。また、 $\bar{\sigma}$ は相当応力である。

材料定数 $\sigma_{0(\infty)}$ 、 α 、 W_0 、 $m_{(\infty)}$ 、 β 、 W_1 の決定方法の詳細は前報⁽⁸⁾に示した。

3. 試験片、実験装置および実験方法

3・1 試験片 試験片供試材は、 1070°C で固溶体化処理された 304 ステンレス鋼の引抜円管（外径 32 mm、厚さ 6 mm）であり、その化学成分を表 1 に、試験片の形状を図 1 にそれぞれ示す。なお、供試材の縦弾性係数は 198 GPa、横弾性係数は 74 GPa であり、また、 $50 \mu\text{m/m}$ の相当塑性ひずみで定義した降伏応力は 165 MPa であった⁽⁸⁾。なお、実験は初期等方性を保っていることを確認してから行った。

3・2 実験装置 実験装置は、試験機本体、ひずみ検出部、および制御部で構成される。図 2 に、実験装置全体のブロック線図を示す。

試験機は、電気-油圧サーボ式引張・圧縮-ねじり疲労試験機（島津製作所製サーボパルサ EHF-10/TQ-1）で2本柱、下側アクチュエータ構造である。引張・圧縮側、ねじり側で静的最大荷重はそれぞれ、 ± 15 t、 ± 150 kg・m、動的最大荷重はそれぞれ、 ± 10 t、 ± 100 kg・m、最大振幅はそれぞれ、 ± 25 mm、 $\pm 45^\circ$ である。

ひずみ量の検出は、ひずみゲージ（共和電業製 KFG-5-120-C1-16）を試験片中央部側面に対称に2枚接着し、行った。また、軸力はロードセルによって検出した。ひずみゲージやロードセルにより検出されたひずみおよび軸力は、それぞれストレインアンプ、ロードアンプにより増幅され、分解能12ビットのA/Dコンバータ（IO データ機器製 PIO-9035）を介して、パーソナルコンピュータ（日本電気製 PC-9801VM2）のメモリに取り込まれる。

制御部における制御はすべて、パーソナルコンピュータ（同上）により行う。時間管理のデバイスとして、タイムクロックジェネレータ（日本アセンブラ製タイムボード II）を使用する。これは、指定単位時間毎に割込み信号を発するクロックを、6チャンネル内蔵したものであり、設定時間の最小単位は1 msである。このタイムクロックジェネレータの発した割込み信号を合図としてパーソナルコンピュータが出力した波形信号は、分解能12ビットのD/Aコンバータ（IO データ機器製 PIO-9045）を介し、ロードアンプで増幅して、コントロールユニットに入力される。コントロールユニットは、入力信号に応じてアクチュエータを駆動し、試験片への負荷を増減させる。

得られたデータは、実験終了後速やかにフロッピーディスクに保存される。必要な応力-ひずみ曲線は、パーソナルプロッタ（グラフテック製 FP5301）を用いて作図した。通常、プログラミングはBASIC言語で作成したが、制御に関する作業には高速性が要求される

ため、制御部のプログラム言語には機械語を使用し、制御性を高めた。

3.3 実験方法 本実験では、繰返し負荷中にループ端応力の増加量が0 MPaとなったとき、応力-ひずみ関係が飽和安定したとみなした。

4. シミュレーションおよび実験検証

4.1 材料定数の決定 本構成式で用いる材料定数を決定するために、室温において、3種類のひずみ振幅（0.5, 1.0, 1.5 %）に対し、それぞれ3種類のひずみ速度（0.005, 0.05, 0.5 %/s）について、引張・圧縮の繰返し負荷実験を行った。この実験結果をもとに、前報⁽⁸⁾に記した方法により決定された材料定数を以下に示す。なお、単位に関して、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ は%/sとし、ひずみ振幅 $\Delta\epsilon$ は%とする。

(1) $\sigma_{0(n)}$ に関して、 $n \geq 3$ で、

$$\sigma_{0(\infty)} = \{257 + 14.7(\log \dot{\epsilon})\} + \{21.1 + 4.9(\log \dot{\epsilon})\}(\Delta\epsilon) \quad [\text{MPa}]$$

$$\alpha = \{-0.0454 - 0.018(\log \dot{\epsilon})\} + \{0.125 + 0.0495(\log \dot{\epsilon})\}(\Delta\epsilon)$$

$$W_0/\sigma_{0(\infty)} = \{-0.0262\} + \{0.124 + 0.015(\log \dot{\epsilon})\}(\Delta\epsilon)$$

ただし、 $n=1, 2$ ではそれぞれ、

$$\sigma_{0(1)} = 232 + 7.5(\log \dot{\epsilon}) \quad [\text{MPa}]$$

$$\sigma_{0(2)} = \{225 + 19(\log \dot{\epsilon})\} + \{19.7 + 0.98(\log \dot{\epsilon})\}(\Delta\epsilon) \quad [\text{MPa}]$$

..... (11)

(2) $m_{(n)}$ に関して、 $n \geq 3$ で、

$$m_{(\infty)} = \{2.68 + 0.469(\log \dot{\epsilon})\} + \{0.771 - 0.035(\log \dot{\epsilon})\}(\Delta\epsilon)$$

$$\beta = \{0.0462 - 0.09(\log \dot{\epsilon})\} + \{0.208 + 0.05(\log \dot{\epsilon})\}(\Delta\epsilon)$$

表 1 供試材の化学成分

C	Si	Mn	Ni	P	S	Cr
0.06	0.51	1.06	8.81	0.028	0.012	18.38

図 1 試験片の形状

図 2 実験装置のブロック線図

$$W_1/\sigma_{0(\infty)} = \{0.128 - 0.0445(\log \dot{\epsilon})\} \\ + \{-0.0806 + 0.0095(\log \dot{\epsilon})\}(\Delta\epsilon)$$

ただし, $n=1, 2$ ではそれぞれ,

$$m_{(1)} = 9.02 - 0.6(\log \dot{\epsilon})$$

$$m_{(2)} = \{2.92 + 0.411(\log \dot{\epsilon})\}$$

$$+ \{1.5 - 0.07(\log \dot{\epsilon})\}(\Delta\epsilon)$$

.....(12)

なお, 本実験での比例繰返し負荷の場合, $R_{(\infty)} = \sigma_{0(\infty)}$, $\lambda = \alpha$, $W_2 = W_0$ であった.

4・2 種々の負荷への適用 一定ひずみ振幅・一定ひずみ速度の繰返し負荷の挙動に対する本構成式の適用性を検証するために一例として, ひずみ振幅 1%, ひずみ速度 0.05%/s の実験結果と, 式(11), (12)の材料定数を用いたシミュレーション結果をそれぞれ図 3, 図 4 に示す. なお, 図 4, 図 10, 図 12 で一点鎖線

図 3 ひずみ振幅 1%, ひずみ速度 0.05%/s の応力-ひずみ曲線 (実験)

図 4 ひずみ振幅 1%, ひずみ速度 0.05%/s の応力-ひずみ曲線 (シミュレーション)

は降伏曲面の中心であり, 硬化安定時のみについて示している. また, 図示しないが, ひずみ振幅を一定としてひずみ速度を増大させると, ひずみ硬化量は大きくなるが, 逆に, 降伏曲面の中心移動は小さくなることが明らかとなった. 図 3, 4 を比較すると両者はよく一致していることがわかり, 一定ひずみ振幅・一定ひずみ速度の繰返し負荷の挙動に対する本構成式の適用性は明らかである.

変動ひずみ振幅繰返し負荷実験の結果を図 5 に示す. すなわち, ひずみ振幅 0.9% で繰返し負荷を与えて応力-ひずみ曲線が安定化した後, ひずみ振幅を 1.6% とし, 応力-ひずみ曲線が再度繰返し硬化後安定化してから, ひずみ振幅を 0.9% とし, 再度安定化するまで繰返し負荷を与えた時の実験結果である. なお, ひずみ速度は終始 0.05%/s で一定とした. 図には, それぞれの変動段階における安定化後の最終ループのみを実線, 一点鎖線, 破線で示してある. 本実験結果から, 応力-ひずみ関係はそれまで受けた最大の塑性ひずみに依存することが明らかである⁽⁸⁾. 図 5 の場合と同一条件のもとでの変動ひずみ振幅繰返し負荷について, 本構成式によるシミュレーション結果を図 6 に示す. 図 5, 6 を比較すると, 本構成式によるシミュレーション結果と実験結果がよく一致していることがわかる.

ひずみ速度の履歴の影響を検討するため, 以下に示す負荷条件で実験を行った. すなわち, はじめひずみ速度を 0.005%/s として繰返し負荷を与え, 応力-ひずみ曲線が安定化した後, 同速度で原点に戻し, ここからひずみ速度を 0.5%/s に変えて, 再度繰返し硬化後安定化してから, 同速度で原点に戻し, ここからひずみ速度を 0.005%/s に変えて再度安定化するま

図 5 変動ひずみ振幅繰返し負荷 (実験)

で繰返し負荷を与える。この全行程においてひずみ振幅は1%に固定する。この実験結果を図7に示す。図には、それぞれの変動段階における安定化後の最終ループのみを実線、一点鎖線、破線で示してある。図7において、応力-ひずみ曲線は、ひずみ速度が増大したことによって実線から一点鎖線へと変化するが、再び元のひずみ速度に戻ると一点鎖線から破線すなわち元の実線に戻っている。この結果は、応力-ひずみ関係に対するひずみ速度の履歴の影響がないことを示している。図7と同一条件のもとでの、本構成式によるシミュレーション結果を図8に示す。図7と図8を比較すると両者はよく一致していることがわかり、ループごとにひずみ速度が変動する負荷の挙動に対する本構成式の適用性は明らかである。

引張側と圧縮側でひずみ速度が異なる場合への適用性を検討するため、以下に示す条件で実験を行った。すなわち、ひずみ振幅を1%、ひずみ速度を引張側で

は0.5%/s、圧縮側では0.005%/sとして、応力-ひずみ曲線が安定化するまで繰返し負荷を与えた。この実験結果を図9に示す。なお、図9の応力-ひずみ曲線において、負荷が引張りから圧縮に転じた直後の一部分にひずみ速度の影響が見られる。これは粘性の影響と考えられる。同一条件下での本構成式によるシミュレーション結果を図10に示す。図9と図10を比較すると、圧縮側で若干違いがあるものの、全体によく一致しており、引張側と圧縮側でひずみ速度が異なる場合にも本構成式が適用できることが明らかである。

負荷の途中でひずみ速度が変動する場合への適用性を検討するため、以下に示す条件で実験を行った。なお、説明の都合上、ひずみ、ひずみ振幅、ひずみ速度をそれぞれ ϵ , $\Delta\epsilon$, $\dot{\epsilon}$ で表記する。まず、 $\Delta\epsilon=1.5\%$, $\dot{\epsilon}=0.005\%/s$ として繰返し負荷を与え、応力-ひずみ曲線

図6 変動ひずみ振幅繰返し負荷 (シミュレーション)

図7 ひずみ速度履歴 (実験) (0.005→0.5→0.005 %/s)

図8 ひずみ速度履歴 (シミュレーション)
(0.005→0.5→0.005 %/s)

図9 負荷方向でひずみ速度が異なる場合 (実験)
(引張り0.5%/s, 圧縮0.005%/s)

が安定化した後、引張側で $\epsilon = -0.75\%$ から $\epsilon = 0.25\%$ までは $\dot{\epsilon} = 0.005\%/s$ とし、 $\epsilon = 0.25\%$ から $\epsilon = 0.5\%$ までは $\dot{\epsilon} = 0.5\%/s$ とし、 $\epsilon = 0.5\%$ から $\epsilon = 0.75\%$ までは $\dot{\epsilon} = 0.005\%/s$ として引張負荷を与える。そして、 $\epsilon = 0.75\%$ に達したら負荷を圧縮に転じる。圧縮側では、 $\epsilon = 0.75\%$ から $\epsilon = -0.25\%$ までは、 $\dot{\epsilon} = 0.005\%/s$ とし、 $\epsilon = -0.25\%$ から $\epsilon = -0.5\%$ までは $\dot{\epsilon} = 0.5\%/s$ とし、 $\epsilon = -0.5\%$ から $\epsilon = -0.75\%$ までは、 $\dot{\epsilon} = 0.005\%/s$ として圧縮負荷を与える。そして、 $\epsilon = -0.75\%$ に達したら負荷を引張りに転じる。以後、応力-ひずみ曲線が安定化するまでこれを繰返す。この実験結果を図 11 に示す。図より、ひずみ速度が増大した部分に相当する、引張側で $\epsilon = 0.25 \sim 0.5\%$ 、圧縮側で $\epsilon = -0.25 \sim -0.5\%$ の領域のみが、突出していることがわかる。つまり、負荷の途中でひずみ速度が増大すると、それに応じて応

力-ひずみ関係が部分的に硬化挙動を示すことがわかる。図 11 と同一条件における、本構成式によるシミュレーション結果を図 12 に示す。なお、煩雑さを避けるため、図にはひずみ速度が変動する負荷に対する結果のみを示した。前述したように、図 12 においてひずみ速度が増大した部分は応力-ひずみ曲線が突出しているが、降伏曲面の中心移動は小さくなっていることがわかる。図 11 と図 12 を比較すると両者はよく一致していることがわかり、負荷の途中でひずみ速度が変動する場合にも本構成式が適用できることが明らかである。

5. 結 言

本論文では、先に著者らが提案した降伏曲面の中心移動と塑性変形により誘起される異方性を考慮した繰返し塑性理論に、粘性効果を組込んで理論の拡張を試みた。本理論により、単軸比例繰返し負荷に対する粘塑性挙動について、シミュレーションが可能となった。本理論の妥当性は、SUS304 鋼を用いた実験により検証した。その結果、以下の結論を得た。

(1) 本理論で用いる材料定数は、ひずみ速度およびひずみ振幅のいずれに関しても、1 次関数で表記可能となった。

(2) 応力-ひずみ関係は、ひずみ振幅の履歴には依存するが、ひずみ速度の履歴には依存しない。

(3) SUS304 鋼における一定ひずみ振幅、一定ひずみ速度の引張・圧縮の比例繰返し負荷の挙動が、本理論により簡単かつ精度良くシミュレーションできる。さらに、変動ひずみ振幅および変動ひずみ速度の比例繰返し負荷に対する挙動についても、本理論でシ

図 10 負荷方向でひずみ速度が異なる場合 (シミュレーション) (引張り $0.5\%/s$ 、圧縮 $0.005\%/s$)

図 11 負荷途中でひずみ速度が変わる場合 (実験) ($0.005 \rightarrow 0.5 \rightarrow 0.005\%/s$)

図 12 負荷途中でひずみ速度が変わる場合 (シミュレーション) ($0.005 \rightarrow 0.5 \rightarrow 0.005\%/s$)

ミュレーションできる。

以上、本論文では、引張・圧縮の比例繰返し負荷の挙動に対する提案した構成式の適用性を調べたが、ラチエット負荷、円サイクル負荷等の非比例繰返し負荷に対する本構成式の適用性の検討は、今後の研究課題である。本研究の一部は文部省科学研究費補助金一般研究(C)の補助を受けた。謝意を表す。

文 献

- (1) Miller, A., *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, **98** (1976), 97.
- (2) Kujawski, D. and Mroz, Z., *Acta Mech.*, **36**(1980), 213.
- (3) Chaboche, J. L. and Rousselier, G., *Trans. ASME, J. Pressure Vessel Technol.*, **105**(1983), 153.
- (4) 井上・ほか2名, 機論, **52**-473, A(1986), 49.
- (5) Prager, W., *Trans. ASME, Ser. E*, **23**(1956), 493.
- (6) Ziegler, H., *Q. Appl. Math.*, **17**(1959), 55.
- (7) Ramberg, W. and Osgood, W., *NACA Tech. Note*, 902(1943).
- (8) 石川・佐々木, 機論, **53**-491, A(1987), 1432.