粒間ひずみ硬化を考慮した金属の応力-ひずみ関係式*

小 幡 谷 洋 一*¹The Tensile Stress-Strain Behavior of Metals
Comprising the Intergranular Hardening

Yoichi OBATAYA

A unified description of the tensile flow curve of metals has been presented by assigning a new role to the internal structure variable which is a fundamental variable in the random barrier theory. This description comprising intergranular hardening has provided satisfactory agreement with each experimental curve for stainless steel, nickel-chrome steel, brass and aluminum alloy with a wide range of strain. The various strain hardening behaviors can be systematically expressed with this formula by introducing the variations of the internal structure variable depending on the deformations.

Key Words: Plasticity, Flow Curve, Dislocation, Random Barrier Theory

1. 結 言

多結晶金属の加工硬化特性には結晶粒内でのひずみ硬化のほか結晶粒界の作用も重要な役割を果たすと考えられる。一般に、結晶粒および結晶粒界の存在様態は多様であり、かつ偶然的要素をはらんでいる。そのため外力に応答する内部のすべての挙動を確定的に記述することは極めて困難である。

鶴戸口・岡村が提示した不規則障害物説⁽¹⁾ではこうした複雑な内部状態を抵抗力場の概念によって巧みに平均化し、巨視的塑性変形挙動を記述している。抵抗力場には転位の移動を妨げるさまざまな障害物の存在様態が反映されている。著者はこの説の叙述を塑性ポテンシャル関数と内部構造変数とを用いる単純な形式に改めた⁽²⁾。塑性ポテンシャル関数は抵抗力場の別表現であり、内部構造変数は転位密度および障害物密度の関数である。

静引張応力-ひずみ曲線の表示にこの説を適用するため、先に著者および河野はひずみ履歴に依存する内部構造変数の変化特性を仮定した⁽³⁾。しかし、その表

示式には下に凸の曲線部を表示し得ないという一つの適用限界があった。一方、容易すべりに先行する微小ひずみ領域での硬化特性が結晶粒界によるとする微視的観点からの研究もある⁽⁴⁾。

そこで、本研究ではひずみ硬化に寄与する結晶粒内と結晶粒界での挙動を上述の内部構造変数の変化特性に反映させ、新たな応力-ひずみ関係式を導いた。さらに、提示した表示式の適用性をステンレス鋼、ニッケルクロム鋼、黄銅およびアルミニウム合金の静引張応力-ひずみ曲線によって検討した。

記 号

$W(\sigma)$: 初期塑性ポテンシャル関数 $= 2^{(\sigma/\sigma_{ys})^{m_s}}$

$f(\sigma)$: 関数 $W(\sigma)$ の微分関数

σ_{ys}, m_s : 内部状態変数

A : 内部構造変数 $= n_0/kbN$

N : 可動転位面密度

b : バーガースベクトルの大きさ

n_0 : 転位のすべり方向における障害物線密度

k : せん断ひずみと垂直ひずみの換算係数

2. 加工硬化曲線の表示式

2・1 粒間ひずみ硬化の考慮 不規則障害物説に

* 平成元年12月13日 第39回応用力学連合講演会において講演、原稿受付 平成2年3月19日。

*¹ 正員、福井大学工学部 (〒910 福井市文京3-9-1)。

においては塑性ひずみ増分 $d\epsilon_p$ が塑性ポテンシャル関数 $W(\sigma)$ と内部構造変数 A を用い次式で与えられる。

$$d\epsilon_p = dW(\sigma)/A \quad \cdots \cdots (1)$$

内部構造変数 A は変形抵抗係数とみなし得るものである。 $W(\sigma)$ の微分関数を $f(\sigma)$ とすればひずみ硬化率は次式で表される。

$$d\sigma/d\epsilon_p = A/f(\sigma) \quad \cdots \cdots (2)$$

なお、本説は一次元モデルなので $W(\sigma)$ および A は結晶の方位にかかわる統計的特性のほか結晶粒界の効果が平均化されたものとして反映されている。

ここで結晶粒界は塑性変形過程における周辺での各結晶粒内に生ずるすべり変形の調整役を果すと考えてみる。とすれば、粒内での硬化特性に加え粒界固有の変形抵抗特性を想定できる。ここではそれを粒間ひずみ硬化と呼ぶこととする。

結晶粒界および粒内でのひずみ硬化に寄与するさまざまな内部挙動を内部構造変数 A_1 と A_2 にそれぞれ反映させる。粒間ひずみ硬化はとくに変形初期の挙動に強く関与し⁽⁴⁾、変形の進展に伴い減少していくと考え、 A_1 の変化特性を次式で与える。

$$A_1 = A_0 \exp(-\alpha_1 \epsilon_p) \quad \cdots \cdots (3)$$

α_1 は定数、 A_0 は A_1 の初期値とする。一方、粒内硬化にかかわる A_2 は変形進展にともない飽和値 A_∞ に収束していくと考える。その初期値を零とし、 A_2 の変化特性を次式で与える。

図 1 内部構造変数 A の変化特性(説明図)

($A_0=10^5$, $A_\infty=10^3$, $\alpha_2=10$ の場合)

図 2 加工硬化曲線(1)

$$A_2 = A_\infty \{1 - \exp(-\alpha_2 \epsilon_p)\} \quad \cdots \cdots (4)$$

α_2 は定数である。実効的な内部構造変数 A を A_1 と A_2 の加算和と仮定し、次式で与える。

$$A = A_\infty + A_0 \exp(-\alpha_1 \epsilon_p) - A_\infty \exp(-\alpha_2 \epsilon_p) \quad \cdots \cdots (5)$$

上式において、 $\{dA/d\epsilon_p=0\}$ となる条件があれば A は極小値をもち、その時のひずみ ϵ_c および内部構造変数 A_c はそれぞれ次式で与えられる。

$$\epsilon_c = \{1/(\alpha_1 - \alpha_2)\} \ln\{(A_0 \alpha_1)/(A_\infty \alpha_2)\} \quad \cdots \cdots (6)$$

$$A_c = A_\infty - (\alpha_1/\alpha_2 - 1) A_0 \exp(-\alpha_1 \epsilon_c) \quad \cdots \cdots (7)$$

図 1 には模式的に A の変化特性を示した。

なお、初期塑性ポテンシャル関数は $m_s=1$ といった最も単純な形で記述できる⁽⁵⁾。その場合には式(2)より次式が与えられる。

$$\sigma = b_0 \{\ln(A/b_0) - \ln(d\sigma/d\epsilon_p)\} \quad \cdots \cdots (8)$$

ここで、

$$b_0 = \sigma_{ys}/\ln 2 \quad \cdots \cdots (9)$$

式(5)を式(8)に代入して整理すると次式を得る。

$$\sigma = b_1 + b_0 \ln(\epsilon_p + b_2) \quad \cdots \cdots (10)$$

ここで

$$b_1 = b_0 \ln A_\infty \quad \cdots \cdots (11)$$

$$b_2 = 1/A_\infty + \{A_0/(\alpha_1 A_\infty)\} \{1 - \exp(-\alpha_1 \epsilon_p)\} - (1/\alpha_2) \{1 - \exp(-\alpha_2 \epsilon_p)\} \quad \cdots \cdots (12)$$

式(10)がここで提示する新たな表示式である。 b_0 と b_1 は定数と考えられるが、 b_2 は内部構造変数の変化特性に依存して変化する項である。なお、式(10)において $\alpha_1 = \alpha_2 \equiv \alpha$ とすれば先の研究で示した表示式と一致する。

2.2 加工硬化曲線の多様な表現 式(10)において $\{a^2 \sigma/d\epsilon_p^2=0\}$ を満足する二点、すなわち変曲点(ϵ_{c1} および ϵ_{c2} とする)が存在すれば曲線はその間で下に凸となる。そうした場合のシミュレート曲線の例を無次元化した応力(σ/σ_{ys})を縦軸にとり、図 2 に示す。 $A_0=10^5$ 、 $A_\infty=10^3$ および $\alpha_2=10$ とし、 α_1 を変化させたものである。図中の各変曲点を連ねた一点および二点鎖線に挟まれたひずみ領域で曲線は下に凸となっている。

A_0 と A_∞ の値を同一とし、 α_2 を 10^2 とした場合の例を図 3 に示す。 α_2 が大きくなると変曲点の位置が全体として小ひずみ側に移行することがわかる。図 2 と図 3 とからわかるように、たとえ A_0 と A_∞ が等しくても α_1 と α_2 の値に応じ加工硬化曲線の形状は多様に変化する。また、 α_1 が α_2 に近付くにつれ下に凸となる曲線部が狭くなり、ついに消失することなども図 3 より読み取ることができる。

図4には下の変曲点(ϵ_{c1})がさらに小さなひずみ側にある場合の例を示す。 A_2 の特性を図2のものと等しくとり、 α_1 を固定して A_0 を変化させたものである。図中の破線は $A_0=0$ 、すなわち粒内での硬化のみを考慮したものである。変形初期の極めて小さなひずみ領域の加工硬化挙動にとりわけ A_0 の値が大きく寄与していることがわかる。また、 A_0 が比較的小さいときの曲線が単結晶の変形曲線に類似していることにも注目しておきたい。

$\alpha_1=\alpha_2$ とした場合の例を図5(a)と(b)に示す。これらはすべて上に凸の曲線であるが、内部構造変数の与え方によって異なる形状の加工硬化曲線が表示されている。

以上のことより本表示式は多様な形状の加工硬化曲線を内部構造変数の変化特性を与えることにより記述できることがわかる。

2・3 諸特性値の決定法 各種材料の加工硬化曲線から諸特性値 $\{\sigma_{ys}, A_0, A_\infty, \alpha_1, \alpha_2\}$ を評価する方法について述べる。5個の材料定数を1本の実験曲線より求めることは一般に困難である。しかし、本表示式のもつ特性を活用することにより比較的容易にそれらを評価できる。

($A_0=10^5, A_\infty=10^3, \alpha_2=10^2$ の場合)

図3 加工硬化曲線(2)

($A_\infty=10^4, \alpha_2=10, \alpha_1=10^4$ の場合)

図4 加工硬化曲線(3)

式(8)における応力 σ と $\{-\ln(d\sigma/d\epsilon_p)\}$ の直線性に着目し、実験曲線を σ - $\{-\ln(d\sigma/d\epsilon_p)\}$ 平面に表す。この時、 A の変化特性に応じ図6(a)~(c)に示す三つのパターン(I, IIおよびIII)が予想される。

内部状態変数 $\sigma_{ys}(=b_0\ln 2)$ が与えられていると考え、実験点を通る傾斜 b_0 の細直線は A の変化に応じ左右に移動する。いずれのパターンにおいても σ_{ys} が定まれば各実験点での A は式(2)より求まる。したがって、粒間ひずみ硬化が優越する小ひずみ領域での実験曲線と式(3)との対応より A_c と α_1 を評価できる。

[パターンI]: 実験曲線は高応力領域で傾斜 b_0 の細直線に漸近する。したがって、細線の傾斜およびその位置より σ_{ys} と A_∞ を決定できる。このケースでは $\alpha_2=\alpha_1$ であると考え、

[パターンII]: A が極小値を持つとともに、高応力

(a) $A_0=10^5$

(b) $A_0=10^4$

($A_\infty=10^3, \alpha_2=\alpha_1$ の場合)

図5 加工硬化曲線(4)

(a) パターン I (b) パターン II (c) パターン III

図6 σ - $\{-\ln(d\sigma/d\epsilon_p)\}$ 平面での実験曲線

領域で実験曲線が細直線に漸近する。パターン I の場合と同様に σ_{ys} と A_∞ の値は実験曲線より求められる。さらに、 A の極小点 (A_c , ϵ_c) をもとに、式 (6) もしくは式 (7) より α_2 を決定する。

[パターン III]: A が極小値を持つものの、 A_∞ に対応する細直線が実験曲線の範囲外にあると予想される場合である。 σ_{ys} を一義的に決定できないので、最適条件を見出すための σ_{ys} の値を走査する試行錯誤法が必要となる。仮に σ_{ys} が与えられた場合の α_2 の値はパターン II の場合と同様にして決定できる。

以上で得た α_1 と α_2 を固定し、最終的には実験曲線と式 (10) とが最も良く適合するよう A_0 と A_∞ を決定する。

3. 実験結果による検討

供試材料としてステンレス鋼(SUS 304)、ニッケルクロム鋼(SNC 2)、黄銅(BsBM 1)およびアルミニウム合金(5056)の市販丸棒を用いた。いずれも直径 12

mm、平行部長さ 60 mm の引張試験片を作製し、島津オートグラフ(AG-10 TB)を用い、ひずみ速度がほぼ 10^{-5}s^{-1} となるよう引張試験を行った。なお、ひずみ測定には標点距離 50 mm の差動トランス形精密伸び計を用いた。

各材料の主な機械的性質を表 1 に示す。図 7 には各材料の真応力-ひずみ曲線を示す。ニッケルクロム鋼では降伏点現象に近い挙動が現れ、下に凸の曲線部がみられる。しかし、しずれの材料も標準的な形状の曲線を示している。

曲線上の隣接する三実験点を通る二次曲線を考え、その中間点での傾斜をひずみ硬化率として評価した。各材料の応力-塑性ひずみ関係を $\sigma - \{-\ln(d\sigma/d\epsilon_p)\}$ 平面上に示したのが図 8 である。図 6(a)~(c) に示すパターンと対比させながらこれらの結果に検討を加える。ニッケルクロム鋼はパターン II に、また黄銅およびアルミニウム合金はパターン I に相当すると考え、前述の手法により諸特性値を求めた。ステンレス鋼もパターン I に相当しているように見える。しかし、その条件では全ひずみ領域の変形挙動に適合する適正な

表 1 材料の主な機械的性質

		SUS304	SNC2	BsBM1	5056
Tensile strength	σ_B (MPa)	700	662	428	341
Proof stress	$\sigma_{0.2}$ (MPa)	462	505	306	239
Young's modulus	E (GPa)	214	221	87.4	75.5
Poisson's ratio	ν	0.29	0.27	0.37	0.33
Elongation	δ (%)	70.7	26.4	29.1	24.2
Contraction of area	ψ (%)	81.2	62.9	44.2	46.7

図 7 真応力-塑性ひずみ曲線

図 8 $\sigma - \{-\ln(d\sigma/d\epsilon_p)\}$ 線図

表 2 内部状態変数にかかわる諸特性値

	SUS304	SNC2	BsBM1	5056
σ_{ys} (MPa)	120	65.0	86.0	48.2
A_0	8.98×10^3	536	11.9	35.1
A_∞	9.52×10^4	342	2.57	17.3
α_1	380	2400	850	1400
α_2	8	40

(a) SUS 304, 5056

(b) SNC 2, BsBM 1

図 9 シミュレート曲線と実験点との対比

特性値を決定できなかった。結局、パターンⅢに該当すると考え、 σ_{ys} の値を走査する手法により諸特性値を決定した。得られた結果を表2にまとめて示す。

これら諸特性値を用い、式(10)によってシミュレートした曲線と実験点との対比を図9(a)および(b)に示す。いずれの材料に対しても広範なひずみ領域で両者の良好な一致が見られる。

以下、表2に示した諸特性値をもとに各材料の特徴的な点について簡単に述べる。

(1) 塑性ポテンシャル関数を規定する内部状態変数 σ_{ys} は障害物強度分布の中央値である。したがって、この値は材料総体の变形抵抗の大きさに関与すると考えられる。たしかに、表1に示す0.2%耐力および引張強さ σ_{ys} との間にある程度の対応が見られる。しかし、それは必ずしも一義的關係ではなく、むしろ内部構造変数の差異が関与したものとなっている。

(2) 加工硬化特性に及ぼす結晶粒界の影響について考える。

(i) α_1 が α_2 に比べかなり大きい場合、粒間ひずみ硬化の寄与度が減ずるわりには粒内硬化はあまり増加しない。したがって、その後の加工硬化特性は主に粒内でのひずみ硬化に依存する。このことは結晶粒内の变形特性に及ぼす結晶粒界の影響は少ないことを意味する。ステンレス鋼およびニッケルクロム鋼がこの場合に相当すると考えられる。ただし、変形初期の加工硬化が顕著な場合には、たとえその後の粒内での硬化が小さくても、初期の高応力レベルの効果は持続されるのは必然である。

(ii) α_1 と α_2 が同程度の場合には、粒間ひずみ硬化の寄与度の急減と粒内硬化の急増とが拮抗している。このことは結晶粒内の变形特性に結晶粒界の挙動が大きく影響を与えていることを意味する。このケースに属するのは黄銅およびアルミニウム合金である。

以上、限られた材料に対してではあったが本表示式の適用性を確かめることができた。加工硬化曲線の形

状を微視的特性と関連させ[容易すべり→直線硬化→放物線硬化]という一連の過程として認識・記述される場合が多い。しかし、曲線の形状に関するならば、ここで提示した表示式のほうがむしろ実験曲線を忠実に表現し得るものと考えられる。実材料の微視的挙動と不規則障害物説での内部構造変数との関連についてはさらに各種材料の系統的な実験によって検討を進める必要がある。

4. 結 言

不規則障害物説に基づく金属材料の加工硬化曲線を表示する新たな関係式を提示した。ここでは、加工硬化に寄与する結晶粒内および粒界での挙動をこの説での内部構造変数の変化特性に反映させた。得られた結果を要約すれば以下のようである。

(1) 提示した表示式は内部構造変数の変化特性に応じ下に凸の曲線部をも含む多様な形状の加工硬化曲線を表現できる。

(2) 本表示式の特性を活用することにより内部構造変数の変化特性を与える諸特性値を実験曲線より容易に評価できる。

(3) 黄銅、アルミニウム合金、ニッケルクロム鋼およびステンレス鋼の応力-ひずみ曲線は本表示式により全ひずみ領域にわたり極めて良く記述できた。

なお、提示した表示式と実材料の微視的内部状態などとの対応については系統的な実験によって明らかにしていくことが必要である。

文 献

- (1) 鶴戸・岡村, 材料試験, 10-99(1961), 994.
- (2) 小幡谷, 機論, 53-48, A(1987), 601.
- (3) 小幡谷・河野, 機論, 51-467, A(1985), 1864.
- (4) Jaoul, B., *Etude de la Plasticité et Application aux Metaux*: 寺田監修, 諸住・船久保共訳, 金属の塑性, (1969), 408, 丸善.
- (5) 小幡谷・河野, 機論, 55-514, A(1989), 1394.