コースティックス法を用いた
 J 積分の測定法に関する研究*菊池 正紀^{*1}, 濱 中 慎 一^{*2}Evaluation of the J -Integral by the Caustics Method

Masanori KIKUCHI and Shinichi HAMANAKA

The caustics method is simulated by three-dimensional finite element analysis. CT specimens with different thicknesses and different crack front shapes are analyzed and the crack tip fields are compared with HRR solutions. Caustics are also drawn using the displacement field obtained by the FEM analysis. It is shown that the caustics method can estimate the J -Integral value with good accuracy when the initial curve is located in the limited region where the stress fields agree with the HRR solutions. The diameter of the caustics is measured experimentally by using the same CT specimens, and it is shown that the experimental results agree with those of the numerical simulation well. It is concluded that numerical analysis is necessary to estimate the location of initial curves to accurately measure the elastic-plastic fracture parameter J .

Key Words: Fracture, Caustics Method, 3-Dimensional Analysis, HRR Field, CT Specimen, J -Integral

1. 緒 言

コースティックス法は、非接触な応力拡大係数の測定法として定着し、動的問題の応力拡大係数を測定する方法としてこれまで多く使用されてきた^{(1)~(4)}。

さらに、近年この方法を塑性変形を伴う破壊問題にも拡張しようとする試みがいくつか行われている^{(5)~(7)}。これは、塑性変形したき裂先端から得られるコースティックス像より J 積分値を評価しようとするものである。この場合、コースティックス像の直径 D と J 積分との関係を導くために、平面応力の HRR 解⁽⁸⁾⁽⁹⁾が利用されている。

一方、矢川ら⁽¹⁰⁾は、画像処理を利用してき裂先端近傍の変位場の詳細な測定を行い、その結果から、き裂先端での HRR 特異場を評価することを試みている。

二つの方法はともに表面でのき裂先端変位場の非接触測定法であり、これらによって、き裂先端での破壊力学パラメータが精度良く測定できるならば、動的弾塑性破壊靱性値の測定や、非破壊検査などで有効な手法になることが期待される。

しかし吉岡らもすでに指摘しているように⁽¹¹⁾、HRR 解はあくまでも二次元にモデル化されたき裂先端の応力、変位の特異性を表現するものであり、これらの手法の適用に際して、三次元形状を持つ実際のき裂先端で HRR 解と一致する応力、変位場が存在するか否かが問題となる。このため三次元 FEM 解析による検討が必要となる。

この点については、Rosakis ら⁽⁵⁾が、三点曲げ試験片について三次元 FEM 解析と実験との比較を行った結果を報告しており、また、Marchand ら⁽⁶⁾は CT 試験片を用いた実験により平面応力の HRR 場の存在とコースティックス法の適用可能性について考察している。

本研究では、き裂形状および板厚を変えた CT 試験片に対して詳細な三次元 FEM 解析を行い、この結果を用いて HRR 解との比較を基に、コースティックス法によって J 値をどの程度正確に評価できるかの検討を行った。また、同じ試験片について実際にコースティックス法の測定を行い、三次元 FEM 解析結果と比較、検討した。

* 原稿受付 平成 2 年 3 月 16 日。

^{*1} 正員、東京理科大学理工学部 (〒278 野田市山崎 2641)。^{*2} 東京理科大学大学院。

2. J 積分とコースティックス像の D との関係

図1にコースティックス法の基本原理を示す。試験片に入射した光は表面の板厚方向変位により偏向し、スクリーン上には、光の来ない暗い領域 (SHADOW SPOT) と、それを取り囲む明るい包絡線 (CAUSTIC: コースティック) が観察される。

ここで、コースティックス像を形成する光の来る点は試験片上に初期曲線 r_0 として定義される。この初期曲線 r_0 は Z_0 を重要なパラメータとして含み、 Z_0 の増加に伴い r_0 の大きさも増加する。

このようにコースティックス像は、試験片表面の板厚方向変位場によってのみ決定される。ここで板厚方向変位がき裂近傍の破壊パラメータ K や J 積分により決定されるなら、コースティックス像の直径 D と破壊パラメータの間の定式化が可能となる。

弾塑性問題については、Rosakis, Freund らによって平面応力の HRR 解を用いて J と D の関係が次式のように求められている⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

図1 コースティックス法の基本原理

図2 三次元 FEM 解析要素分割図

$$J = S_n \cdot \epsilon_0 \cdot \sigma_0 \cdot \alpha \cdot \left(\frac{1}{\alpha \cdot \epsilon_0 \cdot Z_0 \cdot t} \right)^{(n+1)/n} \cdot D^{(3n+2)/n}$$

$$S_n = -0.0712 + 0.54e^{-(1/n)} - 1.1375e^{-2/n} + 1.2936e^{-3/n} - 0.556e^{-4/n} \dots \dots \dots (1)$$

ここで t は試験片の板厚であり、 α , n , σ_0 , ϵ_0 は材料の応力-ひずみ関係式の Ramberg-Osgood 形近似

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \dots \dots \dots (2)$$

により求められる定数である。Rosakis らは、式(1)を導くにあたって、板厚方向変位 z を次式により計算している。

$$z = t \cdot \epsilon_z = -t \cdot (\epsilon_x + \epsilon_y) \dots \dots \dots (3)$$

すなわち試験片の板厚全体が平面応力状態にあることを仮定している。

3. 三次元 FEM 解析

3.1 解析対象 図2に、解析対象とした CT 試験片の寸法および要素分割図を示す。板厚方向には6層に分割している。ここで、要素数 468、節点数 2519 である。

解析は試験片板厚を、1/8 インチ、1/4 インチ、1/2 インチの3通りに変えて行うものとし、またき裂形状については、試験片板厚方向にき裂長さの変わらない直線き裂と、疲労予き裂を想定し表面部よりも中央部のき裂が先行している曲線き裂の2種類をそれぞれの板厚の試験片について解析した。ここで曲線き裂形状は、図3に示すような、著者らが測定した疲労予き裂形状を用いる。ただし図3の横軸は左端を板厚中央面、右端を表面とする無次元化した座標であり、縦軸は表面でのき裂長さと板厚中央面でのき裂長さとの差を表している。直線き裂の長さは、曲線き裂の表面での長さと同じものを用いるものとした。

これまで行われている Rosakis らの解析⁽⁵⁾においては、二次元近似を容易にする目的で、解析および実験に際して導入されるき裂形状は、直線き裂となつて

図3 疲労き裂形状

いるが、CT試験片に導入される疲労予き裂を始め、実際のき裂形状は、試験片の表面部よりも中央部が先行した曲線き裂形状となっている。そこで本報では、両者について解析し、このき裂形状の違いがどのような差異を生じるかについての検討も行うこととした。

試験片の材質は A533B 鋼とし、応力-ひずみ関係式として次式を用いた。

$$\sigma \leq \sigma_0, \varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$$\sigma \leq \sigma_0, \varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left\{ \left(\frac{\sigma}{E'} \right)^n - \left(\frac{\sigma_0}{E'} \right)^n \right\}$$

$$\left[E = 206 \text{ GPa}, E' = 1.609 \text{ GPa} \right] \dots\dots\dots (4)$$

$$\left[\sigma_0 = 0.549 \text{ GPa}, \nu = 0.3, n = 3.0 \right]$$

なお、HRR 解との比較のために上式を Remberg-Osgood 形の式(2)で近似し、 $\alpha=4$, $n=6.73$ の値を得た。

FEM による解析は、板厚中央部での J 値がほぼ $J_{IC} (\approx 100 \text{ kN/m})$ に達するまで行った。

3・2 解析結果 図4は、1/8 インチ厚さ CT 試験片のそれぞれのき裂形状について応力分布をいくつかの変形レベルで HRR 解と比較したものである。図には試験片表面部 ($2Z/B=0.99$) と試験片中央部 ($2Z/B$

$=0.17$) の結果を示してある。

$R/(J/\sigma_0)$ が 10 以下では、応力は、試験片中央部、表面部ともに HRR 解と一致しない。すなわち、試験片中央部では、変形の初期を除いて平面ひずみの HRR 解とは一致せず、試験片表面部では平面応力の HRR 解よりも低い値となっている。しかし、 $R/(J/\sigma_0)$ が 10 から 40 の範囲では、変形の初期を除けば応力が試験片の中央部も表面部も平面応力の HRR 解とよい一致を示す分布となる。変形が十分進んだ段階で、 $R/(J/\sigma_0)$ が 40 を越えると試験片中央部の応力値が低下してゆくが、これは HRR 支配場の外に出たものと思われる。

ここで、き裂形状による応力分布の差異は、変形の初期を除くとほとんど見られず、このことは、他の板厚の試験片についても同様の結果となった。

図5に 1/4 インチ厚さと 1/2 インチ厚さの曲線き裂 CT 試験片の応力分布を示す。応力分布は、試験片板厚の増加に伴い試験片中央部で平面ひずみの HRR 解と一致する領域がき裂先端近傍部に表れる。また試験片表面部では、き裂先端からある程度離れると平面応力の HRR 解より低い値となる領域が現れる。

その結果、試験片の板厚全体で平面応力の HRR 解

(a) 曲線き裂 CT 試験片

(a) 1/4 インチ厚さ

(b) 直線き裂 CT 試験片

図4 1/8 インチ厚さ CT 試験片の応力分布

(b) 1/2 インチ厚さ

図5 他の板厚の曲線き裂 CT 試験片の応力分布

と一致する領域は、試験片板厚が厚くなるほど狭められ、またき裂先端から離れて行く。その領域は1/4インチ厚さCT試験片では $R/(J/\sigma_0)$ が20から40の範囲であり、また1/2インチ厚さCT試験片では30の近傍のみとなった。

図6に、き裂底での J 値がほぼ J_{ic} に達したときの試験片表面の面内変位分布をHRR解と比較したものを1/8インチ厚さCT試験片について示す。き裂先端からの距離 r が小さいときに、変位分布はむしろ平面ひずみのHRR解と近いものとなる。 r の増加に伴い変位分布は、平面ひずみと平面応力のどちらとも一致しない分布となる。ただし、 θ が 30° 程度の小さい範囲では、 r の増加に伴い変位分布は平面ひずみから平面応力のHRR解に近づいている。ここで特に直線き裂の場合に r の違いによる変位分布の差が著しい。これらの点については、試験片板厚が増加してもそれぞれのき裂形状について同様の傾向を示した。

3.3 コースティックス法のシミュレーション

三次元FEM解析結果を用いてコースティックス法のシミュレーションを行う。図7にこの例を示す。こ

の結果からコースティック像の直径 D が図に示すように測定し決定できる。この D 値から式(1)により J 値が求められる。しかし式(1)よりわかるように J は D の $(3n+2)/n$ 乗の形で与えられており、 D の小さな測定誤差が大きく J の値を変えてしまうことになりかねない。そこで以下では、逆にFEM解析において経路積分により得られた J 値から D を計算し、これを図7から測定した D と比較し、コースティックス法による J 値測定について検討することとした。

図8は、1/8インチ厚さCT試験片の小規模降伏状態での結果をそれぞれのき裂形状について示したものである。マーク(○)は、それぞれの Z_0 について測定した D 値を、また実線は J 値から算出した D を示して

1/2インチ厚さ曲線き裂CT試験片
小規模降伏状態($Z_0=500$ mm)

図7 シミュレーション結果の例

(a) 曲線き裂CT試験片

(a) 1/8インチ厚さ曲線き裂CT試験片

(b) 直線き裂CT試験片

(b) 1/8インチ厚さ直線き裂CT試験片

図6 1/8インチ厚さCT試験片の表面での面内変位分布

図8 D と Z_0 の関係(小規模降伏状態)

いる。

曲線き裂CT試験片の場合、試験片中央部の $J(J_0)$ 、表面部の $J(J_1)$ 、Merkle-Cortenの簡便式⁽¹²⁾による $J(J_{MC})$ 、 K の理論値より求めた $J(J_K)$ はすべてほぼ同じ値を取る。これから求めた D 値は測定値と Z_0 の全域にわたってよく一致している。一方、直線き裂CT試験片の場合、試験片表面の J_1 値から求めた D のみが他のものより低い D 値を与え、他はすべてコースティックス像からの D 値と一致している。試験片表面部の測定から得られるコースティックス像の直径 D が、試験片表面部よりも試験片中央部の J 値を評価していることとなるが、これはコースティックス像をもたらす面外変位が、試験片の全板厚上での厚き方向ひずみの積分値であることによるものである。このことから、むしろ直径 D は試験片板厚方向の J の平均値を反映しているものと考えることができる。ここでは、 J_{MC} がこの平均値とよく一致することが著者らの解析で確かめられており⁽¹³⁾、測定値は Z_0 の広い範囲で J_{MC} とよく一致している。

図9では、同じ変形レベルでの1/2インチ厚き曲線き裂CT試験片の結果を示す。こちらでは測定値は Z_0 の全域で解析値を過小評価している。これは図5(b)

に示したように、変形初期では試験片中央部での応力状態が平面ひずみのHRR解に近いことに起因する。これによって、試験片板厚の減少量が平面応力の場合に比べて小さくなり、これによる試験片表面でのこの配の減少が、小さいコースティックス像を生じているものと思われる。

次にき裂底での J がほぼ J_{IC} に達したときの結果を1/8インチ厚き曲線き裂CT試験片について図10に示す。 Z_0 が小さいときはコースティックス像から得た D が J_{MC} より小さい値を示すが、 Z_0 が大きくなるに連れて J_{MC} に近い値を取るようになり、さらに Z_0 が大きくなると再び小さくなるという傾向を示している。これは、先の図4の結果と比較すると了解される。すなわち、 Z_0 が小さいと初期曲線はき裂先端のごく近傍の平面応力のHRR解を満たさない領域にあり、 Z_0 の増加によって初期曲線がHRRの平面応力解と一致する領域に移動し、 J_{MC} を精度よく評価する。さらに Z_0 を大きくすると初期曲線がHRR支配場の外に出て再び一致しなくなる。図10中には、図4に示した、板厚全域が平面応力のHRR解と一致する領域を示している。この厚きの試験片では、その領域よりも広い範囲で J 値がよく評価できる。

1/2インチ厚き曲線き裂CT試験片

図9 D と Z_0 の関係 (小規模降伏状態)

(a) 1/4インチ厚き曲線き裂CT試験片

1/8インチ厚き曲線き裂CT試験片

図10 D と Z_0 の関係 (大規模降伏状態: $J_0 \approx J_{IC}$)

(b) 1/2インチ厚き曲線き裂CT試験片

図11 D と Z_0 の関係 (大規模降伏状態: $J_0 \approx J_{IC}$)

このことは Z_0 の値を適切に選べば、コースティックス法により J_{MC} をかなりの精度で測定できることを示している。これは、コースティックス法が試験片の厚さ方向ひずみの積分値である面外変位を試験片表面で測定するために可能となっているものである。試験片の面内変位のみからは、図6の結果から予測されるように J を正しく評価することが困難であることを

考えると、これは、コースティックス法の利点であろう。

き裂形状の違いがコースティックス法のシミュレーション結果に及ぼす影響については、応力分布と同様に変形の初期を除いては形状、 J_{MC} との関係のどちらについても見られなかった。このことは他の板厚の試験片についても同様であった。

図11には、1/4インチ厚さ、1/2インチ厚さの曲線き裂CT試験片について、同じくき裂底での J がほぼ J_{IC} に達したときの結果を示す。試験片板厚の増加に伴い、 J_{MC} と一致しなくなってゆく。これは平面応力のHRR解と一致する領域の減少に対応しており、その領域近傍では、1/2インチ厚さの試験片でも比較的 J_{MC} と近い値が得られている。また、同じ Z_0 では、試験片板厚の増加とともに解析値と測定値の差が広がって行く。このことは、試験片板厚の増加に伴って、試験片の板厚方向で平面ひずみ状態と見なせる領域が増加し、試験片板厚の減少量が平面応力の場合に比べて小さくなったためと思われる。

4. コースティックス法による J 値の測定

先の三次元FEM解析と同じ試験片（1/8インチ厚さ、1/2インチ厚さ）についてコースティックス法による J 値の測定を行い、これまでのシミュレーション結

図12 光学系模式図

1/2インチ厚さCT試験片弾塑性状態 ($Z_0 = 500$ mm)

図13 コースティックス像の例

(a) 疲労予き裂CT試験片

(b) ノッチCT試験片

図14 測定結果 (1/8インチ厚さ)

(a) 疲労予き裂CT試験片

(b) ノッチCT試験片

図15 測定結果 (1/2インチ厚さ)

果との比較を行った。直線き裂については、放電加工により作製したノッチ (幅 0.46 mm) で代用している。

今回の測定に用いた光学系を図 12 に示す。薄いレンズの式より次式の関係が成り立つ。実験では q の値を変えることで Z_0 を変えて測定を行った。

$$\frac{1}{p+Z_0} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \dots\dots\dots (5)$$

コースティックス像の例を図 13 に示す。これは、1/2 インチ厚さ疲労き裂 CT 試験片の結果である。これより D を測定し、荷重-変位曲線より求めた J 値から式 (1) によって計算した D 値との比較を行った。

十分変形の進んだ段階での測定結果を図 14, 15 に示す。マーク (○) は Z_0 を変えて測定した実験結果であり、実線は、Merkle-Corten の簡便式により得られた J 値を D 値に直したものの (J_{MC}) である。

1/8 インチ厚さ CT 試験片の結果を見ると Z_0 の増加に伴う測定値と J_{MC} の間の関係は、FEM 解析と同様な傾向を示している。

J_{MC} を精度よく評価できる Z_0 の範囲は、ノッチ CT 試験片では $Z_0 \approx 25 \sim 150$ 、疲労予き裂 CT 試験片では $Z_0 \approx 50 \sim 100$ である。この結果は、FEM 解析結果で J_{MC} を精度よく評価できた Z_0 の範囲 ($Z_0 \approx 25 \sim 250$) の半分程度となった。

その後は Z_0 が増加しても測定値は、ほぼ一定の値となった。この点については、今回の測定に用いた光学系では、1/8 インチ厚さの試験片については $Z_0 \geq 200$ での像の倍率が若干低いため測定精度に問題があったものと思われる。

1/2 インチ厚さ CT 試験片の結果では、疲労予き裂 CT 試験片については、FEM 解析の結果と同じように、 Z_0 が 200 近傍で J_{MC} から求めた D と近い値をとっている。しかしノッチ CT 試験片の結果において、 Z_0 の増加に伴い測定値が J_{MC} より大きくなるという傾向を示した。この点については、Marchand らも、ノッチが直線き裂とみなせなくなるとこのような傾向を示すことを報告している。

コースティックス像が大きくなる原因については、ノッチ形状を表現した三次元モデルでの FEM 解析を行うなど、今後さらに検討する必要がある。

以上の結果より、三次元 FEM によって試験片の板厚全体が平面応力の HRR 解と一致すると認められた範囲の半分程度の領域に初期曲線をおくと、実験的に精度よく J 積分が測定できることが明らかとなった。このような実験結果と解析結果とのよい一致は、三次元モデルの適切さを示している。したがって測定には事前に三次元 FEM 解析による検討を行い、 J 値を精

度よく評価できる Z_0 の範囲についての知見を得ることが必要となろう。

コースティックス法は、線形破壊力学パラメータ K を精度よく測定できる方法であることは広く知られている。しかし、弾塑性破壊力学パラメータ J 積分を測定するには、このように FEM 数値解析と実験をともに行うことが必要となる。

5. 結 言

(1) FEM 解析結果からのシミュレーションでは、初期曲線が平面応力の HRR 解を満たす領域内にあれば、コースティックス法により Merkle-Corten の簡便式で求められる J 値を精度良く測定できる。

しかし、今回の実験結果では J 値を精度よく測定できた Z_0 の範囲は、FEM 解析結果より得られた範囲のほぼ半分となった。

(2) 試験片板厚の増加に伴って上記以外の領域では、コースティックス像は多くの場合 J 値を過小評価するようになる。

(3) 今回の解析においては疲労き裂と直線き裂のき裂形状による差異は十分無視できるものであった。

以上の結果から、弾塑性状態において J 積分を正確に測定するためには、コースティックス法の適用に先だって数値解析による検討を行うことが極めて有益であることが明らかとなった。

本研究を行うに当たり、数々のご教示をいただいた関東学院大学・清水紘治教授、および東京理科大学・澤芳昭助教授に深く感謝する。

文 献

- (1) Katsamains, F., ほか 2 名, *Trans. ASME, Ser. H*, **99**-2(1977), 105-109.
- (2) Beinert, J., ほか 1 名 (Sih, G. C. 編), *Mechanics of Fracture*, Noordhoff, Leyden, **5**(1979).
- (3) 高橋・清水, 機械の研究, **37**(1985), 485, 621.
- (4) 西岡・楊高, 機論, **54**-501, A(1988), 1061.
- (5) Rosakis, A. J., ほか 2 名, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **50**(1983), 777-782.
- (6) Marchand, A., ほか 3 名, *Brown University Technical Report ONR, 05971 1 MRL E-160*(1986).
- (7) 小幡・ほか 3 名, 第 16 回応力・ひずみ測定シンポジウム, (1984-1), 73-76.
- (8) Hutchinson, J. W., *J. Mech. Phys. Solids*, **16**(1968), 13.
- (9) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., *J. Mech. Phys. Solids*, **1**(1968), 1.
- (10) Yagawa, G., ほか 2 名, *Proc. VI Int. Congress on Experimental Mechanics*, (1988), 241.
- (11) 吉岡・ほか 3 名, 機械学会講演概要集, No. 880-7(1988-11), 78.
- (12) Merkle, J. G. and Corten, H. T., *ASME Paper*, No. 74-PVP-33(1974).
- (13) 菊池・ほか 2 名, 機論, **50**-451, A(1984), 463.