体積力法によるき裂逆問題の解析*

陳 玳 珩^{*1}, 西 谷 弘 信^{*2}

Analysis of Inverse Problems of Crack by Body Force Method

Dai-heng CHEN and Hironobu NISITANI

In this study, the location, the angle and the size of a two-dimensional crack and the loading stresses are calculated by the data of strains measured around the region of the crack. Based on the consideration of the body force method that the strain field due to a crack can be represented by embedded force doublets, the problem is reduced to determining the location where the force doublets have to be embedded. In searching for the most appropriate place for embedding force doublets, that is, in searching for the location of a crack, the method of gradient search is used. By this method, the location of a crack is determined efficiently with good accuracy.

Key Words: Body Force Method, Inverse Problem, Nondestructive Inspection, Crack, Gradient Search

1. 緒 言

逆問題は、幅広い領域に関する重要な研究テーマとして最近多くの研究者の関心を集めており、き裂逆問題の解析に関しても成功例がいくつか報告されている⁽¹⁾⁽²⁾。とくに、大略らは、電気ポテンシャルCT法による二次元・三次元き裂の位置・寸法の測定に関して、実験的および数値的一連の研究をすすめて、き裂の位置および寸法を測定する手法の開発に成功した^{(3)~(6)}。本研究では、さらに実用的な立場から、構造物の使用中に、いわゆるオンラインでき裂が生じたかどうかを、また、生じた場合その位置および形状を決定できる方法の開発を目的としている。

構造物の使用中にき裂が生じると周囲のひずみ場も変化するので、その周囲のひずみ場の変化という情報に基づけば、その物理量変化の原因となっているき裂を同定することが可能と考えられる。本研究では、このような逆問題の解法として、物体表面で測定したひずみ分布に関する多点のデータに、計算機を用いた数値解析的处理を施すことにより、き裂の位置・寸法を

同定する手法を開発する。これによって、構造物の危険かつ重要な場所近傍から適当な方法、例えばひずみゲージなど、によりひずみの信号を取り出せば、使用中のき裂挙動をオンラインで監視することが可能となる。

本論文では、まずこのような研究の第1報として、無限板中に存在する内部き裂の位置および寸法を求める解析を行い、この具体的な問題を通じて、き裂逆問題に対する解析手法を説明する。その解析法には次の二つの特徴がある。

(1) 実構造物中に存在するき裂を探索する際に、もしき裂先端の可能な仮定点のすべて可能な組合せについて1個1個チェックしようとするれば、き裂の位置や形状が全く不明であるため、仮定すべきき裂位置・寸法の数は膨大なものとなる。そこで、本研究では、この配探索法を用いて、仮定されたき裂位置から真のき裂位置に向かう道を見い出す適切な制御手法を確立し、それによって与えられた問題を解決する。

(2) 著者らがこれまで行ってきた体積力法に関する研究の結果によれば、き裂の発生によるひずみ場の変化は、埋め込んだ体積力対で置き換えられる。本研究では、このような考え方に基づいて、き裂探索の問題を、構造物で実測されたき裂周囲のひずみ場と同じ

* 原稿受付 平成2年6月6日。

*¹ 正員、九州工業大学情報工学部 (〒820 飯塚市大字川津 680-4)。*² 正員、九州大学工学部。

ひずみ場をき裂がない同一構造物中に作り出すには、どのような強さの力対をどこに埋め込めばよいという体積力法で取扱いやすい問題に変換して、体積力法による数値解析的处理を行う。

2. 探索問題

図1に示すような無限板中に存在する二次元未知内部き裂の中心位置 $(\bar{x}_0, \bar{y}_0)$ 、傾斜角 $\bar{\alpha}$ およびき裂半長 $\bar{a}$ を求める解析を行う。与えられる情報は、閉曲線 Γ (き裂が生じると予想されるところを囲むある長方形閉曲線 ABCDA) 上の $4 \times m$ 個の点 $P_k (P_k \in \Gamma, k=1, \dots, 4m)$ において測定された、ある未知の荷重 $\sigma_{xx}^\infty, \sigma_{yy}^\infty, \sigma_{xy}^\infty$ のもとでのひずみ情報 $\bar{\epsilon}_{xx}(P_k), \bar{\epsilon}_{yy}(P_k), \bar{\epsilon}_{xy}(P_k)$ であるとする。

これまでのき裂逆問題の解析では、一般に、外部荷重を既知のデータとしているが、本研究では、使用中に物体に作用している外部荷重が変化すること(その値をあらかじめ知ることはできない)を考慮して、実用的な立場から、外部荷重 $\sigma_{xx}^\infty, \sigma_{yy}^\infty, \sigma_{xy}^\infty$ も未知数として取扱う。すなわち、本研究で問題となるのは、測定されたひずみ情報 $\bar{\epsilon}_{xx}(P_k), \bar{\epsilon}_{yy}(P_k), \bar{\epsilon}_{xy}(P_k), k=1, \dots, 4m$ 、に基づいて、き裂の位置・寸法 $(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{a}, \bar{\alpha})$ と外部荷重 $(\sigma_{xx}^\infty, \sigma_{yy}^\infty, \sigma_{xy}^\infty)$ を求めることである。

3. 解析方法

3.1 解析手順 逆問題は極めて困難な非線形問題であるので、一般には順解析の反復計算によって解析される。すなわち、問題を逆に考え、もしき裂の位置・寸法と荷重条件をそれぞれ x_0, y_0, a, α と $\sigma_{xx}^\infty, \sigma_{yy}^\infty, \sigma_{xy}^\infty$ と仮定すれば、それによる各測定点でのひずみ $\epsilon_{xx}(P_k), \epsilon_{yy}(P_k), \epsilon_{xy}(P_k), k=1, \dots, 4m$ の値は数値解析によって直ちに計算できる。仮定されたき裂の位置・

図1 探索問題

寸法および荷重条件が真のそれに一致する場合、計算されたひずみの値 $\epsilon_{xx}(P_k), \epsilon_{yy}(P_k), \epsilon_{xy}(P_k)$ は測定されたひずみ $\bar{\epsilon}_{xx}(P_k), \bar{\epsilon}_{yy}(P_k), \bar{\epsilon}_{xy}(P_k)$ と一致するが、もし仮定されたものが真の値と異なれば、ひずみ $\epsilon_{xx}(P_k), \epsilon_{yy}(P_k), \epsilon_{xy}(P_k)$ も当然 $\bar{\epsilon}_{xx}(P_k), \bar{\epsilon}_{yy}(P_k), \bar{\epsilon}_{xy}(P_k)$ とは異なる。その際、両者の差を次式

$$R = \sum_{k=1}^{4m} \sum_{ij=xx,yy,xy} \{\epsilon_{ij}(P_k) - \bar{\epsilon}_{ij}(P_k)\}^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

で評価するとすれば、仮定されたき裂の位置・寸法および荷重条件が真の値に近ければ近いほど R は小さくなる。したがって、本研究でのき裂逆問題の解析とは、 R の値が最小となるようなき裂の位置・寸法および荷重条件を捜すということになる。

同時に仮定すべきパラメータの数を減らせば、計算時間は短縮される。このため、本研究では、 R が最小となるような最適のき裂位置・寸法および荷重条件を求める反復解析過程において、最初にき裂の中心位置 x_0, y_0 だけを仮定する。すなわち、図2に示すように、まずプロセス1として、各仮定されたき裂中心位置 x_0, y_0 に対して、 R が最小となる荷重条件、き裂長さおよび傾斜角を求める。その際、体積力法の援用によって、ひずみ場が未知の荷重条件などの線形関数として表されるので、 R を最小化するのはそれほど困難ではない。そして、き裂の中心位置を反復仮定し、それぞれにプロセス1を適用して、 R が最も小さくなる x_0, y_0 を捜す。その際、仮定すべきパラメータの数がただ2個だけとなるので、計算時間は大幅に短縮される。

3.2 体積力法の援用 体積力法の原理によれば、き裂によるひずみ場は、き裂がない物体に埋め込まれた体積力対によって表現される⁽⁷⁾。すなわち、図3(a)のひずみ場は図3(b)のそれに等しいので、任意の点 P のひずみ $\epsilon_{ij}(P)$ は次のように書ける。

$$\epsilon_{ij}(P) = \int_{-a}^{+a} \epsilon_{ij}^*(P, s_T) t(s) ds + \int_{-a}^{+a} \epsilon_{ij}^*(P, s_Q) q(s) ds$$

図2 基本的解析手順

$$+ \sum_{\xi\eta=xx,yy,xy} \varepsilon_{ij}(P, \infty_{\xi\eta}) \sigma_{\xi\eta}^{\infty} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\varepsilon_{ij}(P, \infty_{\xi\eta})$ は無限板に一樣荷重 $\sigma_{\xi\eta}^{\infty}=1$ が作用するときの点 P のひずみ ε_{ij} であり、 $\varepsilon_{ij}^+(P, s_T)$ と $\varepsilon_{ij}^+(P, s_q)$ はそれぞれ無限板中の点 s に作用する単位大きさの引張形とせん断形の力対による点 P のひずみ ε_{ij} である。また、 $t(s), q(s)$ はき裂に相当する直線上に分布させるべき引張形とせん断形の体積力対の密度である。無限板中に1個のき裂が存在する問題の解析結果によれば⁽⁸⁾,

$$\left. \begin{aligned} t(s) &= \frac{(k+1)^2}{2(k-1)} \sqrt{a^2 - s^2} \times \sigma_{nn}^{\infty} \\ q(s) &= \frac{(k+1)}{2} \sqrt{a^2 - s^2} \times \tau_{ns}^{\infty} \\ k &= \begin{cases} (3-\nu)/(1+\nu), & (\text{平面応力}) \\ (3-4\nu), & (\text{平面ひずみ}) \end{cases} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$\sigma_{nn}^{\infty}, \tau_{ns}^{\infty}$ はき裂の局部座標系における外部荷重の垂直応力とせん断応力の成分である。

$$\begin{aligned} \sigma_{nn}^{\infty} &= \sigma_{xx}^{\infty} \sin^2 \alpha + \sigma_{yy}^{\infty} \cos^2 \alpha \\ &\quad - 2\sigma_{xy}^{\infty} \sin \alpha \cos \alpha \\ \tau_{ns}^{\infty} &= \sigma_{xy}^{\infty} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \\ &\quad + (\sigma_{yy}^{\infty} - \sigma_{xx}^{\infty}) \sin \alpha \cos \alpha \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

図3(b)中の分布している力対によるひずみ場を、図3(c)のように、全部が中心点 $O(x_o, y_o)$ に集中しているとみなして2個の力対 T, Q によるもので近似すれば、

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}(P) &= \varepsilon_{ij}^+(P, O_T) \times T + \varepsilon_{ij}^+(P, O_Q) \times Q \\ &\quad + \sum_{\xi\eta=xx,yy,xy} \varepsilon_{ij}(P, \infty_{\xi\eta}) \times \sigma_{\xi\eta}^{\infty} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} T &= \int_{-a}^{+a} t(s) ds = \frac{\pi a^2 (k+1)^2}{4(k-1)} \sigma_{nn}^{\infty} \\ Q &= \int_{-a}^{+a} q(s) ds = \frac{\pi a^2 (k+1)}{4} \tau_{ns}^{\infty} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

式(5)において、 $\varepsilon_{ij}^+(P, O_T)$ などはき裂の傾斜角に依存している。そこで、図3(d)のように、き裂局部座標系に対する T, Q を基本座標系に対する T_{xx}, T_{yy}, T_{xy}

$$\left. \begin{aligned} T_{xx} &= T \sin^2 \alpha - \left(\frac{k+1}{k-1} \right) Q \cos \alpha \sin \alpha \\ T_{yy} &= T \cos^2 \alpha + \left(\frac{k+1}{k-1} \right) Q \cos \alpha \sin \alpha \\ T_{xy} &= Q (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \\ &\quad - 2T \left(\frac{k-1}{k+1} \right) \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

に変換すれば、式(5)は

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}(P) &= \sum_{\xi\eta=xx,yy,xy} \left\{ \varepsilon_{ij}^+(P, O_{\xi\eta}) T_{\xi\eta} \right. \\ &\quad \left. + \varepsilon_{ij}(P, \infty_{\xi\eta}) \sigma_{\xi\eta}^{\infty} \right\} \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\varepsilon_{ij}^+(P, O_{\xi\eta})$ は、基本座標系の $\xi\eta$ 方向の単位大きさの力対が点 O に作用するときの点 P のひずみ ε_{ij} であり、き裂の傾斜角 α に無関係である。

式(8)中の未知数 $T_{\xi\eta}$ に対しては、式(4)、(6)、と(7)の総合によって、次のような条件式が課されている。

$$\begin{aligned} F &= \{ \sigma_{xx}^{\infty} + \sigma_{yy}^{\infty} \}^2 \left\{ T_{xy}^2 - 4 \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^2 T_{xx} T_{yy} \right\} \\ &\quad - \left\{ 2\sigma_{xy}^{\infty} \left(\frac{k-1}{k+1} \right) (T_{yy} - T_{xx}) + (\sigma_{xx}^{\infty} - \sigma_{yy}^{\infty}) T_{xy} \right\}^2 \\ &= 0 \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

したがって、各仮定された (x_o, y_o) に対して、式(9)の付加条件のもとで R を最小にする $T_{\xi\eta}, \sigma_{\xi\eta}^{\infty}$ は次式から求まる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial T_{\xi\eta}} + \lambda \frac{\partial F}{\partial T_{\xi\eta}} &= 0, (\xi\eta = xx, yy, xy) \\ \frac{\partial R}{\partial \sigma_{\xi\eta}^{\infty}} + \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{\xi\eta}^{\infty}} &= 0, (\xi\eta = xx, yy, xy) \\ F &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

式(10)は非線形方程式であるが、その中の項 $\partial R / \partial T_{\xi\eta}, \partial R / \partial \sigma_{\xi\eta}^{\infty}$ は未知数 $T_{\xi\eta}, \sigma_{\xi\eta}^{\infty}$ の線形の組合せで表されるので、Newton法によって解くのはそれほど難しい。

$T_{\xi\eta}, \sigma_{\xi\eta}^{\infty}$ が求まれば、き裂の傾斜角 α とき裂の半長 a は次の式から求まる。

$$\left(\frac{k-1}{k+1} \right) (T_{yy} - T_{xx}) \cos 2\alpha - T_{xy} \sin 2\alpha$$

図3 集中力対によるき裂の近似

$$= \left(\frac{k-1}{k+1} \right) (T_{xx} + T_{yy}) \dots\dots\dots (11)$$

$$a = \frac{2}{(k+1)} \sqrt{\frac{(k-1)(T_{xx} + T_{yy})}{\pi \sigma_{nn}^{\infty}}} \dots\dots\dots (12)$$

3・3 こう配探索法の援用 ここでは各仮定された (x_o, y_o) に対して, $R(x_o, y_o, a, \alpha, \sigma_{xx}^{\infty}, \sigma_{yy}^{\infty}, \sigma_{xy}^{\infty})$ の最小値 $R(x_o, y_o)$ を求めた後, $R(x_o, y_o)$ が最小となる (x_o, y_o) , すなわちき裂の中心を捜す(図2参照). き裂の中心位置が全く不明であるので, それを, もし図4(a)に模倣的に示すように, き裂の中心位置 (x_o, y_o) のすべての可能な仮定点に対して $R(x_o, y_o)$ を1個1個計算し, それらの値を比較するという単純な操作によって求めようとするれば, 計算は膨大なものとなる. それに対して, 図4(b)に示すように, 任意の一点 (x_o^k, y_o^k) から検査をはじめて, その際, 現検査点 (x_o^k, y_o^k) 近傍における誤差関数 $R(x_o, y_o)$ の変化様子も“観察”する. そして, その情報に基づいて, 次の検査点を常に最も改善される方向, すなわち R が最も小さくなる方向に向かって移動させれば, はやく“谷底”, 真のき裂中心位置, に近づくことができる. このような直観的な考え方に基づいて, 本研究では, こう配探索法によるき裂位置の同定法を採用する. すなわち, 任意の仮定されたき裂中心位置 (x_o^k, y_o^k) から検査をはじめるとき,

(a) 比較法 (b) こう配探索法
図4 最小となる $R(x_o, y_o)$ を捜す方法

図5 谷底を捜すフローチャート

検査点 (x_o^k, y_o^k) における誤差関数のこう配

$$\text{grad} R(x_o^k, y_o^k) = \frac{\partial R}{\partial x_o} \vec{i} + \frac{\partial R}{\partial y_o} \vec{j} \dots\dots\dots (13)$$

($\vec{i}, \vec{j}$: 座標軸 x, y の基本ベクトル)

も数値解析によって求め, そして, 次の検査手続きにおいての新たなき裂中心位置の仮定点 (x_o^{k+1}, y_o^{k+1}) は次式

$$x_o^{k+1} \vec{i} + y_o^{k+1} \vec{j} = x_o^k \vec{i} + y_o^k \vec{j} - \frac{\text{grad} R(x_o^k, y_o^k)}{|\text{grad} R(x_o^k, y_o^k)|} \times l \dots\dots\dots (14)$$

で与える.

式(14)中の l は検査点を移動させる際の 1 Step の長さである. それは, 最初適当に指定すればよいが, 検査点を真のき裂中心位置に収束させるため, すなわち図4(b)に示すように, “谷底”のまわりに徘徊させないためには, 検査点を移動させた後の誤差 R の改善の具合によって, l を自動的に修正する作業が必要となる. したがって, 本研究で採用するこう配探索法では基本的なフローチャートを図5のようにしている.

しかし, ここでもう一つの問題点がある. すなわち, 本研究で取扱っている問題においては, その誤差関数 $R(x_o, y_o)$ の分布は, 一般には図4に示すような理想的な形と異なり, 図6に示すような局所“谷底”が存在する分布となる. このような局所“谷底”が存在するので, 探索作業が局所“谷底”に騙され, 局所“谷底”にはいつてしまつて, 真の“谷底”, すなわち真のき裂位置に近づくことができない恐れがある.

例えば, き裂の中心位置 $\bar{x}_o = 7.5, \bar{y}_o = 7.5$, 長さ $\bar{a} = 1.0$, 傾斜角 $\bar{\alpha} = 30^\circ$, また荷重条件 $\sigma_{xx}^{\infty} = 0, \sigma_{yy}^{\infty} = 1, \sigma_{xy}^{\infty} = -1$ のような同定対象に対して, 座標 $(0, 5)$, $(10, 5)$, $(5, 0)$, $(5, 10)$ の4箇所(図1を参照)に設置されたひずみの測定点から測定された各点のひずみ $\bar{\epsilon}_{xx}, \bar{\epsilon}_{yy}, \bar{\epsilon}_{xy}$ に基づいて, 3・1節に述べたプロセス1によって求めた誤差関数 $R(x_o, y_o)$ の分布は図7のようである. 図からわかるように, 誤差 $R(x_o, y_o)$ が最も小さくなる真の“谷底”はき裂の中心位置に一致するが, その付近では局所“谷底”が多数存在する. このような問題に上述のこう配探索法を適用して具体的に探

図6 局所谷底

索を行うと、図7に示すように、探索が点A(6.1, 8.9)または点B(9.1, 6.1)から始まる場合、真の解(7.5, 7.5)をみつめてくれるが、探索が点C(6.2, 6.4)、点D(8.4, 8.7)または点E(8.9, 8.4)から始まる場合、検査点が他の局所“谷底”に引かれて、真の解をみつめることができない。したがって、真のき裂位置を求めるためには、この配探索法によってみつけた点が真の“谷底”かどうかを判断しなければならない。そのためには、そのみつけた“谷底”での誤差 R の値と、き裂の位置・寸法および荷重条件などをその“谷底”に対応するものと仮定した問題において、き裂を集中力対でおきかえることによって生じる誤差 R の値とを比較することによって判断すればよい。真の“谷底”ではない場合、新たな検査起点から探索を再開する必要がある。また、問題を効率的に解くには、適切な検査起点からこの配探索を始めることは重要である。図7に示すように、 R の分布には、局所の“谷底”が存在するが、その R 値は、真の“谷底”の周辺の相当範囲内での R 値より大きい。このようなことを考慮して、本研究では、この配探索を実行する前、まず全検査領域において有限個の代表点(例えば、 $4 \times 4 = 16$ 個)を配置し、それらの代表点に対して $R(x_o, y_o)$ を計算し、比較法により最も有望そうな検査起点を選び出す。

4. 解析結果

図1に示した探索問題について、パーソナルコンピュータ EPSON PC-386 によって解析を行った。以下、得られた解析結果を示す。

ひずみを測定する点に関しては、まず $b_x=10, b_y=20, m=5$ (記号は図1)と適当に設定して探索解析を行

($\bar{x}_o=7.5, \bar{y}_o=7.5, \bar{a}=1.0, \bar{\alpha}=30^\circ, \bar{\sigma}_{xx}=0, \bar{\sigma}_{yy}=1, \bar{\sigma}_{xy}=-1$)

図7 誤差 $R(x_o, y_o)$ の分布の例

う。図8に一つの探索結果を示す。図8では、(a)が同定対象であり、(b)がその探索の結果である。同定対象と探索結果との比較からわかるように、本研究で提案した解析方法では、計算時間が短い[図8(b)の例では、計算時間が約15秒である]上に、探索精度はよい。また、その探索精度を次のような外そう法によってさらに向上させることができる。すなわち、図8(b)の誤差は主に、解析中に本来分布している力対を集中する力対で置きかえることによるので、もしき裂位置・寸法および荷重条件などを図8(b)のものと仮定して同様な探索を行う(図9)と、その探索結果の誤差は、図8(a)→(b)のそれと同程度なものと考えられる。したがって、図8(b)と図9(a)→(b)の探索結果に基づいて、 x_o, y_o, T_{eq} と σ_{eq}^{∞} に対して外そうすれば、図8(c)の結果が得られ、探索精度は非常に高い。以下、各探索解析においてこのような外そう性を利用する。図10はいくつかの探索結果を示す。

短いき裂の場合、その存在によるひずみ変化の情報量は、当然長いき裂のそれより少ないので解析精度が落ちる。図11にその例を示す。図11からわかるように、き裂の長さは $\bar{a}/b_x \geq 0.001$ の範囲であれば、本研究で提案した手法が有効である。

また、き裂の位置がひずみを測定する閉曲線 Γ に近づくとき、例えば、図12に示すように、 Γ 曲線までの距離 d が小さくなると、探索精度が落ちる。図13, 14では、それぞれき裂の長さが1.0と0.1の場合に対して、き裂の中心位置の y 座標 y_o が Γ 曲線のCD部に近づくときの探索精度の変化を示す。図からわかる

図8 外そうによって解を改良する

図9 図8(b)のデータを同定対象とするときの探索結果

ように、き裂の位置がひずみを測定する所に近いとき、き裂が長いほど精度が悪いが、き裂の長さが $\bar{a}/b_x < 0.1$ のとき、その距離 d が $0.1b_x$ 以上であれば、本手法による探索は有効である。また、その探索精度は、ひずみの測定点の数とも関係する。図 15 にその例を示す。

5. 結 論

無限板中に存在する内部き裂の位置・寸法および遠

図 12 図 13~15 に検討される問題

$\bar{x}_0 = 2.000$ $\bar{y}_0 = 17.500$ $\bar{a} = 1.000$ $\bar{\alpha} = 0.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 2.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 1.000$	$x_0 = 2.015$ $y_0 = 17.462$ $a = 1.003$ $\alpha = -0.6^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 1.001$ $\sigma_{yy}^\infty = 1.999$ $\sigma_{xy}^\infty = 1.000$	$\bar{x}_0 = 4.000$ $\bar{y}_0 = 13.000$ $\bar{a} = 1.414$ $\bar{\alpha} = -45.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = -1.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 1.000$	$x_0 = 4.008$ $y_0 = 13.007$ $a = 1.413$ $\alpha = -45.1^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = -1.000$ $\sigma_{yy}^\infty = 1.000$ $\sigma_{xy}^\infty = 1.000$
Given problem	Obtained result	Given problem	Obtained result

(a)

(b)

$\bar{x}_0 = 5.500$ $\bar{y}_0 = 8.000$ $\bar{a} = 1.000$ $\bar{\alpha} = 0.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 0.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 0.000$	$x_0 = 5.491$ $y_0 = 7.947$ $a = 1.007$ $\alpha = -0.2^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 0.000$ $\sigma_{yy}^\infty = 1.000$ $\sigma_{xy}^\infty = 0.000$	$\bar{x}_0 = 5.500$ $\bar{y}_0 = 8.500$ $\bar{a} = 1.000$ $\bar{\alpha} = 0.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 0.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 0.000$	$x_0 = 5.488$ $y_0 = 8.417$ $a = 1.009$ $\alpha = -0.4^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 0.000$ $\sigma_{yy}^\infty = 1.000$ $\sigma_{xy}^\infty = 0.000$
Given problem	Obtained result	Given problem	Obtained result

(a) $d = 2.0$

(b) $d = 1.5$

$\bar{x}_0 = 1.250$ $\bar{y}_0 = 12.500$ $\bar{a} = 1.031$ $\bar{\alpha} = 75.9^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = -2.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = -1.000$	$x_0 = 1.300$ $y_0 = 12.432$ $a = 1.023$ $\alpha = 75.4^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 1.000$ $\sigma_{yy}^\infty = -1.999$ $\sigma_{xy}^\infty = -1.000$	$\bar{x}_0 = 1.750$ $\bar{y}_0 = 12.500$ $\bar{a} = 1.031$ $\bar{\alpha} = -75.9^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 2.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 1.000$	$x_0 = 1.771$ $y_0 = 12.489$ $a = 1.040$ $\alpha = -76.2^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 1.000$ $\sigma_{yy}^\infty = 2.000$ $\sigma_{xy}^\infty = 1.000$
Given problem	Obtained result	Given problem	Obtained result

(c)

(d)

$\bar{x}_0 = 5.500$ $\bar{y}_0 = 9.000$ $\bar{a} = 1.000$ $\bar{\alpha} = 0.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 0.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 0.000$	$x_0 = 5.486$ $y_0 = 8.908$ $a = 1.015$ $\alpha = -0.3^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 0.000$ $\sigma_{yy}^\infty = 1.000$ $\sigma_{xy}^\infty = 0.000$	$\bar{x}_0 = 5.500$ $\bar{y}_0 = 9.500$ $\bar{a} = 1.000$ $\bar{\alpha} = 0.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 0.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 0.000$	$x_0 = 5.439$ $y_0 = 9.065$ $a = 0.990$ $\alpha = 0.8^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = -0.001$ $\sigma_{yy}^\infty = 0.999$ $\sigma_{xy}^\infty = 0.000$
Given problem	Obtained result	Given problem	Obtained result

(c) $d = 1.0$

(d) $d = 0.5$

図 10 探索結果 ($b_x = 10, b_y = 20, m = 5$)

図 13 図 12 の問題に対する探索結果 ($\bar{a} = 1.0, m = 20$)

$\bar{x}_0 = 5.000$ $\bar{y}_0 = 5.000$ $\bar{a} = 2.000$ $\bar{\alpha} = 0.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 0.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 0.000$	$x_0 = 5.000$ $y_0 = 5.005$ $a = 1.979$ $\alpha = 0.0^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 0.000$ $\sigma_{yy}^\infty = 1.000$ $\sigma_{xy}^\infty = 0.000$	$\bar{x}_0 = 5.000$ $\bar{y}_0 = 5.000$ $\bar{a} = 0.100$ $\bar{\alpha} = 0.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 0.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 0.000$	$x_0 = 5.001$ $y_0 = 4.999$ $a = 0.100$ $\alpha = 0.0^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 0.000$ $\sigma_{yy}^\infty = 1.000$ $\sigma_{xy}^\infty = 0.000$
Given problem	Obtained result	Given problem	Obtained result

(a) $\bar{a} = 2.0$

(b) $\bar{a} = 0.1$

$\bar{x}_0 = 5.500$ $\bar{y}_0 = 8.000$ $\bar{a} = 0.100$ $\bar{\alpha} = 0.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 0.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 0.000$	$x_0 = 5.502$ $y_0 = 8.005$ $a = 0.100$ $\alpha = 0.1^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 0.000$ $\sigma_{yy}^\infty = 1.000$ $\sigma_{xy}^\infty = 0.000$	$\bar{x}_0 = 5.500$ $\bar{y}_0 = 8.500$ $\bar{a} = 0.100$ $\bar{\alpha} = 0.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 0.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 0.000$	$x_0 = 5.502$ $y_0 = 8.503$ $a = 0.100$ $\alpha = 0.2^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 0.000$ $\sigma_{yy}^\infty = 1.000$ $\sigma_{xy}^\infty = 0.000$
Given problem	Obtained result	Given problem	Obtained result

(a) $d = 2.0$

(b) $d = 1.5$

$\bar{x}_0 = 5.000$ $\bar{y}_0 = 5.000$ $\bar{a} = 0.010$ $\bar{\alpha} = 0.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 0.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 0.000$	$x_0 = 5.004$ $y_0 = 4.997$ $a = 0.010$ $\alpha = 1.5^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 0.000$ $\sigma_{yy}^\infty = 1.000$ $\sigma_{xy}^\infty = 0.000$	$\bar{x}_0 = 5.000$ $\bar{y}_0 = 5.000$ $\bar{a} = 0.001$ $\bar{\alpha} = 0.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 0.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 0.000$	$x_0 = 4.692$ $y_0 = 4.692$ $a = 0.001$ $\alpha = 14.4^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 0.000$ $\sigma_{yy}^\infty = 1.000$ $\sigma_{xy}^\infty = 0.000$
Given problem	Obtained result	Given problem	Obtained result

(c) $\bar{a} = 0.01$

(d) $\bar{a} = 0.001$

$\bar{x}_0 = 5.500$ $\bar{y}_0 = 9.000$ $\bar{a} = 0.100$ $\bar{\alpha} = 0.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 0.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 0.000$	$x_0 = 5.501$ $y_0 = 9.000$ $a = 0.100$ $\alpha = 0.1^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 0.000$ $\sigma_{yy}^\infty = 1.000$ $\sigma_{xy}^\infty = 0.000$	$\bar{x}_0 = 5.500$ $\bar{y}_0 = 9.500$ $\bar{a} = 0.100$ $\bar{\alpha} = 0.0^\circ$ $\bar{\sigma}_{xx}^\infty = 0.000$ $\bar{\sigma}_{yy}^\infty = 1.000$ $\bar{\sigma}_{xy}^\infty = 0.000$	$x_0 = 5.500$ $y_0 = 9.489$ $a = 0.100$ $\alpha = -0.1^\circ$ $\sigma_{xx}^\infty = 0.000$ $\sigma_{yy}^\infty = 1.000$ $\sigma_{xy}^\infty = 0.000$
Given problem	Obtained result	Given problem	Obtained result

(c) $d = 1.0$

(d) $d = 0.5$

図 11 長いき裂と短いき裂の測定精度の比較 ($b_x = 10, b_y = 10, m = 2$)

図 14 図 12 の問題に対する探索結果 ($\bar{a} = 0.1, m = 20$)

図 15 測定点の数が増えるときの、図 12 の問題に対する探索結果 ($\bar{a}=1.0, d=1.0$)

方荷重を、き裂を囲む閉曲線上の数点で測定したひずみ情報に基づいて同定する解析を行った。その結果、同定される未知数の数が七つあり、すべて任意であるにもかかわらず、体積力法とこう配探索法の援用によ

って、精度よく、かつ少ない計算時間で(パーソナルコンピュータ EPSON PC-386 では計算時間が約 20 秒前後である)同定できることが明らかになった。

なお、ここで提案した手法は、応力集中部のき裂や三次元き裂の逆問題などにも拡張可能と考えられる。

文 献

- (1) 矢川・福田, 機械の研究, 35-11(1983), 1237, 35-12(1983), 1324, 36-1(1984), 27.
- (2) 林・ほか 3 名, 材料, 33-368(1984), 602.
- (3) 大路・ほか 3 名, 材料, 35-395(1986), 942.
- (4) 大路・ほか 2 名, 機論, 52-477, A(1986), 1352.
- (5) 阪上・ほか 4 名, 機論, 53-492, A(1987), 1598.
- (6) 久保・ほか 4 名, 機論, 54-498, A(1988), 218.
- (7) 西谷, 機講論, No.69-2(1969-2), 37.
- (8) 西谷・陳, 体積力法, (1987), 第 3 章, 培風館.