非等温移動硬化則における温度速度項の影響の検討*

大野 信 忠^{*1}, 王 建 定^{*2}Effects of the Temperature-Rate Term in Nonisothermal Modeling
of Kinematic Hardening

Nobutada OHNO and Jian-Ding WANG

Effects of the temperature-rate term in nonisothermal modeling of kinematic hardening are studied. Two alternative forms of a nonlinear kinematic hardening rule (i. e., multisurface and multicomponent forms) are discussed, together with a linear kinematic hardening rule. With material constants determined from isothermal tensile tests of 304 stainless steel, stress-strain relations under monotonic and cyclic thermomechanical loads are calculated to find the following: (1) For the multisurface form of nonlinear kinematic hardening, intersection of surfaces may occur, if the temperature-rate term or the relative translation term is omitted. (2) Neglect of the temperature-rate term may result in anomalous shift shifting of stress-strain hysteresis loops under thermomechanical cyclic loading, if the kinematic hardening rule employed includes a linear or nearly linear component.

Key Words: Plasticity, Constitutive Equation, Anisotropy, Thermomechanical Load, Temperature Variation, Kinematic Hardening, Temperature-Rate Term

1. 緒 言

温度変動下の非弾性構成式に関する最近の話題の一つは、移動硬化変数の発展式(移動硬化則)における温度速度項である^{(1)~(7)}。Walker⁽¹⁾は、履歴積分形の移動硬化則を定式化し、その微分形から移動硬化変数の発展式には温度速度項が現れることを示した。その後、Chaboche⁽²⁾やFreed⁽³⁾はこの項を熱力学的に議論し、一方著者ら⁽⁴⁾は、温度速度項を限界曲面に基づいて解釈するとともに、その多曲面表示を導いた。またLee-Krempf⁽⁵⁾は、彼らの構成式の特性として、このような項が現れることを示した。

このように移動硬化則の温度速度項についてはすでにいくつかの研究がなされている。しかし、この項の及ぼす影響はまだ十分に明らかにされておらず、このためその重要性は広く認識されていない。

著者らは、前報⁽⁴⁾において、非線形移動硬化則の多成分表示と多曲面表示を等温および非等温条件のもとで議論し、次のことを示した。(1)移動硬化変数がいくつかの成分の和で表されるとき、これに対応する多

曲面の導入が可能であり、しかもこの多曲面は決して交差しない。(2)この非交差性は、非等温の場合には、温度速度項を考慮すれば成り立つ。このような多曲面の非交差性は、最近 McDowell⁽⁶⁾が二曲面塑性理論における降伏曲面と限界曲面の交差の可能性を等温の場合に詳細に議論していることからわかるように、多曲面理論では重要な検討課題である。

そこで本報では、前報⁽⁴⁾で導いた非線形移動硬化則の多曲面表示を多成分表示とともに用い、温度速度項の有無と多曲面の交差の関係およびこの項が応力ひずみ関係に及ぼす影響を数値計算例により検討する。なお、計算例は参考のため線形移動硬化則に対しても示す。

2. 非等温移動硬化則

最初に、前報⁽⁴⁾の概略を述べ、本論文で検討する非等温移動硬化則を簡単に紹介する。

なお本論文では、ひずみ ϵ の機械的部分を記号 ϵ^m によって表し、機械的部分 ϵ^m は弾性部分 ϵ^e と塑性部分 ϵ^p に次式のように分離できるとする。

$$\epsilon^m = \epsilon^e + \epsilon^p \quad \dots\dots\dots (1)$$

さらに、弾性ひずみ ϵ^e は Hooke の法則

$$\epsilon^e = [(1+\nu)/E] \sigma - (\nu/E)(\text{tr } \sigma) I \quad \dots\dots\dots (2)$$

* 原稿受付 平成2年7月3日。

^{*1} 正員、名古屋大学工学部 (〒464-01 名古屋市千種区不老町)。^{*2} 正員、名古屋大学大学院。

に従うとする。ここで、 ν と E は温度 T に依存する弾性定数であり、 σ と I はそれぞれ応力テンソルおよび 2 階の単位テンソルを示す。

2.1 多成分形の非線形移動硬化則 前報⁽⁴⁾では、Chaboche⁽²⁾⁽⁹⁾による多成分形の非線形移動硬化則を基礎として、多曲面形の移動硬化則を導いた。この多成分形の移動硬化則は、次の仮定に基づくものである。

(1) 移動硬化変数 α は、式

$$\alpha = \sum_{j=1}^N \alpha_j \quad \dots\dots\dots (3)$$

のように成分 α_j ($j=1, \dots, N$) に分離できる。

(2) 成分 α_j の変化に対して半径 r_j の限界曲面が存在し、次式が成り立つ。

$$\sqrt{3/2} \|\alpha_j\| \leq r_j \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\|\alpha_j\|^2 = \text{tr } \alpha_j^2$ である。

(3) 限界曲面に対する α_j の相対位置 $m_j = \alpha_j / r_j$ は温度変動によって変化せず、次式が成り立つ。

$$\partial m_j / \partial T = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

これらの仮定のもとに、前報⁽⁴⁾では次のような α_j の発展式を考えた。

$$\dot{\alpha}_j = \zeta_j \left(\frac{2}{3} r_j \dot{\epsilon}^p - \alpha_j \dot{q} \right) + \frac{\alpha_j}{r_j} \frac{\partial r_j}{\partial T} \dot{T} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 ζ_j と r_j は材料関数であり、 q は次式によって定義される累積塑性ひずみを示す。

$$\dot{q} = \sqrt{2/3} \|\dot{\epsilon}^p\| \quad \dots\dots\dots (7)$$

式(6)の ζ_j と r_j は一般には T と q の関数である。しかし、 α_j の変化の温度履歴非依存性をさらに仮定すれば、 ζ_j と r_j は次の関数形を取ることが示される⁽⁴⁾。

$$\zeta_j = \zeta_j(q) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$r_j = \phi_j(T) \bar{r}_j(q) \quad \dots\dots\dots (9)$$

このとき、式(6)は

$$\alpha_j = \phi_j(T) \bar{\alpha}_j \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\dot{\bar{\alpha}}_j = \zeta_j \left(\frac{2}{3} \bar{r}_j \dot{\epsilon}^p - \bar{\alpha}_j \dot{q} \right) \quad \dots\dots\dots (11)$$

と書き直され、 α_j は温度依存部分 $\phi_j(T)$ と塑性変形依存部分 $\bar{\alpha}_j$ の積に分解される。

なお、304 ステンレス鋼やハステロイ X の非等温変形では温度履歴依存性が観察されるが、これは等方硬化に起因すると考えられる⁽¹⁰⁾⁻⁽¹²⁾。したがって、移動硬化変数 α_j の変化に対し温度履歴非依存性を課しても、強い限定とはならない。

2.2 多曲面形の非線形移動硬化則 式(6)を多曲面表示に変換するために、 α_j と r_j ($j=1, \dots, N$) の代わりに次式の A_k と R_k ($k=0, \dots, N$) を導入する。

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= 0 \\ A_k &= \sum_{j=1}^k \alpha_j, \quad (k=1, \dots, N) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\left. \begin{aligned} R_k &= \rho + \sum_{j=k+1}^N r_j, \quad (k=0, \dots, N-1) \\ R_N &= \rho \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで ρ は任意のスカラーである。このとき、式(3)と式(12)から、次の関係が成り立つ。

$$\alpha = A_N \quad \dots\dots\dots (14)$$

このように A_k と R_k を導入するとき、 A_k を中心、 R_k を半径とする $N+1$ 個の曲面

$$F_k = \sqrt{3/2} \|A_k^* - A_k\| - R_k = 0, \quad (k=0, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (15)$$

を定義できる。ここで、 A_k^* は曲面 $F_k=0$ 上の点である。曲面 $F_k=0$ の移動則は、式(6)に式(12)と(13)の逆関係式 $\alpha_k = A_k - A_{k-1}$ および $r_k = R_{k-1} - R_k$ を代入することにより、次式のように導かれる。

$$\begin{aligned} \dot{A}_k &= \dot{A}_{k-1} + \zeta_k (A_{k-1}^* - A_k^*) \dot{q} \\ &+ \frac{A_k - A_{k-1}}{R_{k-1} - R_k} \left(\frac{\partial R_{k-1}}{\partial T} - \frac{\partial R_k}{\partial T} \right) \dot{T} \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$A_k^* = A_k + \sqrt{2/3} R_k \nu \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 $\nu = \dot{\epsilon}^p / \|\dot{\epsilon}^p\|$ である。

式(16)が式(6)の多曲面表示であり、その特徴は次のようにまとめられる⁽⁴⁾。

(1) 多曲面 $F_k=0$ ($k=0, \dots, N$) は交差せず、曲面 $F_k=0$ は曲面 $F_{k-1}=0$ によって囲まれる。

(2) この非交差性は、非等温の場合にも、式(16)の右辺第 3 項の温度速度項を考慮すれば成り立つ。

(3) 式(16)の右辺第 2 項は、よく知られた Mroz 形の曲面移動則⁽¹³⁾を表すが、右辺第 1 項はこれまでの多曲面塑性理論では考慮されていない。

上述の特徴(3)からわかるように、式(16)は、右辺第 1 項を省略すれば

$$\begin{aligned} \dot{A}_k &= \zeta_k (A_{k-1}^* - A_k^*) \dot{q} \\ &+ \frac{A_k - A_{k-1}}{R_{k-1} - R_k} \left(\frac{\partial R_{k-1}}{\partial T} - \frac{\partial R_k}{\partial T} \right) \dot{T} \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

となり、従来の Mroz 形の曲面移動則に単に温度速度項を付加した形となる。例えば、Krieg⁽¹⁴⁾や Dafalias-Popov⁽¹⁵⁾の 2 曲面形の移動硬化則に温度速度項を考慮すれば、式(18)の形となる。

2.3 線形移動硬化則 非等温の線形移動硬化則は、式(6)の特別の場合として次のように書ける。

$$\dot{\alpha} = \frac{2}{3} h \dot{\epsilon}^p + \frac{\alpha}{h} \frac{dh}{dT} \dot{T} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 h は温度依存の定数である。

3. 応力とひずみの速度関係式

前章で述べた非等温移動硬化則は、速度非依存の塑性変形だけでなく速度依存の粘塑性変形にも適用できるが、本研究では簡単のため速度非依存の塑性変形を仮定する。

移動硬化変数 $\alpha (=A_N)$ を考える場合、Mises 形の降伏曲面は次のように書ける。

$$f = \sqrt{3/2} \|\mathbf{s} - \alpha\| - x(q, T) = 0 \quad (20)$$

ここで、 $\mathbf{s}$ は応力 $\boldsymbol{\sigma}$ の偏差を示し、 x は降伏曲面の半径である。このとき、降伏曲面への $\dot{\epsilon}^p$ の法線性を仮定すると、 $\dot{\epsilon}^p$ は次の形に表される。

$$\dot{\epsilon}^p = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\langle L \rangle}{E^p} \mathbf{n} \quad (21)$$

$$L = \sqrt{3/2} \operatorname{tr}(\mathbf{n} \dot{\mathbf{s}}) - \Lambda \dot{T} \quad (22)$$

ここで、 $\mathbf{n} = (\partial f / \partial \boldsymbol{\sigma}) / \|\partial f / \partial \boldsymbol{\sigma}\|$ である。また $\langle \rangle$ は、Macauley のカッコを示し、 $x \geq 0$ ならば $\langle x \rangle = x$ 、 $x < 0$ ならば $\langle x \rangle = 0$ と定義される。

上式の E^p と Λ は、適応条件式 $\dot{f} = 0$ を用いることによって、各移動硬化則に対して次の形に求められる。

(I) 多成分形の非線形移動硬化式(6)：

$$E^p = \frac{\partial x}{\partial q} + \sum_{j=1}^N \zeta_j \left\{ r_j - \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{tr}(\mathbf{n} \alpha_j) \right\} \quad (23)$$

$$\Lambda = \frac{\partial x}{\partial T} + \sum_{j=1}^N \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\operatorname{tr}(\mathbf{n} \alpha_j)}{r_j} \frac{\partial r_j}{\partial T} \quad (24)$$

(II) 多曲面形の非線形移動硬化式(16)：

$$E^p = \frac{\partial x}{\partial q} + \sum_{k=1}^N \zeta_k \left[R_{k-1} - R_k - \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{tr}(\mathbf{n}(\mathbf{A}_k - \mathbf{A}_{k-1})) \right] \quad (25)$$

$$\Lambda = \frac{\partial x}{\partial T} + \sum_{k=1}^N \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\operatorname{tr}(\mathbf{n}(\mathbf{A}_k - \mathbf{A}_{k-1}))}{R_{k-1} - R_k} \times \left(\frac{\partial R_{k-1}}{\partial T} - \frac{\partial R_k}{\partial T} \right) \quad (26)$$

(II') 多曲面形の非線形移動硬化式(18)：

$$E^p = \frac{\partial x}{\partial q} + \zeta_N \left[R_{N-1} - R_N - \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{tr}(\mathbf{n}(\mathbf{A}_N - \mathbf{A}_{N-1})) \right] \quad (27)$$

$$\Lambda = \frac{\partial x}{\partial T} + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\operatorname{tr}(\mathbf{n}(\mathbf{A}_N - \mathbf{A}_{N-1}))}{R_{N-1} - R_N} \left(\frac{\partial R_{N-1}}{\partial T} - \frac{\partial R_N}{\partial T} \right) \quad (28)$$

(III) 線形移動硬化式(19)：

$$E^p = \frac{\partial x}{\partial q} + h \quad (29)$$

$$\Lambda = \frac{\partial x}{\partial T} + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\operatorname{tr}(\mathbf{n} \alpha)}{h} \frac{dh}{dT} \quad (30)$$

なお、各移動硬化則の温度速度項を無視するとき、 E^p の表現は変わらないが、 Λ は次の形となる。

$$\Lambda = \partial x / \partial T \quad (31)$$

4. 材料定数

本研究で用いた材料定数を表1に示す。この材料定数は、304 ステンレス鋼の等温引張試験結果⁽¹⁶⁾から定めたが、本研究は移動硬化則における温度速度項の検討を目的としており、しかもこの材料の等方硬化の発達は複雑であるから⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾、表1の材料定数では簡単のため等方硬化は考慮されていない。

表1の材料定数は、図1と図2に示す等温引張応力ひずみ曲線と0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$ の温度依存性の実験結果⁽¹⁶⁾から以下に述べるように決定した。まず、図1の応力ひずみ曲線を検討したところ、次式の形で精度よく表されることがわかった。

$$\sigma = \phi(T) \bar{\sigma}(\epsilon^p) \quad (32)$$

ここで、 $\phi(T) = \sigma_{0.2}(T) / \sigma_{0.2}(\text{R. T.})$ であり(図2)、また $\bar{\sigma}(\epsilon^p)$ は室温での応力塑性ひずみ曲線を表す。そこで、材料定数は等温引張応力塑性ひずみ曲線が式(32)の形となるように決めた。

すなわち、多成分形の非線形移動硬化式(6)に関し

表1 材料定数

stress (MPa), strain (mm/mm)

Multicomponent model	$\zeta_1 = 1.0$ $\zeta_2 = 9.1 \times 10^2$ $\zeta_3 = 9.1 \times 10^3$	$r_1 = 4.19 \times 10^3 \phi(T)$ $r_2 = 4.40 \times 10 \phi(T)$ $r_3 = 4.40 \times 10 \phi(T)$ $\kappa = 1.80 \times 10^2 \phi(T)$	Young's modulus: $E(T) = 2.06 \times 10^5 - 2.70 \times 10 T - 4.30 \times 10^{-2} T^2$
Multisurface model *	$\zeta_1 = 1.0$ $\zeta_2 = 9.1 \times 10^2$ $\zeta_3 = 9.1 \times 10^3$	$R_0 = r_1 + r_2 + r_3 + \kappa$ $R_1 = r_2 + r_3 + \kappa$ $R_2 = r_3 + \kappa$ $R_3 = \kappa$	$\sigma_{0.2}(T) / \sigma_{0.2}(\text{R. T.}):$ $\phi(T) = 3.24 \times 10^{-1} \exp(330/T)$
Linear model		$h = 1.10 \times 10^4 \phi(T)$ $\kappa = 2.41 \times 10^2 \phi(T)$	

* r_j and κ for multicomponent model are used for R_k .

では、 r_j と x を次のように仮定した。

$$r_j = \phi(T) \bar{r}_j \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$x = \phi(T) \bar{x} \quad \dots\dots\dots (34)$$

このとき、式(32)が成立ち、また $\bar{\sigma}(\epsilon^p)$ は

$$\bar{\sigma}(\epsilon^p) = \bar{x} + \sum_{j=1}^N \bar{r}_j [1 - \exp(-\zeta_j \epsilon^p)] \quad \dots\dots\dots (35)$$

と表される。ここで、 $\bar{x}$, $\bar{r}_j$ および ζ_j は定数(表1)である。図1の実線は、式(32)と(35)による計算結果であり、実験結果とよく一致している。なお、上述のように仮定するとき、式(8)と(9)が満足されるので、 α_j の変化は温度履歴に非依存となる。

多曲面形の移動硬化式(16)に対しては、 ζ_k と R_k を定める必要がある。本研究では、これらの値を、式(16)が多成分形の式(6)と同じ計算結果を与えるように決定した。すなわち、 ζ_k に関しては式(6)に対して求められた値をそのまま用い、一方 R_k は r_j を変換式(13)に代入して求めた。その際、式(13)の任意スカラー ρ は、最も内側の曲面 $F_N=0$ が降伏曲面 $f=0$ に一致するように、 $\rho=x$ とした。このようにして決定した ζ_k

と R_k は、もう一つの多曲面形の移動硬化式(18)に対しても用いた。なお、図1の等温引張応力ひずみ曲線に関しては、これら二つの多曲面形の式による計算結果はほとんど一致した。

図3は、多成分形の式(6)と多曲面形の式(16)による移動硬化変数の変化を、室温での単軸引張変形に関して示した図である。この図の α_i と A_i は、 α_i と A_i の単軸成分の3/2倍に等しい。図3からわかるように、 α_i と A_i は ϵ^p とともに線形に変化している。これは、 r_i と R_0 が十分に大きく(表1)、このため式(6)と式(16)が α_i と A_i に関しては実質的に次式の形となるからである。

$$\dot{\alpha}_i = \frac{2}{3} \zeta_i r_i \dot{\epsilon}^p + \frac{\alpha_i}{\phi} \frac{d\phi}{dT} \dot{T} \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$\dot{A}_i = \frac{2}{3} \zeta_i R_0 \dot{\epsilon}^p + \frac{A_i}{\phi} \frac{d\phi}{dT} \dot{T} \quad \dots\dots\dots (37)$$

最後に、線形移動硬化の式(19)の定数は、図1に破線で示すように、 $\epsilon=0.2\sim0.5\%$ の範囲を対象として決めた。

5. 計算例

5.1 温度変動を伴う単軸引張変形 最初に、引張変形の途中で温度が図4に示すように変化する場合

図1 等温引張応力ひずみ曲線
(実験結果：304 ステンレス鋼⁽¹⁶⁾)

図2 0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$ の温度依存性
(実験結果：304 ステンレス鋼⁽¹⁶⁾)

図3 室温での単軸引張変形における移動硬化変数の変化

図4 温度変動を伴う単軸引張変形

の計算を行った。

この結果、非線形移動硬化式(6)および(16)による計算結果は、図5(a)の実線のようになり、温度履歴に非依存となった。これは、304ステンレス鋼⁽¹⁷⁾、2(1/4)Cr-1Mo鋼⁽¹⁸⁾、B1900+Hf⁽⁷⁾の対応する実験結果の傾向と一致する。しかし、式(6)および(16)の温度速度項を無視すると、図5(a)に一点鎖線で示すように、温度変動後の応力は温度履歴に若干依存した。

温度速度項の影響は上述の計算例では必ずしも大きくはないが、温度速度項を無視すると、式(21)の塑性接線係数 E^p が負となる不安定変形が生じ、注意を要することがわかった。すなわち、温度速度項を無視した場合には、図4の温度ひずみ履歴において2回目の温度変動開始後しばらくの間、式(21)の E^p が負となった。このため、式(21)のままでは計算不能となり、この式を次式のように修正して計算を行った。

$$\dot{\epsilon}^p = \sqrt{3/2} < L/E^p > n \dots\dots\dots (38)$$

この不安定変形は、多曲面表示の場合には、曲面が図6(b)に示すように交差した結果であることがわかった。しかし、多曲面形の移動硬化則はこれまで等温変形の場合に曲面の非交差を前提として定式化されてきたから、このような交差が生じることは望ましくない。

(a) 非線形移動硬化則

(b) 線形移動硬化則

図5 温度変動を伴う単軸引張変形の計算結果

い。例えば二曲面塑性理論では、降伏曲面の移動速度が降伏曲面とその限界曲面の間の距離の関数として定式化される場合がある⁽¹¹⁾⁽¹⁵⁾⁽¹⁹⁾。これは、式(16)あるいは式(18)の係数 $\dot{A}_k$ を曲面 $F_k=0$ とその外側の曲面 $F_{k-1}=0$ の間の距離の関数とする場合である。しかし、このような距離は曲面の非交差を前提として定義されているから、もし曲面の交差を許容するのであれば、その定義を拡張しなければならない。

上で述べた問題点は、多曲面形の非線形移動硬化則として式(18)を用いた場合には、温度速度項を考慮しても生じた。この式による曲面交差の例を、図6(c)に示す。式(18)は、すでに述べたように、式(16)の $\dot{A}_{k-1}$ 項を省略し、単にMroz形の曲面移動則に温度速度項を付加した形である。つまり、曲面の交差を避けるためには、このように単に温度速度項を付加する

(a) Complete model

(b) $\dot{T}$ term omitted

(c) $\dot{A}_{k-1}$ term omitted

図6 偏差平面上での多曲面の配置(2回目の温度変動終了時, $t=t_1$)(曲面 $F_0=0$ は、半径 R_0 が実質的に無限大であるから(表1)、この図には示されていない)

だけでは不十分であり、著者らが導いた式(16)のように、 $\dot{A}_{n-1}$ 項を考慮しなければならない。

図5(b)は、線形移動硬化の式(19)に基づく計算結果を示す。この図から、線形移動硬化則を用いた場合にも、温度速度項を無視すると計算結果に若干の温度履歴依存性が現れることがわかる。

5.2 非等温繰返し変形 次に、温度と機械的ひずみが図7のように同位相で繰返し変化する場合を検討した。

図7 温度と機械的ひずみの同位相繰返し変化

(a) 温度速度項を考慮した場合

(b) 温度速度項を無視した場合

図8 非線形移動硬化則による応力と機械的ひずみのヒステリシスループ

(a) α_1 (線形成分)

(b) α_2 (弱い非線形成分)

(c) α_3 (強い非線形成分)

図9 温度速度項を無視したときの $\alpha_j (j=1, 2, 3)$ の変化 (最初の5サイクル)

(a) 温度速度項を考慮した場合

(b) 温度速度項を無視した場合

図 10 線形移動硬化則による応力と機械的ひずみのヒステリシスループ (最初の 5 サイクル)

クルめでは引張側ピーク応力さえも圧縮応力となっている。このことからわかるように、温度速度項を無視したときの応力応答は、極めて不合理であり、実際に生じるとは考えられない。

図 9 (a)~(c) は、温度速度項を無視した上述の計算における $\alpha_i (i=1, 2, 3)$ の変化を示す。この図からわかるように、 α_1 (線形成分) ではヒステリシスループが閉じず、温度速度項を無視した影響が大きいものに対して、 α_3 (強い非線形成分) ではヒステリシスループが第 1 サイクルから閉じており、温度速度項の影響はほとんど認められない。つまり、温度速度項を無視することによるヒステリシスループの移動は、移動硬化変数の線形成分で最も著しく、したがって、図 8 (b) に見られた応力ひずみヒステリシスループの異常移動は、ほとんどは線形成分 $\alpha_1 (=A_1)$ に起因したものである。

最後に図 10 (a), (b) は、線形移動硬化の式 (19) による計算結果である。簡単な線形移動硬化則の場合も、温度速度項を無視すると、図 10 (b) に示すように応力ひずみヒステリシスループの移動が生じる。

6. 結 言

本研究では、移動硬化則に現れる温度速度項の影響を数値計算例により検討した。用いた移動硬化則は、著者らが導いた多曲面形の非線形移動硬化則、これと等価の関係にある多成分形の非線形移動硬化則、および線形移動硬化則である。この結果、次のことがわかった。

(1) 非線形移動硬化則の温度速度項を無視すると、温度変動に伴って変形挙動が不安定となる場合がある。

(2) 上述の不安定は、多曲面形の非線形移動硬化

則では、曲面の交差が生じた結果である。

(3) 多曲面形の非線形移動硬化則に温度速度項を考慮しても、従来形の式 (18) であれば、変形の不安定 (すなわち曲面の交差) が生じる可能性がある。

(4) 温度速度項を無視すると、繰返し熱機械荷重下の応力ひずみヒステリシスループは応力軸に沿って不合理に移動する可能性がある。この移動は、移動硬化変数の変化が線形的であるほど大きい。

文 献

- (1) Walker, K. P., *NASA Report*, CR-165533 (1981).
- (2) Chaboche, J. L., *Int. J. Plast.*, 2-2 (1986), 149.
- (3) Freed, A. D., *NASA Report*, TR-2845 (1988).
- (4) 大野・王, 機論, 56-523, A (1990), 662.
- (5) Lee, K. D. and Kreml, E., *RPI Report*, MML 88-2 (1988).
- (6) Moreno, V. and Jordan, E. H., *Int. J. Plast.*, 2-3 (1986), 223.
- (7) Chan, K. S. and Lindholm, U. S., *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, 112-1 (1990), 15.
- (8) McDowell, D. L., *Int. J. Plast.*, 5-1 (1989), 29.
- (9) Chaboche, J. L. and Rousselier, G., *Trans. ASME, J. Pressure Vessel Technol.*, 105-2 (1983), 153.
- (10) 大野・ほか 3 名, 機論, 54-501, A (1988), 1140.
- (11) 高橋, 機論, 56-527, A (1990), 1630.
- (12) Robinson, D. N. and Bartolotta, P. A., *NASA Report*, CR-174836 (1985).
- (13) Mroz, Z., *J. Mech. Phys. Solids*, 15-3 (1967), 163.
- (14) Krieg, R. D., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 42-3 (1975), 641.
- (15) Dafalias, Y. F. and Popov, E. P., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 43-4 (1976), 645.
- (16) 電力中央研究所報告, A 85003 (1985), IV 章.
- (17) 池上・新津, 機論, 51-464, A (1985), 1089.
- (18) 岩崎・ほか 2 名, 機論, 53-493, A (1987), 1838.
- (19) McDowell, D. L., *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, 107-4 (1985), 307.