傾斜機能材料の強度に関するモデル実験*
(リング圧縮試験による解析)福井 泰好^{*1}, 木之下 広幸^{*2}, 中西 賢二^{*1}A Simulative Experiment for Characterizing the Strength of Functionally
Gradient Material
(The Analysis for the Case of Radial Crushing Test)

Yasuyoshi FUKUI, Hiroyuki KINOSHITA and Kenji NAKANISHI

The effects of a gradient distribution of components on the deformation and fracture of functionally gradient materials (FGM) in the corundum/plaster model system were examined as a function of the volume fraction of corundum powder and the No. times of gravity (i. e., multiples of gravity). The radial crushing strength of the FGM was measured under the combined conditions for casted rings with three different volume fractions and three different No. times of gravity. The distribution patterns of stress and strain in FGM rings were analyzed by the conventional curved beam theory considering the change of elastic modulus. The brittle fracture was initiated from the inner surface of the ring on the load action line independent of the distribution of corundum powder. The variation of strength with the gradient distribution of corundum powder and with the centrifugal force was also studied.

Key Words: Bending, Elasticity, Brittle Fracture, Numerical Analysis, Centrifugal Casting, Functionally Gradient Material, Radial Crushing Strength

1. 緒 言

非均質粒子分散強化形金属基複合材料とみなせる金属基傾斜機能材料⁽¹⁾の製造方法として、著者らは比重の差に起因する遠心力の差を積極的にセラミックス粉末の傾斜配分のために利用することを考え、モデルとして金属溶湯とみなす石こうとセラミックス粉末であるコランダムを組合せた種々の傾斜分布を持つ材料を試作し、その傾斜分布が重力倍数(遠心力と重力との比)と体積分率の関数として表せることを既に報告した⁽²⁾。遠心力を用いて作成できるのは比較的大きな寸法のリング状試験片で、弾性変形中に破断する脆性材料である。それゆえ、リング圧壊試験を行って圧壊強さを測定するとともに、曲りばりの理論において弾性係数の分布を考慮すれば求める応力-ひずみ分布などの強さに関する解析結果と比較・検討すれば機能傾斜の効果を評価できるはずである。弾性係数の分布は、組成の分布が重力倍数・体積分率と板厚位置の関数として整理できるので⁽²⁾、直接若島の式⁽³⁾に代入すれば弾性係数の分布も重力倍数・体積分率と板厚位置の関

数として求めることができる。さらには、傾斜組成の効果により、き裂発生位置が変化する場合があるのではないかという興味もある。

以上の観点から、本研究ではリング圧壊強さを基礎にして、傾斜機能材料における傾斜組成が強さという機能に及ぼす影響について解析・検討することを目的とした。そのため、石こう/コランダム傾斜機能モデル材料を用いて、傾斜組成と破断強さの関係を実験で求めるとともに、ひずみ分布・応力分布などを計算機で数値計算し、組成傾斜の強さという機能傾斜に及ぼす影響について考察した。

2. 実験方法

供試材料は、金属溶湯とみなす石こう(比重約 1.7, $E \approx 35$ GPa)とセラミックスとして粒度 #60(粒径 200~250 μm)のコランダム(Al_2O_3 ; 比重約 3.1, $E \approx 360$ GPa)の混合物であり、基準としての石こうだけのものと、コランダムの体積分率 $R=15, 25, 35$ vol % の 3 通りについて、重力倍数 $G=2.1, 12.4$, および 80.0 の 3 通り、計 9 通りの組合せの全十種について、自製の遠心铸造用金型を用いて幅 $B=30$ mm, 直径 $D=90$ mm, 厚さ $t_0 \approx 15$ mm(実測値は 15 ± 0.5 mm)のリング状試験片を作成した。ここで、重力倍数 G は

* 原稿受付 平成 2 年 5 月 14 日。

^{*1} 正員、鹿児島大学工学部(〒890 鹿児島市郡元 1-21-40)。^{*2} 准員、日本製鋼所(〒100 東京都千代田区有楽町 1-1-2)。

$$G=2DN^2 \dots\dots\dots (1)$$

で与えられる遠心力と重力との比である⁽⁴⁾。ただし、 D は直径 [m]、 N は回転数 [s^{-1}] である。

作成したリング試験片は、リング厚さ方向のコランダム分布を調べるため衝撃力を与えて破断し、その断面を写真撮影し、石こう中のコランダム分布を求め、重力倍数と体積分率の関数として数式表示した。さらに、リングの垂直な直径方向から圧縮荷重を負荷するリング圧壊試験をインストロン形万能試験機を用い、クロスヘッド速度 0.1 mm/min で行った。すべての試験片は3か月間大気中にて自然乾燥後、約 40°C の乾燥機中に一昼夜保持したものである。

3. 解析方法

3.1 組成傾斜分布の関数表示 個々の重力倍数と体積分率の組合せの分布測定結果についての分布関数 $f(X)$ は、前報⁽²⁾の手順に従い板厚で平準化したリング外周部からの距離 X ($0 \leq X \leq 1$ で、 $X=0$ はリング外周部、 $X=1$ はリング内周部) を変数とし

$$f(X) = (a/3)X^3 - (a/2)X^2 + b \dots\dots\dots (2)$$

と表す。ここで、 a と b は分布係数であり、最初に分布係数 a を求め、 a 値を最適な相関関係の得られる重力倍数・体積分率の関数で表示する。一方、分布係数 b は a 値が既知であれば

$$R = \int_0^{X_0} f(X) dX \dots\dots\dots (3)$$

の関係から求めることができる。ただし、 X_0 は $f(1) < 0$ のとき $f(X_0) = 0$ を満足する値であり、 $f(1) \geq 0$ のときは $X_0 = 1$ である。

3.2 弾性係数の分布 ここで考慮している傾斜機能材料は、球状粒子分散形複合材料において粒子が傾斜分布している材料とみなせる。それゆえ、弾性係数分布 $E(X)$ を若島の式⁽³⁾で求める際に、式中のポアソン比 ν は、単純に $\nu = 1/3$ とすると、

$$E(X) = (1-f)E_m + fE_p - f(1-f)(E_p - E_m)^2 / \{fE_m + (1-f)E_p + E_m/2\} \dots\dots\dots (4)$$

と表すことができる。ただし、 E_m はマトリックスの弾性係数、 E_p は分散粒子の弾性係数、また、 f は分散粒子の体積比であり、体積比の分布は式(2)の関係を用いて表す [すなわち、 $f = f(X)/100$]。

3.3 リングに生じる応力とひずみ リング圧壊試験片に生じる応力・ひずみなどの分布は、曲りばりの理論をもとに数値計算を行って必要とする解を求めた。曲りばりの理論で解析を行うにあたり、変形は弾性限度内とし、問題を簡単にするためによく用いられている以下の仮定⁽⁵⁾をそのまま適用する。(1)はりは一様な断面をもち、その断面の図心を結ぶ中心線は一平面内にある曲線である。(2)はりの断面形は一平面と断面との交わり線に対して対称である。(3)荷重はすべてこの対称軸を含む平面内において作用する。(4)断面は荷重の作用を受けた後も平面を保つ。

曲りばり(リング試験片)の中心線の半径 r 、中心線から e の距離にある層でのひずみ ε と応力 σ は

$$\varepsilon = (r\varepsilon_0 + e\omega_0)/(r+e) \dots\dots\dots (5)$$

$$\sigma = E(X) \cdot \varepsilon \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここで、中心線からの距離 e と板厚で平準化した厚さ方向の距離(板厚位置) X との間には

$$X = (t_0/2 - e)/t_0 \dots\dots\dots (7)$$

の関係がある。さらに、 ε_0 と ω_0 はそれぞれ e に独立な縦ひずみと角ひずみである。この応力と平衡を保つ荷重は、引張力 T と曲げモーメント M とであるから、リングの断面積を A とすると

$$T = \int \sigma dA = \varepsilon_0 \int \{r/(r+e)\} E(X) dA + \omega_0 \int \{e/(r+e)\} E(X) dA \dots\dots\dots (8)$$

$$M = \int \sigma e dA = \varepsilon_0 \int \{re/(r+e)\} E(X) dA + \omega_0 \int \{e^2/(r+e)\} E(X) dA \dots\dots\dots (9)$$

となる。ある任意の断面に作用する引張力 T と曲げモーメント M とが既知ならば、 ε_0 と ω_0 は式(8)と(9)の連立方程式から求めることができ、式(5)の関係からひずみ分布、式(6)の関係から応力分布を求めることができる。

4. 解析結果

4.1 組成傾斜分布の解析 測定したコランダムの分布は、体積分率を板厚で平準化した板厚位置の関

図1 35 vol %試験片での分布測定値(棒グラフ)と近似値(曲線)の比較(厚さ 0.0: 管外周, 1.0: 管内周)

係で整理した。一例として、35 vol %での3通りの重力倍数における結果を、点線の棒グラフで図1にまとめて示す。図1において、縦軸は体積分率、横軸は平準化した板厚位置であり、0.0はリング外周部、1.0はリング内周部である。この測定結果を整理し、式(2)で表す分布関数を代表する分布係数 a を、重力倍数 G と体積分率 R の関数として求めた。その結果

$$a = m(\log G)^n \quad \cdots \cdots (10)$$

ただし、 m と n は R の関数で

$$m = 16.14 + 2.957R \quad \cdots \cdots (11)$$

$$n = 2.469/R^{0.260} \quad \cdots \cdots (12)$$

が最適な相関関係の得られる簡便な関係である。この関係式を用いて求めた分布計算結果の一例を図1中に曲線で示すが、棒グラフで表す対応する重力倍数での実験結果を満足していると認められる。

図2 体積比と重力倍数の弾性係数分布に対する影響

4・2 弾性係数の傾斜分布 コランダム製の傾斜組成を表す関数の解析結果である式(10)～(12)を用いて、式(4)で表す弾性係数の分布を計算した。求めた弾性係数分布をまとめて図2に示す。石こうとコランダムの組合せでは、相対的にコランダムの弾性係数のほうが大きいため、図2に3本ずつある各重力倍数の結果は、いずれの場合もリング外周部で35・25・15 vol %の順に大きな弾性係数となっていて、傾斜組成の影響がこの領域で明りょうに認められる。いずれにしても、弾性係数の分布形状は図1に示す傾斜分布と同様な傾向の曲線となる。

4・3 リングに生じる応力・ひずみ分布 線形解析のため、式(5)のひずみと式(6)の応力がある単位負荷の場合について計算した。そのうち、図2において弾性係数変化が最少の15 vol %・2.1 gの結果、中間的な25 vol %・12.4 gの結果、最大の35 vol %・80.0 gの結果を図3に示す。ただし、ここでは x - y 座標で y 軸方向を負荷方向として、対称性を考慮して第1象限のみを示す。また、 y 軸上のリング内周部と x 軸上のリング外周部が正の領域であり、それぞれの場合の鎖線で示す円弧の最大半径に対応する絶対値の最大値で平準化している。最大引張ひずみと最大引張応力が生じる位置は組成の傾斜に無関係で、常に y 軸上のリング内周部である。これに対し、最大圧縮ひずみと最大圧縮応力の位置は、傾斜組成に対応して変化する。弾性係数傾斜の効果は x 軸あるいは y 軸上の応力分布に顕著に認められ、図3(a)において単調増加している応力分布が次第に

図3 リング圧壊試験において生じる最大値で平準化したひずみ分布と応力分布 (+印は引張部、-印は圧縮部)

変曲点を持つように変化する。

脆性的な破断をもたらすき裂は引張応力により生じるため、単純に一定荷重負荷における最大引張ひずみ値と最大引張応力値（図3の y 軸上のリング内周部での値）に着目し、これらの値を石こう試験片での値で平準化して比較する。この関係を図4に示すが、分散強化形複合材料となる均質材に対応する $G=1$ での計算結果も、比較のため併せ示している。一定荷重の負荷条件では、均質材の巨視的な弾性係数の増加により最大引張ひずみは小さくなるのがわかる。さらに、一定重力倍数では、体積分率が増すにつれて最大引張応力と最大引張ひずみは減少し、一定体積分率では、重力倍数が増すにつれ最大引張応力は減少するが最大引張ひずみは増加する。それゆえ、リング内周部から一定ひずみ値で破壊が生じるなら 35 vol %・2.1 g の場合が最大の負荷荷重まで耐え得るだろうし、一定応力値なら 35 vol % 80.0 g の場合が最大の負荷荷重まで耐え得るだろうということが予測できる。

5. リング圧壊試験

5.1 リング圧壊の様相 各体積分率と重力倍数の組合せ試験片について、各組 10 本以上の試験を行い、その破壊過程を観察するとともに、リング圧壊荷重を測定した。き裂は圧壊荷重に達すると発生するが、いずれの場合も最大引張ひずみの生じるリングの垂直な直径方向に沿ったリング内周部から生じる。き裂発生後も荷重を負荷し続けると、負荷方向に垂直なリングの外周部から二次き裂が発生し、最終的に試験片は四分割される。一例として、黒く塗った部分に白く厚さの 3/4 程度まで達している 25 vol %・80.0 g で観察したき裂を図5に矢印で示す。いずれにしても、傾

図4 一定負荷においてリング圧壊試験片に生じる最大引張応力と最大引張ひずみに対する傾斜組成の影響（石こう試験片の値で平準化）

斜組成によりコランダムが多数存在し内部欠陥が多くなると考えられる場合でも、負荷方向に垂直なリング外周部から最初に生じることはない。すなわち、リング外周部で図1に示す 35 vol %・80.0 g のように最大 70 % 程度までコランダムの体積分率が増えても、図2に示す弾性係数の傾斜のためリング外周部のひずみ値あるいは応力値が組成に対応する破断値に達しなかったと考えることができる。

5.2 リング圧壊荷重測定結果 リング圧壊荷重と破断ひずみ（き裂発生部のひずみ）の関係を図6に示す。図6中の点線・実線・鎖線・一点鎖線は、それぞれ、石こう・2.1 g・12.4 g・80.0 g におけるリング圧縮荷重と最大引張ひずみの関係である。試験片の厚さが均一ではないため、本来直線上にあるべき実験値はこれらの直線の周辺に分布している。このような脆性材料の破壊は、材料内に存在する微小き裂に対応する欠陥のうち最も弱い部分から起こると考えられ、図6に示すようにバラツキも大きいので、リング圧壊荷重の統計評価をワイブル分布で行った。いずれの組合せにおいてもワイブルプロットに明りょうな変曲点が認められず、単一モード（2母数）のワイブル分布で統計的評価ができるものと考えられる。それゆえ、線形回帰直線を求めて推定したワイブルパラメータの形状母数、尺度母数、平均値、分散、および変動係数を表1にまとめて示す。石こうだけのものが最も小さい形状母数 ($\alpha=4.2$) である。

5.3 圧壊強度に対する傾斜組成の影響 傾斜組成を生み出す重力倍数と体積分率が強さに及ぼす影響を検討するため、それぞれの組合せでの平均圧壊荷重 P_f に対応する破断ひずみ ϵ_f （き裂発生部の引張ひずみ）と破断応力 σ_f （き裂発生部の引張応力）を求めた。破断応力は破断ひずみに弾性係数を掛けた値であるので、圧壊荷重と破断ひずみの関係だけを図7に示す。

図5 リング圧壊試験において 25 vol %・80.0 g 試験片で発生したき裂（矢印）

いずれの体積分率においても、組成傾斜の傾向が大きくなる重力倍数の増加につれて、圧壊荷重・破断ひずみは増大する傾向が認められる。それらの最大値は 25 vol %・80.0 g のときで $P_f=771\text{ N}$, $\epsilon_f=0.0215\%$, $\sigma_f=7.53\text{ MPa}$, 最小値は 35 vol %・2.2 g のときで $P_f=359\text{ N}$, $\epsilon_f=0.0071\%$, $\sigma_f=3.62\text{ MPa}$ である。

体積分率変化の影響を考察するため、一定重力倍数

(a) 15 vol %

(b) 25 vol %

(c) 35 vol %

図 6 リング圧壊荷重と最大引張ひずみの関係

の結果について検討した。均質体である分散強化形複合材料に近いとみなせる 2.1 g の場合、図 7 から破断ひずみは体積分率の増加とともに減少するが圧壊荷重はほぼ一定であり、おおよそ図 4 に示した結果に対応する。この結果は、体積分率の増加につれコランダムと石こうとの界面増加という内的欠陥が増加するため破断しやすくなり破断ひずみは減少するが、逆に系全体の弾性係数が増加するので見かけ上圧壊荷重の変化が認められないためであると説明できる。

12.4 g の場合には体積分率に依存せず圧壊荷重はほぼ一定であるが、2.1 g の場合より相対的に大きな傾斜組成となっているためリング内周部の内的欠陥は減少し、それゆえ破断ひずみが増すとともにその結果として圧壊荷重が増加していると考えられる。2.1 g の結果と合わせて破断ひずみの値の大きさに着目すると、定性的にリング内周部のコランダムの体積分率 (図 2 で $X=1.0$ での弾性係数の大きさに比例する) が

表 1 リング圧壊試験で求めた
ワイブルパラメータのまとめ

R	G	α	β	μ	ν	η
0	—	4.21	434	394	11181	0.268
15	2.1	11.83	394	378	1456	0.102
15	12.4	8.04	510	473	8307	0.192
15	80.0	7.39	685	642	10510	0.159
25	2.1	9.77	411	391	2296	0.122
25	12.4	9.68	491	467	3332	0.124
25	80.0	17.62	794	771	2863	0.069
35	2.1	13.57	373	359	1033	0.089
35	12.4	10.16	458	436	2648	0.118
35	80.0	7.11	557	521	7451	0.166

R; vol % of powder, G; No. times of gravity
 α ; Shape parameter, β ; Scale parameter
 μ ; Mean load /N, ν ; Variance
 η ; Coefficient of variation

図 7 平均圧壊荷重と平均破断ひずみに対する傾斜組成の影響

減少すると破断ひずみは増加する傾向が認められる。

80.0 g の場合には、いずれの体積分率の試験片でもコランダムがリング内周部の最大引張ひずみ部には存在することはなく、上述した 2.1 g や 12.4 g の試験片とは異なる組織であるが、き裂は同様にリング内周部の石こう表面から発生する。25 vol % の試験片が圧壊荷重・破断ひずみ・破断応力のいずれも最大であり、以下 15 vol %, 35 vol % の順である。この結果は、2.1 g や 12.4 g での傾向とは異なっている。しかも、石こう部分からき裂が発生するなら、石こうのみの試験片と同程度の破断ひずみ・破断応力になるであろうという単純な予測を満足しない結果である。

5.4 強さに関する傾斜組成の評価 傾斜組成の強さという機能への影響を検討するため、5.3 節で指摘したリング内周部のコランダム体積分率と破断ひずみの関係をまとめ、図 8 に示す。図 8 中の実線は複合材料的破断部で、破断ひずみの体積分率依存性を表しているが、鎖線は単相材料的破断部で、破断ひずみの体積分率非依存性を表していて、両者では破壊様式が異なるようである。図 8 の実線に沿ったプロット点の 15 vol %・2.1 g と 35 vol %・12.4 g の破断ひずみは同程度であるが、傾斜組成の効果で圧壊荷重は 378 N 対 436 N と 15 % 程度の差が生じたと解釈することができる。このことは、必要とする破断ひずみが実線の範囲に含まれていれば、必要とする圧壊荷重を得るために必要な傾斜組成を作りだす条件を逆算することができる可能性を示している。

図 8 の鎖線に対応する破断条件は応力あるいはひずみこう配に依存するものかもしれないし、表 1 に示す形状母数の大小関係を単純に考慮すると、脆性材料で形状母数が大きくなると定性的に有効体積が減少し、破断強さが増すという事実⁽⁶⁾にも対応しているようである。さらに、大きな傾斜組成を有することが圧壊強度という材料の機能向上には必ずしも役立っていないことを示していると思われる。しかし、試験した範囲内では破断ひずみの最低値でも石こうと同程度であるので、リングに部分的な傾斜組成を導入することにより、リング圧壊強さに関する機能向上がなされたと考えることができる。

6. 結 言

3 種類の重力倍数と 3 種類の体積分率を組合せた石こう/コランダム傾斜機能モデル材料について、傾斜

図 8 破断ひずみに及ぼすリング内周部(き裂発生部)のコランダム体積分率の影響

組成が脆性材料の強さという機能に及ぼす影響の検討を行い、以下の結論を得た。

(1) 最大引張ひずみと最大引張応力は常にリング内周部であるが、最大圧縮ひずみと最大圧縮応力の位置は組成の傾斜に依存して変化する。

(2) き裂は常に最大引張ひずみ・最大引張応力の生じる荷重軸上のリング内周部から生じ、その後荷重軸に垂直なリングの外周部から二次き裂が発生する。

(3) リング圧壊荷重・破断応力・破断ひずみの最大値は 25 vol %・80.0 g のときで $P_f=771$ N, $\epsilon_f=0.0215\%$, $\sigma_f=7.53$ MPa, 最小値は 35 vol %・2.1 g のときで $P_f=359$ N, $\epsilon_f=0.0071\%$, $\sigma_f=3.62$ MPa である。

(4) コランダムがリング内周部に存在する間、リング内周部コランダム体積分率が少ないほど破断ひずみが大きくなるという体積分率依存性が認められる。

(5) コランダムがリング内周部に存在しなくなると破断ひずみの体積分率依存性が認められなくなるが、リングに部分的な傾斜組成を導入することによってリング圧壊強さに関する機能向上が認められる。

文 献

- (1) 小泉・多田, 金属, 58-4(1988), 2-8.
- (2) 福井, 機論, 56-521, C(1990), 67-70.
- (3) 若島, 日本複合材料学会誌, 2-4(1976), 161-167.
- (4) 日本機械学会編, 機械工学便覧, (1987), B 2-16.
- (5) 桜井, 材料力学, (1963), 169-180, 産業図書.
- (6) 阿部・川合・菅野・鈴木, エンジニアリングセラミックス, (1984), 180, 技報堂.