セラミックスと金属のろう付けによる接合材の
残留応力解析*栗田 政則^{*1}, 狩野 隆^{*2}, 佐藤 隆^{*2}

Residual Stress Analysis of Brazed Ceramic-Metal Joint

Masanori KURITA, Takashi KANO and Takashi SATO

The residual stress distribution of a ceramic-metal joint specimen was determined by both the two- and three-dimensional thermoelastoplastic stress analyses using the finite-element method (FEM) and the X-ray method. The specimen was prepared by brazing silicon-nitride and carbon-steel rectangular plates. The highest tensile stress σ_x perpendicular to the interface appeared at the corner of the silicon nitride adjacent to the interface. The maximum compressive stress σ_y parallel to the interface occurred at the center of the interface of the silicon nitride. In the steel plate, the stress distribution was reversed. The measured stress distribution was similar to that calculated from the three-dimensional FEM, but it differed remarkably from the result by the two-dimensional FEM especially at the center of the specimen. This is because the sharp stress concentration occurs and the stress distributes three-dimensionally at the interface.

Key Words: Residual Stress, Stress Analysis, Finite-Element Method, X-Ray Stress Measurement, Silicon Nitride, Carbon Steel, Brazing, Thermal Stress

1. 緒 言

耐熱性や耐摩耗性などに優れた性質をもっている反面、靱性に乏しいという欠点をもっているセラミックスを、靱性の高い金属と接合して実用に供しようという研究が最近盛んに行われており、すでにエンジンなどの機械部品には使われている。このような接合は通常、高温で固相(拡散)接合やろう付けによって行われるので^{(1)~(4)}、接合材には冷却される過程で両材料の線膨張係数の相違によって熱残留応力が発生し、接合強度に大きく影響する。これが、現在、接合材の強度上の最大の問題点となっているが、これに対していまだ十分な解決策が得られていない。接合する際に発生する残留応力の小さい接合材または接合方法を開発するためには、まず接合材に実際にどのような残留応力が発生しているかを知る必要がある。

接合材に発生する残留応力を解析的に求めることは困難である。そこで、有限要素法(FEM)を用いた数値解析によって残留応力を求める研究がいくつか行われているが、これらの研究のほとんどが二次元応力解析

である^{(5)~(7)}。FEMによる計算において、二次元問題は三次元問題に比べて計算時間が大幅に短縮できる。また、丸棒やその他の試験片形状によっては、軸対称問題や平面応力・平面ひずみの二次元問題として応力を計算することができる。しかし、前回の研究⁽⁸⁾でも明らかにしたように、板状試験片の板厚が試験片の大きさに比べてそれほど厚くなく、通常の応力計算では平面応力状態を仮定できるような場合でも、接合界面では大きい応力集中を生じ、残留応力は三次元的に分布し、二次元解析の結果と大きく異なる場合がある。本研究は、これらの現象をさらに詳しく調べるために行ったものである。

なお、FEMによる残留応力計算はいくつかの仮定に基づいて行われている。また、応力値が急激に変化する接合界面近傍の応力計算には、FEMで用いるメッシュの大きさも結果に大きく影響する。さらに、実際の接合材の接合状態や残留応力に影響を与える因子は複雑であるので、FEMによって計算した残留応力値が実際に試験片に発生している値に必ずしも一致するとは限らない。そこで、接合材の残留応力を実際に測定することが望まれる。X線回折による応力測定法は、材料表面の局所の残留応力を非破壊的に測定できるので、接合材の残留応力測定に最適な方法であると

* 原稿受付 平成2年7月31日。

^{*1} 正員、長岡技術科学大学 (〒940-21 長岡市上富岡町 1603-1)。^{*2} 長岡技術科学大学大学院。

考えられる。

前報⁽⁸⁾では、2枚の窒化けい素の板の間に1枚の炭素鋼板をはさんだ接合材の残留応力分布を明らかにした。本研究は、接合材の残留応力分布をさらに詳しく調べるために、接合材の最も基本的な形状である、窒化けい素と鋼の各1枚の板を接合した試験片を用いて、残留応力分布をFEMを用いた二次元および三次元熱弾塑性解析ならびにX線応力測定によって明らかにしたものである。

2. 実験方法およびFEMによる残留応力計算

2.1 試験片 試験片は、常圧焼結した窒化けい素 Si_3N_4 と機械構造用炭素鋼 S 45 C の接合材で、その形状を図1に示す。窒化けい素と鋼は接合する前に表面を研削し、窒化けい素の表面はさらにラッピングで仕上げた。その後、機械加工による表面加工層の残留応力を除去するために、窒化けい素は 1000°C の大気中で 24 h 焼なまし、また S 45 C 鋼は 900°C で 1 h 真空中で焼なましした。

両材料は、Ti-Ag-Cu 系の活性金属を用いて、約 830°C の温度で無酸素銅の薄い板を介して真空中でろう付けした。無酸素銅は、窒化けい素と鋼の線膨張係数の差によって生ずる残留応力を緩和するために用いた。

2.2 X線による残留応力測定 図1に示した試験片表面の x 方向と y 方向の残留応力 σ_x と σ_y をX線によって測定した。測定は、当研究室で開発した自動X線回折装置⁽⁹⁾に平行ビーム光学系のスリットを取付けて、並傾法を用いて表1の条件で行った。回折線ピーク位置は、 ψ 一定法を用いたガウス曲線法⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾で決定した。 ψ 角には、 0° 、 24° 、 35° および 45° の四つ

を選んだ。一つのピーク位置決定に用いたX線計数値の数は8~12である。試験片の界面付近の急激に変化する残留応力分布を測定するためには、X線照射面積はできるだけ小さくとる必要があるので、本研究では前回の研究⁽⁸⁾で用いた $1 \times 2 \text{ mm}^2$ よりも小さくし、 $1 \times 1 \text{ mm}^2$ にとった。

応力測定に用いた窒化けい素の回折面は、前報⁽¹²⁾と同様に $\text{CuK}\alpha$ 線による (323) 面を選んだ。 $\text{CuK}\alpha$ 線は、 $\text{CrK}\alpha$ 線や $\text{CoK}\alpha$ 線に比べて波長が短いので、試験片表面に対するX線侵入深さが深いという特徴をもっている。この回折面に対する $\text{CuK}\alpha$ 線による全回折X線の90%が回折される有効侵入深さは、 $\psi=0^\circ \sim 45^\circ$ に対して $55 \sim 80 \mu\text{m}$ である。なお、 $\text{CrK}\alpha$ 線を用いて α 鉄の (211) 面から鋼の残留応力を同様に測定した。

ところで、X線による応力測定値には、X線強度の統計変動に起因する測定値のばらつきを伴う⁽¹³⁾。幸いにして、このばらつきの大きさを表す標準偏差および信頼区間は、著者の提案した式^{(10)(14)~(17)}を用いて1回の測定値から解析的に求め得ることがすでに明らかにされている。本研究で求めたX線による残留応力のすべての測定値には、この式から求めた応力値の95%信頼区間を示してある。同一の測定条件のもとで60回繰返し測定した応力値の95%が、この信頼区間に実際に入ることが、すでに著者の研究⁽¹⁷⁾によって証明されている。

2.3 FEMによる残留応力計算 残留応力は前節で述べた方法によってX線で測定するとともに、有限要素法(FEM)を用いた二次元および三次元熱弾塑性応力解析によって求め、X線による測定値と比較した。FEMのプログラムは、汎用有限要素法解析プログラム MARK を用いた。試験片は約 830°C でろう付け後、ろう材が機械的強度を持ち始めると考えられる 650°C から室温 (20°C) まで冷却する際に生ずる残留応力を計算した。計算に用いた温度ステップは 650°C から 400°C までは 5°C 、また 400°C から 20°C までは 10°C である。残留応力値の計算には、窒化けい素は弾性体とし、鋼と銅は弾塑性体として、ヤング率と降伏応力の温度依存性を考慮した。計算に用いた各材料の物性

図1 接合材試験片

表1 X線による残留応力測定条件

	Silicon nitride	Steel
Characteristic x-rays	Copper $\text{K}\alpha$	Chromium $\text{K}\alpha$
Diffraction plane	(323) plane	(211) plane
Filter	Nickel foil	Vanadium foil
Divergence angle of slit	0.5	0.5
Irradiated area, mm^2	1×1	1×1
Preset time, s	30	1.5
Step size, deg	0.05	0.05
Tube voltage, kV	40	40
Tube current, mA	45	45

値を表2に示した。

三次元 FEM に用いた要素モデルは 8 節点三次元線形アイソパラメトリック要素で、要素数は 1200 個である。二次元 FEM に用いた要素モデルは 8 節点アイソパラメトリック二次元要素で、要素数は 400 個である。二次元 FEM では、板厚方向には応力は変化しないものとし、かつ平面応力状態を仮定して計算した。また、三次元 FEM では応力は六つの応力成分をもつものとし、板厚方向の応力値の変化も考慮して計算した。

なお、いずれの場合でも、試験片表面では平面応力状態となっているはずである。しかし、上記の条件で計算した二次元および三次元 FEM による試験片表面上の値は、一般的には異なった値をとる。

3. 実験結果および考察

3.1 残留応力分布 図2~4には、FEMによる二次元および三次元熱弾塑性応力解析による試験片表面の残留応力の計算値をそれぞれ点線および実線で、また X 線による残留応力測定値を丸印で示した。この測定値には、2.2 節で述べたように、応力値の 95 % 信頼区間を縦線で示してある。

図2は試験片の中心線(x 軸)に沿った x 方向の残

留応力 σ_x の分布である。点線および実線で示した FEM の結果からわかるように、窒化けい素の残留応力と鋼の残留応力分布は、試験片の中心に対してほぼ点対称になっている。実線で示した三次元応力解析によれば、窒化けい素側では界面から引張りの残留応力が急激に増加し、約 40 MPa の最大値をとった後減少している。その後、残留応力は圧縮の小さいピークをとり、絶対値がゆるやかに減少して試験片右端ではほぼ零の値をとっている。これに対して、鋼では界面近くで約 45 MPa の圧縮の残留応力の最大値をとっている。両材料ともに、残留応力が引張りまたは圧縮の最大値をとるのは、界面ではなく界面から約 1 mm 離れた位置であることがわかる。

これに対して、点線で示した二次元応力解析による窒化けい素の残留応力は、界面近傍で圧縮の残留応力がゆるやかに変化しており、実線で示した三次元応力解析の結果と著しく異なった分布をしている。これは後に述べるように、残留応力は界面近傍では応力集中を生じ三次元的に分布するためと考えられる。しかし、界面から 5 mm 以上離れた両者はほとんど一致し、この領域では応力はほぼ平面応力状態となっているものと考えられる。

三次元 FEM の計算値に対して、X 線による窒化け

表 2 各材料の室温における材料定数

	Silicon nitride	S45C steel	Copper
Young's modulus, GPa	297	207	132
Poisson's ratio	0.25	0.28	0.34
Yield stress, MPa		340	78
Coefficient of linear expansion, K^{-1}	2.48×10^{-6}	11.2×10^{-6}	16.6×10^{-6}

図 2 試験片表面の中心線(x 軸)上の残留応力 σ_x の分布

い素の残留応力の測定値は、界面に隣接した位置で約 135 MPa の引張りの最大値をとり、界面から離れるに従って急激に減少している。

図 3 は、図 2 と同じ x 軸上の y 方向の残留応力 σ_y の分布である。この場合も、窒化けい素と鋼の残留応力は試験片の中心に対してほぼ点対称の分布をしている。窒化けい素の残留応力 σ_y は、界面隣接部で約 220 MPa の大きい圧縮応力値をとり、界面から離れるにつれて値が減少し、右端では引張りの応力に転じている。これは、鋼の線膨張係数は窒化けい素の係数よりも約 4.5 倍大きいので、窒化けい素は金属側の y 方向の大きい収縮によって、界面において図 3 の右下に示したような曲げモーメントを受けるためだと考えられ

る。また、鋼はこれとは逆方向の曲げモーメントを受けるので、図 3 に示したように窒化けい素とは逆の応力分布となるものと考えられる。

なお、窒化けい素と鋼の間にはさんだ銅板は薄いのでその応力分布は図 3 には示せないが、FEM による計算結果では、この薄い銅板の中で応力値は窒化けい素側の界面の圧縮応力値から鋼側の引張りの応力値へ急激に変化している。

図 4 には、試験片の下端における x 方向の残留応力 σ_x の分布を示した。この場合も図 2 および図 3 に示した x 軸上の残留応力と同様に、FEM によって計算した応力値は試験片中心に対してほぼ点対称の分布をしている。点線と実線で示した二次元および三次元応力

図 3 試験片表面の中心線 (x 軸) 上の残留応力 σ_y の分布

図 4 試験片上下端部の残留応力 σ_x の分布

解析による窒化けい素の応力値は、図2と同様に界面の近くでは異なっているが、図2に示した試験片中心上の結果と比べて、その差が小さい。これは、試験片下端では σ_y は理論上零であり、応力値は近似的に二次元的に分布しているためであると考えられる。界面から約5 mm以上離れたと、図2の場合と同様に、二次元および三次元応力解析の結果はほぼ一致している。

FEMによって計算した窒化けい素の引張残留応力値は、界面から急激に上昇し、界面のごく近傍で約150 MPaの引張りの最大値をとり、界面から離れるにつれてゆるやかに減少し、右端ではほぼ零の値をとっている。この引張りの最大応力値は、図2に示した試験片中心部に比べると、約3.5倍大きい。接合材は、接合界面の下端または上端部のセラミックス側から破壊することが多い。これは、図3に示したようにこの部分に大きい引張残留応力のピークがあるためと考えられる。

窒化けい素に対して、鋼には界面から約1 mm離れた位置に圧縮の最大応力が生じているが、その絶対値は窒化けい素の最大引張応力値よりもやや小さく、約110 MPaである。このように鋼には、試験片上下端の界面近くに生ずる応力 σ_x は圧縮であるので強度上は特に問題はない。

図5および図6には、接合界面から約0.5 mm離れた界面に平行な線上における窒化けい素表面の三次元FEMによる応力値を示した。図5は、 x 方向の残留応力 σ_x の分布である。X線による残留応力の測定値と三次元FEMの結果は、あまり、よく一致していない。これは接合界面近くでは応力値 σ_x が急変するた

めに、測定位置の僅かなずれが測定値に大きく影響したためと考えられる。FEMによる応力値 σ_x は、図5からわかるように試験片の上下端で約180 MPaの大きい引張応力をとっているが、2~3 mm内側に入ると10~20 MPaの小さい値に急激に減少している。

図6は、 y 方向の残留応力 σ_y 分布で、FEMによる計算値およびX線による測定値ともに試験片中心部で圧縮の大きい応力を、また試験片の上下端で零に近い値を取っている。試験片中心部で窒化けい素がこのように大きい圧縮応力をとるのは、図3でも説明したように、試験片を高温で接合後、冷却過程で生ずる鋼および銅の大きい収縮によるものと考えられる。

なお、図2~6においてFEMによる残留応力の計算値は、X線による測定値に必ずしもよく一致していない。このような計算値と測定値の不一致は、次のような理由によるものと考えられる。まず、接合材界面における接合状態や残留応力に影響する因子は複雑であるので、FEMによる応力計算に用いたいくつかの仮定が実際にどの程度成り立っているかは明らかではない。また、高温における各材料の材料定数の精度も応力値の誤差の要因となる。その上、急激に変化する界面近くの応力を精度良く求めるためには、FEM計算に用いるメッシュをできるだけ細かくする必要があるが、特に三次元FEMにおいてはメッシュを細かくすると要素数は著しく増大し、計算に膨大な時間を要するので、用いるメッシュの大きさには限度があり、これによる誤差が導入される。さらに、微視的に見ればセラミックスと金属の接合界面では、通常、両材料またはその成分が化合物を生成することによって両材

図5 界面近傍($x=0.5$ mm)の窒化けい素の残留応力 σ_x の分布

図6 界面近傍($x=0.5$ mm)の窒化けい素の残留応力 σ_y の分布

料が接合するが^{(1)~(4)}、本研究で計算した巨視的な熱残留応力のみならず、この反応生成物が残留応力に与える影響を考慮に入れてFEM解析を行うことは、現在のところほとんど不可能である。

一方、X線による残留応力測定では、数十 μm の表面層を測定するので、試験片を製作する過程または製作後の表面の小さい傷などの表面状態の影響を強く受ける。また、本研究で用いた定時計数法によって同一の精度で応力値を測定するためには、X線照射面積にほぼ逆比例して測定時間(プリセットタイム)が増えるから⁽¹⁰⁾、この点から小さくできるX線照射面積の大きさが制限される。さらに、X線応力測定は巨視的に弾性等方性を有する多結晶体に対する弾性学の理論に基づいているから、照射面積をあまり小さくすると回折にあずかる結晶粒の数が減少し、応力値の測定精度が下がる。したがって、X線応力測定においてはX線照射面積をあまり小さくすることはできず、測定される応力値はこの面積内の平均値となる。

以上のことから、FEMによる計算値とX線による測定値は必ずしも一致しないが、図2~6からわかるように、三次元FEMの計算およびX線による測定によって求めた残留応力分布の傾向はよく似ている。

3・2 接合材の等応力線図 図7~10は、FEMによる三次元応力解析によって求めた接合材の残留応力の等応力線図を示した。図7と図8は、試験片表面の x 方向および y 方向の残留応力 σ_x および σ_y の等応力線図である。これらの図において、応力の計算値は中心線(x 軸)に関して上下対称に分布するから、図には試験片の上半分のみを示してある。図7は σ_x の分布であるが、この図から接合材界面の上端部には、窒化けい素側に引張りの、また、鋼側には圧縮の大きい応力集中が生じていることがわかる。図7から、接合材の破壊は、図4でも説明したように、引張りの大きい残留応力が集中している窒化けい素側の界面近傍の

上下端部から生ずることがわかる。

図8は、 σ_y の分布である。この図から、界面近傍の窒化けい素には圧縮の大きい残留応力が、また鋼には引張りの残留応力が生じており、その値は試験片中心部($y=0$)に近づくほど大きくなっていることがわかる。これは、図3でも説明したように、鋼の線膨張係数は窒化けい素の係数よりも約4.5倍大きいので、両材料を接合後、冷却過程で生ずる熱収縮の差によるものと考えられる。また、試験片右端の窒化けい素には引張りの、左端の鋼には圧縮の残留応力が生じているのは、図3で述べたように両材料の熱収縮の差によって界面に生ずる曲げモーメントによるものと考えられる。

図9には中心線(x 軸)を含む断面の等応力線図を示した。図9(a)は、 σ_x の分布である。試験片表面の接合界面付近には応力集中が生じているが、その値は非常に小さいことが図9(a)からわかる。また、応力は界面近傍では板厚方向にも大きく変化している。

図9(b)には、 y 方向の応力 σ_y の分布を示した。界面付近で窒化けい素には圧縮の、また鋼側には引張りの大きい応力を生じているが板厚方向の変化は比較的小さい。

図9(c)は、板厚方向(z 方向)の応力 σ_z の分布である。試験片表面では σ_z は零であるが、界面近傍の板厚中心部では、鋼および銅の大きい収縮によって窒化けい素には圧縮応力が、鋼には引張応力が生じていることがわかる。

図9(a)~(c)から、残留応力は界面近くでは三次元的に分布し、かつ板厚方向にもその値が変化していることがわかる。しかし、残留応力は界面から離れると、 $\sigma_z=0$ であり、かつ σ_x と σ_y の板厚方向の変化も小さく平面応力状態になっている。

図10は、試験片上下端部の σ_x の等応力線図である。界面近くでは、窒化けい素には引張りの、また鋼には圧縮の大きい応力集中を生じているが、板厚方向の

図7 試験片表面の σ_x の等応力線図

図8 試験片表面の σ_y の等応力線図

変化は比較的小さい。従来、FEM による接合材の残留応力解析⁽⁵⁾⁽⁶⁾、またはひずみゲージを用いた残留応力測定⁽⁷⁾においては、二次元応力分布を仮定したものが多。しかし、上記の結果からわかるように接合材界面近くでは大きい応力集中を生じ、応力は三次元的に分布している。この接合界面の残留応力が接合材の強度を支配すると考えられるので、界面近傍において残留応力が三次元的に分布しているという事実は、接合材の強度を論ずる上で極めて重要な事実であると考えられる。

なお、本研究ではいくつかの仮定のもとに接合材の残留応力を FEM を用いて計算したが、将来、接合の機構や残留応力発生に及ぼす因子がさらに詳しく解明されれば、FEM による残留応力計算の精度がより向上するものと考えられる。

4. 結 論

窒化けい素の板を銅を介して炭素鋼 S 45 C の板に

ろう付けした試験片に生ずる熱残留応力分布を、FEM を用いた二次元および三次元熱弾塑性応力解析によって明らかにするとともに、X 線回折によって試験片表面の残留応力を測定し、結果を比較した。得られた主な結論は、次のとおりである。

(1) FEM による三次元応力解析によれば、試験片表面の中心線(x 軸)に沿った x 方向の残留応力 σ_x は、接合界面から約 1 mm 離れた位置に窒化けい素には約 40 MPa の引張りの最大値を、また鋼には約 45 MPa の圧縮の最大値をとる。 σ_x は、界面から離れるにつれて減少し、窒化けい素および鋼では、それぞれ圧縮および引張りの小さい値をとる。これに対して、二次元応力解析によれば、 σ_x は界面近傍では窒化けい素では圧縮の、また鋼では引張りの小さい残留応力がゆるやかに変化しており、三次元応力解析の結果と全く異なった分布をしている。これは、界面近くでは、大きい応力集中を生じ、応力は板厚方向にも変化し、三次元的に分布するためだと考えられる。

図 9 x 軸を含む断面の等応力線図

図 10 試験片の上下側面の σ_x の等応力線図

(2) x 軸に沿った試験片表面の y 方向の応力 σ_y は、界面隣接部では窒化けい素では約 220 MPa の大きい圧縮の値を、また鋼では約 200 MPa の引張りの値をとる。これらの値は界面から離れるにつれて減少し、試験片の左右両端部では窒化けい素には引張りの、また鋼には圧縮の小さい値をとる。これは、鋼の線膨張係数が窒化けい素の係数よりも約 4.5 倍大きいので、高温で接合後、室温までの冷却過程における両材料の熱収縮の差、およびこれによって界面に働く曲げモーメントによるものと考えられる。

(3) 試験片上下端部の窒化けい素の残留応力 σ_x は、界面から約 1 mm 離れた位置に約 150 MPa の大きい引張りの最大値をとり、界面から離れるにつれて値が減少し試験片の右端面ではほぼ零となる。試験片上下端部の窒化けい素側の界面近傍が接合材の破断の起点となることが多いのは、このように界面に垂直方向の最大引張応力がこの部分に生ずるためと考えられる。また、試験片上下端部では、FEM による二次元と三次元応力解析の結果には、試験片中心部(x 軸上)の場合と異なり、大きい差は見られない。これは、試験片上下端部では σ_y は零で、応力は近似的に二次元的に分布するためと考えられる。

(4) 試験片中心および上下端部の、界面に垂直な線上の残留応力 σ_x および σ_y は、界面を中心としてほぼ点対称の分布をする。また、これらの線上では界面から約 5 mm 以上離れると、FEM による二次元と三次元応力解析の結果はほぼ一致する。これは界面から離れると試験片断面の応力は平面応力状態になるためと考えられる。

(5) FEM による三次元応力解析によれば、 x 軸

を含む試験片中心部の断面の残留応力は、界面近くで三次元的に分布し、 σ_x と σ_z は板厚方向にも大きく変化している。しかし、応力 σ_y の板厚方向の変化は小さい。界面から離れると、これらの応力の板厚方向の変化は小さくなる。

(6) X 線による残留応力の測定と FEM による三次元応力解析による残留応力分布の傾向はよく似ている。

なお、本研究で用いた試験片は、日本溶接協会セラミック部材接合技術の試験・評価方法の研究委員会が東芝(株)に委託して製作したものである。

文 献

- (1) 荒田・大森, 溶接学会誌, 52-8(1983), 624.
- (2) 高塩, 日本金属学会会報, 24-2(1985), 113.
- (3) Nicholas, M. G. (Ishida, Y. 編), *Fundamentals of Diffusion Bonding*, (1987), 25, Elsevier.
- (4) Klomp, J. T., 文献(3)の3ページ.
- (5) 宮川・ほか3名, 機論, 54-507, A(1988), 1949.
- (6) 小林・ほか3名, 機論, 55-512, A(1989), 750.
- (7) Suganuma, S., Okamoto, T. and Kamachi, K., *J. Mater. Sci.*, 22(1987), 2702.
- (8) 栗田・ほか5名, 機論, 56-524, A(1990), 978.
- (9) 栗田・ほか4名, 機論, 54-500, A(1988), 854.
- (10) Kurita, M., *Journal of Testing and Evaluation*, 9-5(1981), 285.
- (11) 栗田, 非破壊検査, 39-3(1990), 243.
- (12) 栗田・小野, 機論, 55-509, A(1989), 152.
- (13) 栗田, 機論, 43-368, A(1977), 1358.
- (14) 栗田, 機論, 55-511, A(1989), 590.
- (15) Kurita, M., *Journal of Testing and Evaluation*, 9-2(1981), 133.
- (16) Kurita, M., *Journal of Testing and Evaluation*, 10-2(1982), 38.
- (17) Kurita, M., *Journal of Testing and Evaluation*, 11-2(1983), 143.