き裂計測における交流電位差の負荷荷重依存性の理論解析*

坂 真 澄^{*1}, 金 子 隆^{*2}, 阿 部 博 之^{*1}Theoretical Analysis of Loading Effect on A. C.
Potential Drop for Measurement of Cracks

Masumi SAKA, Takashi KANEKO and Hiroyuki ABÉ

A method for theoretical analysis of loading effect on a. c. potential drop is proposed for measurement of cracks. By treating formulation to solve Maxwell's equations for an a. c. current flow in a specimen, it is found that the conductivity σ and the permeability μ of the specimen can be handled collectively in the form $\sqrt{\mu\sigma}$. The quantity $\sqrt{\mu\sigma}$ is denoted by γ . Loading causes a change in γ . Since the change is considered to be dominant along the crack front, the loading effect is analyzed by introducing a thin layer confining the change along the crack front. The layer is named line impedance. Its property is determined by a frequency of the current and the change in γ , which is expressed as a function of the stress intensity factor, K_I , through a 2-D experiment. Numerical results are shown for a semielliptical and a semicircular surface crack.

Key Words: Fracture Mechanics, Stress Intensity Factor, Finite-Element Method, A. C. Potential Drop Technique, Surface Crack, Line Impedance

1. 緒 言

各種機器構造物の線形破壊力学に基づく健全性評価においては、応力拡大係数の評価が不可欠である。応力拡大係数は、一般には理論解析に基づいて算出される。しかしながら実際の構造物においては、形状の複雑さや荷重作用形態の複雑さによる境界条件の設定の困難さに起因して、解析が必ずしも容易でない場合が多い。

対象とする構造物において運転時と同一形態の荷重を作用させた状態で、き裂発生箇所において応力拡大係数を直接計測できれば便利である。

近年、坂ら⁽¹⁾は交流電位差法を適用して、モード I 形の応力拡大係数を評価するという新手法の原理を考案した。そこでは二次元き裂が対象とされた。本論文では、三次元き裂への適用という同手法の発展を目的とし、これに不可欠となる電位差に及ぼす負荷荷重の影響の理論解析手法を提案する。さらにその適用例として二、三の三次元表面き裂を取り上げ、解析結果を示す。

2. 問題の呈示

図 1 に示すような最大深さ a 、長さ $2c$ を有する半だ円板状表面き裂が、部材表面に垂直に存在し、き裂の対称軸に対し対称なモード I 形の荷重を受けているものとする。き裂の対称軸と部材表面の交点に原点を有し、き裂線を x 軸とする直角座標系 $(x, \bar{y}, \bar{z})$ を導入する。部材の透磁率を μ 、電気伝導度を σ とする。このようなき裂を有する部材に、 $\bar{y}$ 軸上の $\bar{y} = \pm h$ なる位置で交流電流を点入出力する問題を考える。ここに入出力する交流電流の周波数を f とする。

図 1 負荷を受ける半だ円板状表面き裂と交流電流入出力位置

* 原稿受付 平成 2 年 9 月 12 日。

^{*1} 正員、東北大学工学部 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)。

^{*2} 学生員、東北大学大学院。

3. 基 礎 式

交流電位差法で扱う交流電流の周波数範囲では、変位電流は伝導電流に比べて十分小さく無視できる。このとき基本となる方程式は、Maxwell の方程式により、準定常電流問題に対する次の4式となる⁽²⁾。

$$\text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{rot } \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{i}(\mathbf{x}, t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\mathbf{i}(\mathbf{x}, t) = \sigma \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \mu \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに $\mathbf{E}$ は電場の強さ、 $\mathbf{B}$ は磁束密度、 $\mathbf{H}$ は磁場の強さ、 $\mathbf{i}$ は電流密度であり、 $\mathbf{x}$ および t はそれぞれ場所ならびに時間を表す。なお本章では、 σ および μ は領域内で一定値をとるものとする。式(1)～(4)より⁽²⁾

$$\sigma \mu \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

である。

はじめに部材表面について考えてみよう。ここで $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ が次の形で与えられるものとする。

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \bar{\mathbf{E}}(x, \bar{y}) e^{mz} \cos \{ \omega t + \varphi(x) \} \quad \dots\dots (6)$$

ここに $\bar{\mathbf{E}}(x, \bar{y})$ は表面 ($z=0$) での電場の強さの振幅、 $m(>0)$ は定数、 $\omega(=2\pi f)$ は交流電流の角振動数、 $\varphi(x)$ は位置 x での位相である。 $m, \bar{\mathbf{E}}(x, \bar{y}), \varphi(x)$ がそれぞれ次式を満たすとき、式(6)は式(5)を満足する。

$$m = \sqrt{\omega \sigma \mu / 2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\nabla_{\bar{y}}^2 \bar{\mathbf{E}}(x, \bar{y}) = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに

$$\nabla_{\bar{y}}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial \bar{y}^2}$$

$$\varphi(x) = \varphi(\bar{z}) = m\bar{z} \quad \dots\dots\dots (9)$$

次に式(8)を解くことを考える。 $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ の発散が零で、 $\mathbf{i}(\mathbf{x}, t)$ の z 方向成分が零より

$$\text{div } \bar{\mathbf{E}}(x, \bar{y}) = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

これより部材表面上での流れ関数 $\psi_1(x, \bar{y})$ を次のよ

図 2 対称流れ

うに導入できる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}_x(x, \bar{y}) &= \frac{\partial \psi_1(x, \bar{y})}{\partial \bar{y}} \\ \bar{E}_y(x, \bar{y}) &= -\frac{\partial \psi_1(x, \bar{y})}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに $\bar{E}_x(x, \bar{y}), \bar{E}_y(x, \bar{y})$ はそれぞれ $\bar{\mathbf{E}}(x, \bar{y})$ の $x, \bar{y}$ 方向成分である。式(11)を式(8)に代入すれば

$$\nabla_{\bar{y}}^2 \psi_1(x, \bar{y}) = \text{const} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。

ここで式(12)中の const について考えてみる。問題の対称性より、 $x-\bar{y}$ 平面上で図2に示すように $\bar{y}$ 軸上に中心を有する円周 Γ を考えれば

$$\int_{\Gamma} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに $d\mathbf{l}$ は Γ の線素ベクトルである。したがって $\text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ の z 方向成分を $[\text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)]_z$ と表せば、Stokes の定理より

$$[\text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)]_z = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

となる。式(6)、(11)を式(14)に代入すれば、式(12)中の const は零となることがわかる。すなわち

$$\nabla_{\bar{y}}^2 \psi_1(x, \bar{y}) = 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。これで式(8)を解く問題は式(15)を解く問題に変換されたことになる。

同様にき裂面上での流れ関数を $\psi_2(x, \bar{z})$ とすれば次式が成り立つ。

$$\nabla_{\bar{z}}^2 \psi_2(x, \bar{z}) = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに

$$\nabla_{\bar{z}}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2}$$

である。

式(15)、(16)が導かれれば、それぞれ部材表面上およびき裂面上で定義される $\psi_1(x, \bar{y}), \psi_2(x, \bar{z})$ を接続し、まとめて $\psi(x, y)$ と表すことができる⁽³⁾。ここに y は $\bar{y}$ と $-\bar{z}$ をまとめたものを表す。これにより図3に示すように三次元表面き裂を $x-y$ 平面に展開し(対称性により試験片およびき裂の半分について示す)、図1の問題を同平面上での $\psi(x, y)$ を求める二次元問

図 3 一つの平面に展開したき裂面と部材表面

題として扱えるようになる。 $\phi(x, y)$ の満たす方程式は次の二次元 Laplace 方程式となる。

$$\nabla^2 \phi(x, y) = 0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

である。さらに $\phi(x, y)$ と共役な関数 $\phi(x, y)$ を用いれば

$$\nabla^2 \phi(x, y) = 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

が成立する。ここに $\phi(x, y)$ は部材およびき裂表面上の電位振幅である。

ところで Michael ら⁽³⁾ は、遠方で平行な一様流れを仮定して式(8)を求め、また式(12)の const を零と求め、式(15)、(16)を誘導している。しかしながら上記のように考察すれば、点入出力に対しても式(8)ならびに式(15)、(16)が導かれる。そこでは平行な一様流れの仮定は不必要である。なお点入出力の方が平行な一様流れに比べ、実用上便利である。また点入出力問題は特別な場合として平行な一様流問題を含む。

4. 角部における電場の特異挙動とその影響

前章では、き裂部を表面に展開することにより、二次元問題を二次元問題として取扱えることを示した。しかし厳密には、部材表面とき裂面の交線およびき裂端という角部の存在により、上述のごとく部材表面上およびき裂面上の流れのみに注目して二次元問題として取扱って得られる表面の電場は、若干ではあるが誤差を含むことが Kahn ら⁽⁴⁾、Michael ら⁽³⁾により報告されている。ここではその影響について調べる。

はじめにき裂をはさんだ二点間で無負荷時に計測される誤差を含まない電位差を V_0 としよう。角部の影響を考慮しないで二次元問題から求められる電位差を V_1 、その誤差を $\Delta \tilde{V}$ とすれば

$$V_1 = V_0 + \Delta \tilde{V} \quad \dots\dots\dots (19)$$

と書ける。次に負荷を加えたときに生じる V_0 の変化を ΔV_0 とする。一方、負荷を加えた後、二次元問題の解析により求められる電位差を V_2 とすれば、 V_2 には V_1 に負荷荷重の影響による変化 ΔV_1 (解析手法については後述する) が加わる ($V_2 = V_1 + \Delta V_1$)。これに式(19)を代入し ($V_2 = V_0 + \Delta \tilde{V} + \Delta V_0 + \Delta^2 \tilde{V}$)、二次の微小量 $\Delta^2 \tilde{V}$ を省略すれば

$$V_2 = V_0 + \Delta \tilde{V} + \Delta V_0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

と書ける。式(19)、(20)より二次元問題の解析から求められる無負荷時からの電位差変化は

$$V_2 - V_1 = \Delta V_0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

となり、真値に一致する。

ところで交流電位差法による応力拡大係数の評価には、負荷荷重の二つの異なる値に対する電位差の変化量が用いられる⁽¹⁾。上記考察に基づけば、角部における電場の特異挙動を考慮していない二次元問題の解を用いても、負荷荷重を変化させたときに生じる計測電位差の変化を精度良く求められることがわかる。

5. 有限要素法定式化

3章で求めた交流電場に関する二次元 Laplace 方程式(18)を、有限要素法を用いて解くことを考える。一般に Laplace 方程式を有限要素法により解くことは広く行われているが、本論文では後述の場所によって部材の物性値(透磁率および電気伝導度)が異なる問題にも適用が可能となるように、工夫を施す。ここでは二次元直流電場問題と比較して説明しよう。なお式(18)が電位の振幅に関するものであることから、以下では電位、電流の振幅のみに注目する。

5.1 二次元直流電場問題の有限要素式 形状関

数を N_i 、電流密度を q とすれば、各要素の単位厚さ当たりの節点電流ベクトル $\{I_i^e\}$ と節点電位ベクトル $\{\phi_i^e\}$ の間に次の関係式が成り立つ。

$$\{I_i^e\} = \sigma [h_{ij}^e] \{\phi_j^e\} \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに

$$h_{ij}^e = \iint_{S^e} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dx dy \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$I_i^e = \int_{l^e} q N_i dl \quad \dots\dots\dots (24)$$

であり、 S^e は要素の面積、 l^e は要素の境界のうち電位の値が与えられていない部分を表す。

5.2 二次元交流電場問題の有限要素式 x - y 面

内の単位長さ当たりの電流量を J とすれば、表面上での電流密度 q との間には

$$J = q / (\sqrt{2} m) \quad \dots\dots\dots (25)$$

なる関係がある。ここに m は式(7)で与えられ、表皮厚さの逆数を表す。これを式(24)に代入すれば

$$I_i^e = \sqrt{2} m \bar{I}_i^e \quad \dots\dots\dots (26)$$

となる。ここに $\bar{I}_i^e$ は

$$\bar{I}_i^e = \int_{l^e} J N_i dl \quad \dots\dots\dots (27)$$

で定義され、単位厚さ当たりではなく節点に流れている電流そのものを表している。直流の場合、 I_i^e と $\bar{I}_i^e$ の関係は単に板厚 T を用いて

$$I_i^e = \bar{I}_i^e / T \quad \dots\dots\dots (28)$$

と表される。しかし交流の場合には、 I_i^e と $\bar{I}_i^e$ の関係は式(26)で示したように $\sqrt{2} m$ の値によって決定さ

れる。

ところで考察によると、透磁率 μ と電気伝導度 σ の二つの物性値は、 $\sqrt{\mu\sigma}$ なる形で一つにまとめられる。これを

$$\gamma = \sqrt{\mu\sigma} \quad \dots\dots\dots (29)$$

と書くことにする**1。

物性値が異なる要素同士を連結して有限要素式を組立てる場合、要素間で連続するのは I_i^e ではなく $\bar{I}_i^e$ である。したがって本論文で対象とする問題の解析においては I_i^e ではなく $\bar{I}_i^e$ を用いて有限要素式を表現したほうが都合がよい。すなわち γ, ω の記号を用いて有限要素式を次のように書く。

$$\{\bar{I}_i^e\} = \frac{1}{\sqrt{\omega\gamma}} [k_i^e] \{\phi_i^e\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここに得られた有限要素式を、対象とする領域全体にわたって組立てる。

6. ラインインピーダンス

交流電位差法における計測電位差の負荷重依存性は、負荷によって生じる物性値 γ の変化に起因する。この変化は、き裂先端近傍で顕著なひずみの負荷による変化によるものである**2。今、 γ の変化がき裂前縁に沿って電流方向の厚さが零なる領域内で起こるものとする**3。厚さを零とすることにより、以降の議論において物性値を変化させる領域の厚さをパラメータの一つとして考えなくてすむことになる。図4にラインインピーダンスの概略図を示す。

ラインインピーダンスの両端 A, B での電位差を $\Delta\phi$ とすれば、前述の J と $\Delta\phi$ の関係は

$$J = \Delta\phi / (C\sqrt{\omega} \Delta\gamma) \quad \dots\dots\dots (31)$$

と書ける。ここに $\Delta\gamma$ はラインインピーダンスの受け

持つ γ の変化量であり、 C は長さの次元を持つ定数である。物性値変化がなければラインインピーダンスの両端で電位差は生じない。ここで無次元量 η' を導入し、 $\Delta\gamma$ を

$$\Delta\gamma = \eta' \gamma_0 \quad \dots\dots\dots (32)$$

と表すことにすれば、式(31)は

$$\Delta\phi / (\eta' C) = J\sqrt{\omega} \gamma_0 \quad \dots\dots\dots (33)$$

と書き直すことができる。なお式(32)を初めとし、以降、無負荷時の γ を特に γ_0 と表すことにする。式(33)はラインインピーダンスの受け持つ物性値変化の割合と電位差、すなわちき裂材の負荷による無負荷時からの電位差変化の関係を表す式である。ここで改めて $\eta = \eta' C$ と書くことにすれば、式(33)は

$$\Delta\phi / \eta = J\sqrt{\omega} \gamma_0 \quad \dots\dots\dots (34)$$

となる。

η を応力拡大係数 K_I によって決定する。その決定方法を以下に示す。図5(a)に式(34)で与えられる $\Delta\phi$ と η の関係を示す。一方、図5(b)には二次元き裂材表面上のき裂をまたいだ二点間で計測される負荷による無負荷時からの電位差変化 $\Delta\bar{E}$ と K_I の関係¹⁾

$$d(\Delta\bar{E}) = \alpha_{EK} dK_I \quad \dots\dots\dots (35)$$

を示す。ここに α_{EK} は対象とする材料、電流の周波数、電流量により決定され、き裂長さには依存しない。今、き裂材の電位差変化はラインインピーダンス内で集中的に生じると考えているため、 $d(\Delta\phi)$ を $d(\Delta\bar{E})$ に等置すれば、式(34)、(35)より次式を得る [図5(c)]。

図4 ラインインピーダンス

図5 ラインインピーダンス特性の決定方法の概略図

**1 坂ら¹⁾はき裂材を抵抗成分と容量成分からなる簡単な等価回路モデルで表し、容量成分の影響は極めて小さく、き裂材のインピーダンスは表皮厚さを δ として次式で表される抵抗成分のインピーダンス Z_k により決定されることを示している。

$$Z_k = l(T\delta\delta)$$

ここに l は部材表面およびき裂表面に沿った電位差計測端子間の流路長さである。ここで $\delta = 1/m$ を考慮し、 σ, μ, ω で表せば次式が得られ、この中に式(29)で定義した γ が現れていることに気付くことができる。

$$Z_k = (l/T) \sqrt{\omega/2} \sqrt{\mu/\sigma}$$

**2 著者は弾性ひずみの変化により電位差変化が生じることを確認している。

**3 ラインインピーダンスは、弾性あるいは弾塑性き裂問題におけるラインスプリング¹⁾に類似する。しかしラインスプリングでは、き裂深さ、すなわち幾何学的量の変化によりスプリングの特性を変化させるが、ラインインピーダンスでは物性値の変化により特性を変化させるという点で大きく異なる。

$$d\eta = \alpha_{\eta K} dK_I \quad \dots\dots\dots (36)$$

ここに

$$\alpha_{\eta K} = \alpha_{EK} / (J \sqrt{\omega} \gamma_0) \quad \dots\dots\dots (37)$$

である。

7. 三次元表面き裂の解析

7.1 ラインインピーダンス要素の導入 解析対象とするき裂材を図6のように展開して考える。電流はき裂前縁に連続的に分布したラインインピーダンスを通り、き裂先端から反対側の同地点へ流れる。ラインインピーダンスの特性は、き裂前縁に沿った応力拡大係数の分布に基づき式(36)、(37)より評価する。

き裂前縁に沿うラインインピーダンスの連続分布をラインインピーダンス要素^{***}により表す。図7に二次のラインインピーダンス要素を示す。ここに ξ は要素の局所座標を表す。同要素はき裂前縁上に6個の節点を有し、辺123と辺456は無負荷時には等電位である。 $\xi = -1, 0, 1$ における二点間の電位差をそれぞれ $\Delta\bar{\phi}^A, \Delta\bar{\phi}^B, \Delta\bar{\phi}^C$ とすると、 $-1 \leq \xi \leq 1$ における任意の位置の電位差は次のように与えられる。

$$\Delta\phi(\xi) = [\bar{N}_1 \bar{N}_2 \bar{N}_3] [\Delta\bar{\phi}^A \Delta\bar{\phi}^B \Delta\bar{\phi}^C]^T \quad \dots\dots\dots (38)$$

ここに $[\]^T$ は $[\]$ の転置を表し、 $\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{N}_3$ は次式で与えられる形状関数である。

$$\left. \begin{aligned} \bar{N}_1 &= -\xi(1-\xi)/2 \\ \bar{N}_2 &= 1-\xi^2 \\ \bar{N}_3 &= \xi(1+\xi)/2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (39)$$

また節点1～6に流れる電流 $\bar{I}^1 \sim \bar{I}^6$ は次式で表される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{I}^1 \\ \bar{I}^2 \\ \bar{I}^3 \end{array} \right\} = - \left\{ \begin{array}{l} \bar{I}^4 \\ \bar{I}^5 \\ \bar{I}^6 \end{array} \right\} = \int_{\bar{\Gamma}} J(\xi) \left\{ \begin{array}{l} \bar{N}_1 \\ \bar{N}_2 \\ \bar{N}_3 \end{array} \right\} d\bar{\Gamma} \quad \dots\dots\dots (40)$$

ここに $J(\xi)$ は辺123あるいは辺456上の単位長さ当たり流れる電流、 $\bar{\Gamma}^e$ は要素長さである。

ここで式(38)を考慮して式(34)を式(40)に代入すれば、 η が要素内で一定であるとして次式を得る。

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{I}^1 \\ \bar{I}^2 \\ \bar{I}^3 \end{array} \right\} = - \left\{ \begin{array}{l} \bar{I}^4 \\ \bar{I}^5 \\ \bar{I}^6 \end{array} \right\} = \frac{1}{\sqrt{\omega \eta} \gamma_0} [B] \left\{ \begin{array}{l} \Delta\bar{\phi}^A \\ \Delta\bar{\phi}^B \\ \Delta\bar{\phi}^C \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (41)$$

ここに

$$[B] = \int_{\bar{\Gamma}} \left\{ \begin{array}{l} \bar{N}_1 \\ \bar{N}_2 \\ \bar{N}_3 \end{array} \right\} [\bar{N}_1 \bar{N}_2 \bar{N}_3] d\bar{\Gamma} \quad \dots\dots\dots (42)$$

である。ここで

$$[B] = \left[\begin{array}{ccc} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ & B_{22} & B_{23} \\ \text{SYM.} & & B_{33} \end{array} \right] \quad \dots\dots\dots (43)$$

と表し、さらに $\Delta\bar{\phi}^A, \Delta\bar{\phi}^B, \Delta\bar{\phi}^C$ と節点電位 $\bar{\phi}^k (k=1, 2, \dots, 6)$ の関係が次のように表されること

$$\left. \begin{aligned} \Delta\bar{\phi}^A &= \bar{\phi}^1 - \bar{\phi}^4 \\ \Delta\bar{\phi}^B &= \bar{\phi}^2 - \bar{\phi}^5 \\ \Delta\bar{\phi}^C &= \bar{\phi}^3 - \bar{\phi}^6 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (44)$$

を考慮すれば、 $\bar{I}^k$ と $\bar{\phi}^k$ の関係として次式を得る。

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{I}^1 \\ \bar{I}^2 \\ \bar{I}^3 \\ \bar{I}^4 \\ \bar{I}^5 \\ \bar{I}^6 \end{array} \right\} = \frac{1}{\sqrt{\omega \eta} \gamma_0} \times \left[\begin{array}{cccccc} B_{11} & B_{12} & B_{13} & -B_{11} & -B_{12} & -B_{13} \\ & B_{22} & B_{23} & -B_{12} & -B_{22} & -B_{23} \\ & & B_{33} & -B_{13} & -B_{23} & -B_{33} \\ & & & B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ & & & & B_{22} & B_{23} \\ \text{SYM.} & & & & & B_{33} \end{array} \right] \times \left\{ \begin{array}{l} \bar{\phi}^1 \\ \bar{\phi}^2 \\ \bar{\phi}^3 \\ \bar{\phi}^4 \\ \bar{\phi}^5 \\ \bar{\phi}^6 \end{array} \right\}^T \quad \dots\dots\dots (45)$$

7.2 解析例 ここでは例としてき裂の遠方でき裂面に垂直方向の一樣引張応力 σ_∞ を受ける平板(板厚 t)の中央に存在する三次元表面き裂を取り上げる。対象とするき裂は、 $a/c=0.2, a/t=0.8$ および $a/c=$

図6 半円板状表面き裂前縁に沿うラインインピーダンスの連続分布

図7 二次のラインインピーダンス要素

^{***} (好ら¹⁶⁾はラインスプリングの連続分布を表すためラインスプリング要素を開発している。ラインインピーダンス要素はこれに類似する。

1.0, $a/t=0.2$ の二種である。なおここで用いる電流の周波数は α_{rk} を求める際に使用する電流周波数と同一とする。き裂前縁に沿う K_I の分布には、図8に示す Raju-Newman⁽⁷⁾ の解析結果を用いる。図中、 Q は第2種完全だ円積分の平方を表す。

き裂材表面上のき裂面に垂直な線上、 $\bar{y}=\pm b$ なる二点間で電位差 ΔE を計測するものとする。負荷の変化に伴う ΔE の変化 $d(\Delta E)$ は次のように表すことができる。

$$d(\Delta E) = a_{\epsilon\sigma}(x, b) d\sigma_{\infty} \cdots \cdots (46)$$

ここに $a_{\epsilon\sigma}(x, b)$ は x と b の関数であり、また電流量 I に比例する。電流入力端子位置を $h=2.2c$ 、平板の幅および長さをそれぞれ $16c, 12c$ として得られた解析結果を図9に示す。

8. 結 言

交流電位差法を用いたモード I 形応力拡大係数 K_I の評価手法の発展を目的として、電位差に及ぼす負荷荷重の影響の理論解析手法を提案した。得られた結果をまとめて以下に示す。

(1) 部材表面に垂直な半だ円板状表面き裂に対し、部材表面上でき裂の対称軸と直交する線上、き裂から等距離だけ離れた二点間で電流を点入出力する問題において、表面での電位分布は二次元 Laplace 方程式により支配されることを示した。

(2) 部材表面とき裂面の交線およびき裂端という角部における電場の特異挙動が電位差に与える影響について考察した。その結果、角部の影響を考慮せず二次元問題として取扱って得られる解を用いても、負荷荷重を変化させたときに生じる電位差変化を精度良く求められることを示した。

図8 き裂前縁に沿う応力拡大係数の分布⁽⁷⁾

(3) 透磁率 μ と電気伝導度 σ が、 $\sqrt{\mu\sigma}$ なる形にまとめられることを示し、これを γ と表した。

(4) 負荷に対する電位差の変化を表現するため、き裂前縁に沿って分布するラインインピーダンスを導入した。その特性を γ の変化によって決定した。ここに γ の変化は二次元き裂の実験に基づき、 K_I に比例する形で与えられることを示した。

(5) 半だ円板状表面き裂と半円板状表面き裂を取り上げ、これに垂直な一様引張応力が遠方で作用し、その値を変化させたときに、き裂をまたいだ二点間で生じる電位差変化について解析例を示した。

最後に、有益な討論をいただいた東北大学・林一夫教授に感謝の意を表す。また本研究の一部は文部省科学研究費補助金[平成2年度一般研究(B)02452097]によったことを記し、謝意を表す。なお数値計算は東

(a) 半だ円板状表面き裂

(b) 半円板状表面き裂

図9 数値計算結果

北大学大型計算機センター ACOS シリーズシステム
2020 によったことを記す。

文 献

- (1) 坂・ほか2名, 機論, 56-528, A(1990), 1855.
 - (2) 砂川, 理論電磁気学, (1973), 176, 紀伊國屋書店.
 - (3) Michael, D. H., ほか2名, *Proc. R. Soc. Lond., A*, 381 (1982), 139.
 - (4) Kahn, A. H., ほか2名, *J. Appl. Phys.*, 48-11(1977), 4454.
 - (5) Rice, J. R. and Levy, N., *Trans. ASME, Ser. E*, 39-1(1972), 185.
 - (6) 三好・ほか3名, 機論, 50-451, A(1984), 477.
 - (7) Raju, I. S. and Newman, J. C., Jr., *Eng. Fract. Mech.*, 11-4(1979), 817.
-