ねじり衝撃を受ける異種材接合円柱の波動伝ば解析* (第 1 報, 弾性体の場合)

海 津 浩 一^{*1}, 宮 本 正 昭^{*2}, 谷 村 眞 治^{*1}

Numerical Analysis of Torsional Wave Propagation in A Circular Cylinder Composed of Several Cylinders (First Report, Elastic Bodies)

Koichi KAIZU, Masaaki MIYAMOTO and Shinji TANIMURA

In this paper, a finite difference method based on integration along bicharacteristics is extended for the numerical analysis of the propagation of two-dimensional torsional wave in an elastic circular cylinder composed of several cylinders bonded completely at each end. A numerical example is worked out for the case in which torsional impact is applied to the end face of the cylinder. By obtaining numerical results for various mechanical properties of the cylinders, it is shown that the propagation of the reflected and transmitted waves can be investigated in detail.

Key Words: Numerical Analysis, Stress Wave, Torsional Impact, Bicharacteristics, Elasticity, Circular Cylinder

1. 結 言

衝撃問題に用いられる数値解法としては, 差分法, 有限要素法, 境界要素法などがあるが, その中で, 二次元波動伝ばに対する従特性曲線法^{(1)~(6)}は応力波の反射・干渉などの複雑な波動の伝ばの状況を正確に知ることができるうえ, 安定な解が得られやすいことなどから, 単純な形状のものに対しては, 非常に有用な解法である。この解法により, 縦衝撃を受ける弾性円柱⁽²⁾⁽³⁾および円管⁽⁴⁾ならびに弾性/粘塑性円柱⁽⁵⁾および円管⁽⁶⁾の動的挙動の解析が行われている。また, 著者らはねじり衝撃を受ける弾性/粘塑性円柱の解析に従特性曲線法を用い, この解法がねじり衝撃を受ける円柱の解析にも有用であることを示した⁽⁷⁾。

近年, 摩擦圧接技術が実用化され, 各種の機械部品の製作に用いられ, 金属と高分子材料, 金属とセラミックスの接合なども試みられている。このようなことから, 今後, 異種材料を接合した機械部品がより多く用いられることになると予想され, そのようなものに衝撃荷重が作用する場合の動的挙動を明らかにす

ることは耐衝撃設計の面から重要な問題になると思われる。

異種材を接合した軸がねじり衝撃を受けるときの動的挙動は, 回転軸等の設計に実用面で極めて重要な問題であるうえ, 材料の異なるものを数多く接合した軸に衝撃荷重が作用すると, 各接合面で応力波が反射・透過を繰返し, 非常に複雑な応力状態になることが考えられ, 非常に興味深い問題である。異種材を接合した棒にねじり衝撃が作用する場合の研究として, 段付丸棒がねじり衝撃を受けるときの応力波の反射および透過の簡便式⁽⁹⁾が一次元理論により検討されている。また段付丸棒の角部での応力特異性に関する研究⁽¹⁰⁾もなされている。しかしながら, これらはすべて弾性解析であり, 粘塑性変形する接合円柱の解析はまだ行われていないようである。

本研究の目的は, 材質の異なる部分を有する構造のものに対して, 著者らの提案した従特性曲線法による解法⁽⁸⁾を用いて, いくつもの異なる材質のものを接合した円柱にねじり衝撃が作用するときのせん断波の伝ばの状況を粘塑性変形も考慮して詳細に解析できる方法を示すことである。今回はその第一段階として, 接合円柱の弾性波の反射・透過を解析することを試み, 同径の材質の異なる円柱を完全につなぎあわせた異種

* 原稿受付 平成 2 年 9 月 25 日。

^{*1} 正員, 大阪府立大学工学部 (〒591 堺市百舌鳥梅町 4-804)。

^{*2} 准員, 三洋電機(株) (〒570 守口市京阪本通 2-18)。

材接合円柱が軸対称のねじり衝撃を受けるときの弾性波動伝ば問題に、従特性曲線に沿った数値積分法を適用する場合の基礎式を導出した。また、数値計算例により、異種材接合円柱内の応力波の透過と反射に及ぼす材質の影響や衝撃荷重の立上り時間等の影響などについて調べた。

2. 理論解析

2・1 基礎式 図1に示すように、直径 $2a$ の半無限長の円柱の一端に同径の材質の異なる長さ L_1 の円柱を完全に接合した異種材接合円柱があり、その一端をランプ状の衝撃速度で急激にねじったときの二次元波動伝ば問題を考える。接合した2種類の円柱のうち、長さ L_1 の円柱を円柱1、半無限長の円柱を円柱2とする。円柱の中心軸を z 軸とする円柱座標 (r, θ, z) を用いる。このような軸対称の場合の運動方程式は円柱1, 2の場合とも同形であり、次式のように表される。

$$\rho \frac{\partial v_\theta}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 v_θ は粒子速度成分、 $\tau_{r\theta}$, $\tau_{z\theta}$ は各応力成分、 ρ は密度、 t は時間である。

粒子速度成分と応力の速度成分の関係は次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} &= \frac{\dot{\tau}_{r\theta}}{\mu} \dots\dots\dots (2) \\ \frac{\partial v_\theta}{\partial z} &= \frac{\dot{\tau}_{z\theta}}{\mu} \end{aligned}$$

ここで、“ $\dot{}$ ” は時間微分を表し、 μ は剛性率である。

基礎式を行列の形で表すと次のようになる。

〈円柱1〉

$$L[W] = A'W_t + A''W_r + A'''W_z - B = 0 \dots\dots\dots (3)$$

〈円柱2〉

$$L[W] = A''W_t + A'''W_r + A''''W_z - B' = 0 \dots\dots\dots (4)$$

ここで、ベクトル W , B および行列 A' , A'' , A''' は次に示すとおりである。

$$W' = \{v, p, q\}, B' = \{2p/r, -v/r, 0\}$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A'' = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A''' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

また、ベクトル W' , B' および行列 A' , A'' , A''' は次に示すとおりである。

$$W'' = \{v', p', q'\}, B'' = \{2mp'/r, -v'/r, 0\}$$

$$A'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & ml^2 & 0 \\ 0 & 0 & ml^2 \end{bmatrix}, A''' = \begin{bmatrix} 0 & -m & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A'''' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ただし

$$t = \frac{c}{r_0} \hat{t}, r = \frac{\hat{r}}{r_0}, z = \frac{\hat{z}}{r_0}, v = \frac{\hat{v}_\theta}{c}$$

$$p = \frac{\hat{\tau}_{r\theta}}{\rho c^2}, q = \frac{\hat{\tau}_{z\theta}}{\rho c^2}, v' = \frac{\hat{v}'_\theta}{c}$$

$$p' = \frac{\hat{\tau}_{r\theta}'}{\rho c^2}, q' = \frac{\hat{\tau}_{z\theta}'}{\rho c^2}, m = \frac{\rho}{\rho'}, l = \frac{c}{c'}$$

である。ここで、 $\hat{}$ は有次元量を表し、 c はせん断波の伝ば速度を、 r_0 は代表長さ(以下では円柱の半径を用いる)を表す。また“ $'$ ” は円柱2における各成分を表す。

2・2 基礎式の差分表示 式(3), (4)は1階の半線形微分方程式系であり、その特性曲面は図2のように円すい面となる。ここで k は時間刻み幅であり、 H は座標刻み幅である。この円すい面の底面の半径がせん断波の伝ば速度に対応し、母線が従特性曲線である。この従特性曲線に沿う微分関係式と基礎式を時間軸に沿って積分して求められる差分方程式とを連立させることによって、ベクトル W と W' の各成分の増分 δv , δp , δq および $\delta v'$, $\delta p'$, $\delta q'$ を求めることができる⁷⁾。円柱1に関する差分式は文献(7)の式(6)中の粘塑性ひずみ速度に関する関数 $\langle D \rangle$ を除いたものと一致するために、ここでは省略する。

図1 接合円柱と座標系

図2 特性円すい

円柱2に関する従特性曲線に沿う微分関係式と基礎式を時間積分した式は、材質による伝ば速度の相違⁽⁸⁾を考慮すると、文献(1)と同様の手順により次のようになる。

$$\begin{aligned}
 l\delta v' + ml^2\delta p' &= -\frac{k}{2} \left\{ -ml(q_z'' + q_{z1}') - 2ml\frac{\dot{p}_0 + \delta p'}{r_0} - 2ml\frac{\dot{p}_1}{r_1} + \frac{v_0 + \delta v'}{r_0} + \frac{v_1}{r_1} \right\} - l(v_0' - v_1') - ml^2(p_0' - p_1') \\
 l\delta v' - ml^2\delta p' &= -\frac{k}{2} \left\{ -ml(q_z'' + q_{z3}') - 2ml\frac{\dot{p}_0 + \delta p'}{r_0} - 2ml\frac{\dot{p}_3}{r_3} - \frac{v_0 + \delta v'}{r_0} - \frac{v_3}{r_3} \right\} - l(v_0' - v_3') + ml^2(p_0' - p_3') \\
 l\delta v' + ml^2\delta q' &= -\frac{k}{2} \left\{ -ml(p_r'' + p_{r2}') - 2ml\frac{\dot{p}_0 + \delta p'}{r_0} - 2ml\frac{\dot{p}_2}{r_2} \right\} - l(v_0' - v_2') - ml^2(q_0' - q_2') \\
 l\delta v' - ml^2\delta q' &= -\frac{k}{2} \left\{ -ml(p_r'' + p_{r4}') - 2ml\frac{\dot{p}_0 + \delta p'}{r_0} - 2ml\frac{\dot{p}_4}{r_4} \right\} - l(v_0' - v_4') + ml^2(q_0' - q_4') \\
 \delta v' &= m\frac{k}{2} \left(p_r'' + q_z'' + 2\frac{\dot{p}_0 + \delta p'}{r_0} + p_{r0}' + q_{z0}' + 2\frac{\dot{p}_0}{r_0} \right), \quad \delta p' = \frac{1}{ml^2} \frac{k}{2} \left(v_r'' - \frac{v_0 + \delta v'}{r_0} + v_{r0}' - \frac{v_0}{r_0} \right) \\
 \delta q' &= \frac{1}{ml^2} \frac{k}{2} (v_z'' + v_{z0}')
 \end{aligned}$$

..... (5)

ここで、“'”は円柱2の各成分を表す。また上添字“0”と下添字“0”はそれぞれ (r_0, z_0, t_0) , $(r_0, z_0, t_0 - k)$ での各変数の値を示しており、添字の数字は図2に対応し、添字 r, z はそれぞれの変数に関する偏微分を表している。

式(5)を連立させて解くことにより、 $\delta v'$, $\delta p'$, $\delta q'$ に関する次の差分式が得られる。

$$\begin{aligned}
 \delta v' &= -\frac{r_0}{k} (E_1 + 2ml^2\delta p'), \quad \delta p' = \left\{ -\left(1 - \frac{k}{2r_0}\right)E_1 + \frac{k}{r_0}E_3 + \frac{k}{r_0}ml^2\delta q' \right\} / \left\{ ml\left(\frac{k}{r_0}\right)^2 + 2ml^3 \right\}, \quad \delta q' = -\frac{E_2}{2ml^2} \\
 E_1 &= \frac{k}{2} \left\{ -\frac{4mk}{r_0} \left(p_{r0}' - \frac{\dot{p}_0}{r_0} \right) \right\} - mk^2(p_{rr0}' + q_{rz0}') - 2k \left(v_{r0}' - \frac{v_0}{r_0} \right) \\
 E_2 &= \frac{k}{2} \left\{ -2mkp_{rz0}' - \frac{4mk}{r_0} \dot{p}_{z0} \right\} - mk^2q_{zz0}' - 2kv_{z0}' \\
 E_3 &= \frac{k}{2} \left\{ -mp_{rz0}'k - 2 \left(2ml\frac{\dot{p}_0}{r_0} - m\frac{\dot{p}_{r0}}{r_0}k + m\frac{\dot{p}_0}{r_0^2}k \right) - 2mk\frac{\dot{p}_{z0}}{r_0} + mq_{rz0}'k - \frac{2v_0}{r_0} + \frac{v_{r0}'k}{r_0l} - \frac{v_0k}{r_0^2l} \right\} \\
 &\quad - k(mlp_{r0}' + mlq_{z0}' + v_{z0}' - v_{r0}') + \frac{k^2}{2} \left(mp_{rr0}' - mq_{zz0}' - \frac{v_{rr0}'}{l} - \frac{v_{zz0}'}{l} \right)
 \end{aligned}$$

..... (6)

円柱の端面、端面と側面の境界などでは、有効な従特性曲線の数が増減して差分方程式の数が増減することになるが、その分だけ境界条件で補足されることになり、境界ごとに必要な数の差分式の組合せが求められる。

2.3 接合面 円柱の接合面は互いに完全に接着されているものとし、接合面で $q=q'$, $v=v'$ の境界条件を仮定した。接合面での特性円すいは図3のようになり、このときの差分式は次式となる。

$$\begin{aligned}
 \delta v &= \frac{G_5G_8(G_3F_1 + 2F_2) - 2(G_7F_3 + G_5F_4)}{G_5G_8(G_1G_3 + 2G_2) - 2(G_4G_7 + G_5G_6)}, \quad \delta p = \frac{F_1 - G_1\delta v}{2}, \quad \delta q = G_2\delta v - G_3\delta p - F_2 \\
 \delta v' &= \delta v, \quad \delta p' = \frac{G_4\delta v - F_3}{G_5}, \quad \delta q' = \delta q \\
 F_1 &= -\frac{k}{2} \left\{ 4k \left(\frac{\dot{p}_0}{r_0^2} - \frac{\dot{p}_{r0}}{r_0} \right) \right\} - 2k \left(\frac{v_0}{r_0} - v_{r0}' \right) + k^2(p_{rr0}' + q_{rz0}') \\
 F_2 &= -\frac{k}{2} \left\{ -2\frac{v_0}{r_0} - k \left(\frac{v_0}{r_0^2} - \frac{v_{r0}'}{r_0} \right) - 4\frac{\dot{p}_0}{r_0} + 2\frac{\dot{p}_{r0} + \dot{p}_{z0}}{r_0}k - 2\frac{\dot{p}_0}{r_0^2}k + p_{rz0}'k + q_{rz0}'k \right\} - k(v_{r0}' + v_{z0}' - p_{r0}' - q_{z0}') \\
 &\quad - \frac{k^2}{2}(v_{rr0}' + v_{zz0}' + p_{rr0}' + q_{zz0}') \\
 F_3 &= \frac{k}{2} \left\{ -\frac{4mk}{r_0} \left(p_{r0}' - \frac{\dot{p}_0}{r_0} \right) \right\} - 2k \left(v_{r0}' - \frac{v_0}{r_0} \right) - k^2(mp_{rr0}' + mq_{rz0}') \\
 F_4 &= \frac{k}{2} \left\{ -2 \left(2ml\frac{\dot{p}_0}{r_0} - m\frac{\dot{p}_{r0}}{r_0}k + m\frac{\dot{p}_0}{r_0^2}k \right) - mp_{rz0}'k - 2m\frac{\dot{p}_{z0}}{r_0}k + mq_{rz0}'k - \frac{2v_0}{r_0} + \frac{v_{r0}'k}{r_0l} - \frac{v_0k}{r_0^2l} \right\} \\
 &\quad - k(mlp_{r0}' + mlq_{z0}' + v_{z0}' - v_{r0}') + \frac{k^2}{2} \left(mp_{rr0}' - mq_{zz0}' - \frac{v_{rr0}'}{l} - \frac{v_{zz0}'}{l} \right) \\
 G_1 &= k/r_0, \quad G_2 = 1 - G_1/2, \quad G_3 = 1 + G_1, \quad G_4 = -G_1, \quad G_5 = 2ml^2, \quad G_6 = -1 + G_1/2, \quad G_7 = ml^2 + mlG_1, \quad G_8 = G_5/2
 \end{aligned}$$

..... (7)

なお、図1の円柱に新たにもう1本の円柱を接合し、衝撃端側から円柱1、円柱2、円柱3とする場合には、円柱3の内部の差分式は、式(6)において l, m を $l' = \rho/\rho'', m' = c/c''$ (ここで、 ρ'', c'' はそれぞれ円柱3の密度とせん断波の伝ば速度である) と置き換えることにより得られる。また、境界条件を考慮し、円柱2に対する式(5)と円柱3に対する式より、円柱2と円柱3との間の接合面での差分式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} \delta v' &= \frac{N_7 N_{10} (N_4 M_1 + N_2 M_2) - N_2 N_5 (N_9 M_3 + N_7 M_4)}{N_7 N_{10} (N_1 N_4 + N_2 N_3) - N_2 N_5 (N_6 N_9 + N_8 N_7)}, \quad \delta p' = \frac{M_1 - N_1 \delta v'}{N_2}, \quad \delta q' = \frac{N_3 \delta v' - N_4 \delta p' - M_2}{N_5} \\ \delta v'' &= \delta v', \quad \delta p'' = \frac{N_6 \delta v'' - M_3}{N_7}, \quad \delta q'' = \delta q' \\ M_1 &= -\frac{k}{2} \left\{ 4mk \left(\frac{\dot{p}_0}{r_0^2} - \frac{\dot{p}_{r0}}{r_0} \right) \right\} - 2k \left(\frac{v_0}{r_0} - v_{r0} \right) + mk^2 (\dot{p}_{rr0} + q'_{rz0}) \\ M_2 &= -\frac{k}{2} \left\{ -2 \frac{v_0}{r_0} - \frac{k}{l} \left(\frac{v_0}{r_0^2} - \frac{v_{r0}}{r_0} \right) - 4ml \frac{\dot{p}_0}{r_0} + 2m \frac{\dot{p}_{r0} + \dot{p}_{z0}}{r_0} k - 2m \frac{\dot{p}_0}{r_0} k + m \dot{p}_{rz0} k + m q_{rz0} k \right\} \\ &\quad - k (v_{r0} + v_{z0} - ml \dot{p}_{r0} - ml q_{z0}) - \frac{k^2}{2} \left(\frac{v'_{rr0}}{l} + \frac{v'_{zz0}}{l} + m \dot{p}_{rr0} + m q'_{zz0} \right) \\ M_3 &= \frac{k}{2} \left\{ -\frac{4m'k}{r_0} \left(\dot{p}_{r0} - \frac{\dot{p}_0}{r_0} \right) \right\} - 2k \left(v_{r0} - \frac{v_0}{r_0} \right) - k^2 (m' \dot{p}_{rr0} + m' q'_{rz0}) \\ M_4 &= \frac{k}{2} \left\{ -2 \left(2m' l' \frac{\dot{p}_0}{r_0} - m' \frac{\dot{p}_{r0}}{r_0} k + m' \frac{\dot{p}_0}{r_0^2} k \right) - m' \dot{p}_{rz0} k - 2m' \frac{\dot{p}_{z0}}{r_0} k + m' q_{rz0} k - \frac{2v_0}{r_0} + \frac{v_{r0} k}{r_0 l'} - \frac{v_0 k}{r_0^2 l'} \right\} \\ &\quad - k (m' l' \dot{p}_{r0} + m' l' q_{z0} + v_{z0} - v_{r0}) + \frac{k^2}{2} \left(m' \dot{p}_{rr0} - m' q_{zz0} - \frac{v'_{zz0}}{l'} - \frac{v'_{rr0}}{l'} \right) \\ N_1 &= k/r_0, \quad N_2 = 2ml^2, \quad N_3 = 1 - N_1/2, \quad N_4 = N_2/2 + mlN_1, \quad N_5 = N_2/2, \quad N_6 = -N_1, \quad N_7 = 2m'l^2, \\ N_8 &= -l' + N_1/2, \quad N_9 = N_7/2 + m'l'N_1, \quad N_{10} = N_7/2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、“'”は l', m' を除いて円柱2の各成分を、また“''”は円柱3に対する各成分を表す。

さらに多くの円柱を接合する場合には、式(6)における l, m と式(8)における l, m, l', m' をそれぞれの円柱に対応させて変えることにより、それぞれの円柱と接合面に対する差分式を得ることできる。

2・4 負荷関数 衝撃端に作用させる負荷関数は次のように仮定した。

$$V_0(r, t) = \begin{cases} V_m \cdot t/t_r \cdot r/a & (t \leq t_r) \\ V_m \cdot r/a & (t > t_r) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 t_r は無次元立上り時間、 $V_m (= V_0/c)$ は無次元速度であり、 V_0 は立上り時間後の一定衝撃速度である。

2・5 境界条件 改めて、円柱を2本接合した場合

図3 接合面での特性円すい

合の境界条件を示すと以下になる。

$$\begin{aligned} \text{衝撃端: } v &= V_0(r, t) \\ \text{円柱1の側面: } p &= 0 \\ \text{円柱2の側面: } p' &= 0 \\ \text{接合面: } q &= q', \quad v = v' \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (10)$$

3. 計算結果および考察

材料は軟鋼と銅を仮定した。軟鋼材の材料定数として $\rho = 7.86 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $c = 3.24 \times 10^3 \text{ m/s}$ とし、銅の材料定数には $\rho' = 8.65 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $c' = 2.31 \times 10^3 \text{ m/s}$ を用いた。また、 $V_0 = 2.0 \text{ m/s}$, $r_0 = 0.01 \text{ m}$ とした。

接合円柱の接合面が応力波の反射と透過に及ぼす影響を明らかにするために、次の3種類のモデルを仮定する。

モデル(I): 円柱1(軟鋼)-円柱2(銅)

モデル(II): 円柱1(銅)-円柱2(軟鋼)

モデル(III): 円柱1(軟鋼)-円柱2(銅)-円柱3(軟鋼)

なお、モデル(III)は図1の円柱に、さらにもう1本の円柱を完全に接合した場合である。

初期条件としては、 $t=0$ で応力成分と粒子速度成分のすべてが零であるとした。また、数値解の安定性に関しては、衝撃端からの入力エネルギー E_{inp} と接合円柱のもつエネルギー E_{int} から、エネルギー誤差 $(E_{inp} - E_{int})/E_{inp}$ を調べるエネルギー法で検討した。以

下の計算例での誤差は2.3%以内であった。

図4にモデル(I)での接合円柱側面における q の分布を例示する。ここで $L_1=0.06\text{ m}$ としているため、 $z=6$ は接合面を表し、 $z=0\sim6$ は円柱1(軟鋼)、 $z=6$ 以上は円柱2(銅)に相当する。せん断波は $t=6$ で接合面に到達するので、 $t=8$ はせん断波が接合面に到達した直後の時刻であり、 $t=12$ はせん断波が接合面で透過あるいは反射し、その反射波が衝撃端に到達している時刻である。図より $t=12$ の時点では反射波の影響により円柱1内の応力値が減少し、せん断波は円柱2内を低い応力値で伝ばしていることがわかる。また、 $t_r=3, 5$ と t_r が長くなるほど波頭部分がなめらかになり、反射による応力値の減少もなめらかになることがわかる。

図5に $t_r=1$ のときのモデル(II)の場合の接合円柱側面における q の分布を例示する。図5より $t=8$ の場合に対し、接合面を透過あるいは反射した後の $t=12$ では、せん断波が高い応力値で伝ばしていることがわかる。

同様に図6にモデル(III)の場合の接合円柱側面における q の分布を例示する。ここで $L_1=0.06\text{ m}$ とし、中央の円柱の長さを $L_2=0.01\text{ m}$ としているため、 $z=6.0$ および $z=7.0$ は接合面(第1, 第2接合面)であり、 z

$=0\sim6.0$ は円柱1(軟鋼)、 $z=6.0\sim7.0$ は円柱2(銅)、 $z=7.0$ 以上は円柱3(軟鋼)に相当する。 $t_r=1$ の場合に注目すると、応力値は第1接合面の影響により、いったん低くなるが、モデル(I)とは異なり、第2接合面の影響により再び高くなって円柱3内を伝ばすることがわかる。また、 t_r が長くなるにつれて、応力変動がなめらかになることもわかる。

図7から図9に、それぞれのモデルに関する $t=8$ および $t=12$ の時点で接合円柱内に生じた応力 q の分布を示す。軸対称性より接合円柱の半分のみを示しており、手前が中心軸にあたる。接合面は図中の太線に相当する。各図の $t=8$ の場合から、円柱1内では接合面の反射の影響をまだ受けていない間は衝撃端で発生したせん断応力が形を変えずに伝ばしていることがわかる。図7において、 $t=12$ の場合には接合面での反

図4 接合円柱側面の応力分布(モデル I)

図5 接合円柱側面の応力分布(モデル II)

図6 接合円柱側面の応力分布(モデル III)

(a)

(b)

図7 接合円柱内の応力分布(モデル I)

(a)

(b)

図8 接合円柱内の応力分布(モデル II)

射および透過により低い応力状態が発生し、その領域が接合円柱内を広がっていく様子がわかる。図8の場合は逆に高い応力状態で接合円柱内を伝ばしている様子がわかる。図9のモデル(III)の場合には、第1および第2接合面で反射による影響を受け、応力値に凹の領域が生じ、その領域が衝撃端側に伝ばしている様子がわかる。

4. 結 言

材質の異なる円柱を数多く接合した円柱内の波動伝ば問題を粘塑性変形も考慮して解析するための第一段階として、異なる材質からなる同径の円柱を完全に接合した異種材接合円柱が軸対称のねじり衝撃を受けるときの二次元弾性波動伝ば問題に従特性曲線法を適用する場合の基礎式を導出した。数値計算例より、接合面でのせん断波の反射・透過の現象を含めた接合円柱

(a)

(b)

図9 接合円柱内の応力分布(モデル III)

内の波動伝ばの状況を詳細に、また精度良く調べることができることを示した。

なお、この解法は数多くの材質の異なる円柱を接合した場合も容易に解析できるうえ、衝撃端に作用させる負荷関数も簡単に変更できる。また円柱間に接着層のあるような場合にも応用が可能である。

文 献

- (1) Clifton, R. J., *Q. Appl. Math.*, 25-1(1967), 97.
- (2) 深津・ほか2名, 機論, 50-453, A(1984), 1546.
- (3) 谷村・ほか2名, 機論, 52-484, A(1986), 2680.
- (4) 劉・ほか3名, 機論, 54-502, A(1988), 1284.
- (5) 劉・ほか3名, 材料, 36-411(1987), 1309.
- (6) 劉・ほか3名, 機論, 55-515, A(1989), 1572.
- (7) 海津・ほか3名, 機論, 57-534, A(1991), 341.
- (8) 海津・ほか3名, 機論, 57-533, A(1991), 147.
- (9) 竹内・ほか2名, 機論, 33-251(1967), 1018.
- (10) 辻・ほか3名, 機論, 55-520, A(1989), 2458.