粘弾性層をもつ五層く形棒のねじり応力
および制振特性*出 羽 宏 視^{*1}Torsional Stress Analysis and Damping Characteristics of
Five-Layered Rod with Viscoelastic Layers

Hiromi DEWA

This paper provides an exact analysis for shear stress of a five-layered rectangular rod with damping viscoelastic layers, and presents its torsional rigidity and loss factor in the form of an explicit function. Numerical evaluations of both maximum shear stresses in the rod and in the viscoelastic layer are carried out, and these arising points are discussed. The optimum rod composition to maximize the loss factor ratio of the rod to viscoelastic material clearly exists in accordance with each layer thickness and its material constant. These maximum values are nearly equal to each other if the viscoelastic layer thickness is thinner than those of the outer and core elastic layers. These maximum values shift in the temperature range and become higher by means of the optimum adjustment of the viscoelastic layer thickness. Then, the design of the rod for the environmental temperature seems to be performed by such adjustment.

Key Words: Laminated Construction, Viscoelastic Material, Torsion, Shear Stress, Torsional Rigidity, Damping Property, Loss Factor, Optimum Design

1. ま え が き

粘弾性材をコア材とするサンドイッチ材の曲げ制振特性は、Kerwinらの研究⁽¹⁾以来、これまで数多くの研究報告がある^{(2)~(6)}。

これまでの曲げに関する研究によって、多層材の制振設計は十分可能であるが、ただ、曲げ理論を用いて具体的に最適制振設計を行おうとする場合、曲げは支持条件や試料長さおよび振動モードにより、長手方向各断面の応力分布が異なる。そのため、最適形状パラメータやせん断パラメータを特定しても、必ずしも最適層構成やコア層材質は定められない。したがって、個々の対象については、その特性を十分明確にできるが、その普遍的な特性を把握することは難しい。

一方、多層材のねじりは、固定支持端近傍を除けば、軸方向各断面の応力分布が一樣となるため、支持条件や振動モードに依存せず、制振特性が定まる。したがって、その解析結果は曲げに比べ汎用性をもち、最適層構成や適用材に対するパラメトリックな検討が可能になる。もちろん、曲げとねじりはその変形様式が異なるので、直接比較はできないが、ねじりにおけるエ

ネルギー散逸が、曲げと同様に、主に粘弾性層内の接合界面に沿うせん断ひずみに依存していることを考慮すると、その最適設計指針は、曲げに対しなんらかの示唆を与え得ると考えられる。そこで、これまでねじりをうける二層棒⁽⁷⁾および三層棒⁽⁸⁾⁽⁹⁾の制振特性について検討し、二層棒においては曲げとねじりにおける制振特性はほぼ一致する、二層棒および非拘束形(被覆形)三層棒では形状的相似性が成り立つ、拘束形(サンドイッチ形)三層棒では最適コア層厚さが存在するなど多層棒固有の特性を明らかにした。

本論文では五層棒のねじり剛性および制振特性について解析を行った。またそれらに関する数値計算をサンドイッチ棒の結果と比較検討し、その最適制振設計指針について考察した。

2. 解 析

図1に拘束形五層棒(以下五層棒と呼ぶ)および座標系を示す。五層棒の解析過程は、境界条件が異なるだけで三層棒⁽⁸⁾の解析過程と同一であるため、以下では簡潔に述べる。

2.1 各層応力およびねじり剛性 各層の横弾性係数を G_i (サフィックス i は各層を示す) および比ねじり角を α とすると、ねじり系における基礎式および

* 原稿受付 平成2年8月28日。

*¹ 正員、茨城大学工学部 (〒316 日立市中成沢町4-12-1)。

各層応力は、ねじり関数 $\phi_i(x, y)$ を用いて次式のようになる。

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ix} = \sigma_{iy} = \sigma_{iz} = \tau_{ixy} = 0 \\ \tau_{izx} = G_i \alpha \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial x} - y \right) \\ \tau_{izy} = G_i \alpha \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial y} + x \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

五層棒の上下面および側面における境界条件は次のようになる。

$$\tau_{izy} = 0 \quad (y = \pm b/2) \quad \dots\dots\dots (3 \cdot a)$$

$$\tau_{izx} = 0 \quad [x = (-a_1 - a_2 - a_3/2)] \quad \dots\dots\dots (3 \cdot b)$$

$$\tau_{izx} = 0 \quad [x = (a_1 + a_2 + a_3/2)] \quad \dots\dots\dots (3 \cdot c)$$

また各層界面における境界条件は次のようになる。

$$\tau_{izx} = \tau_{(i+1)zx} \quad (i=1 \sim 4) \quad \dots\dots\dots (4 \cdot a)$$

$$w_i = w_{i+1} \quad (i=1 \sim 4) \quad \dots\dots\dots (4 \cdot b)$$

ここに $w_i = \alpha \phi_i(x, y)$ は、 z 軸方向変位である。ここで次の導入関数

$$\phi_i(x, y) = \phi_i(x, y) + xy \quad \dots\dots\dots (5)$$

を式(1)に代入して得られる ϕ_i の解と、境界条件式(3・a)から、 ϕ_i は次のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_i = \sum_{n=0}^{\infty} \{ p_i \sinh(k_n x/b) + q_i \cosh(k_n x/b) \} \\ \times \sin(k_n y/b) \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここに $k_n = (2n+1)\pi$ 、また p_i および q_i は境界条件より定まる未定係数である。

式(5)を用いると境界条件式(3・b)～(4・b)は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} &= 2y [x = (-a_1 - a_2 - a_3/2)] \\ \frac{\partial \phi_5}{\partial x} &= 2y [x = (a_1 + a_2 + a_3/2)] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$G_i \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} - G_{i+1} \frac{\partial^2 \phi_{i+1}}{\partial y^2} = 2(G_i - G_{i+1})y \quad (i=1 \sim 4) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\phi_i = \phi_{i+1} \quad (i=1 \sim 4) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで式(7)、式(8)の右辺の $2y$ を次のように区間 $(\pm b/2)$ でフーリエ級数に展開する。

$$2y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8(-1)^n b}{k_n^2} \sin(k_n y/b) \quad \dots\dots\dots (10)$$

図 1 対称五層く形棒

式(10)を式(7)～式(9)に代入し、得られる 10 元連立 1 次方程式を解けば、 p_i および q_i は定まる。しかし、その解は極めて煩雑になるので、ここでは対称五層棒 ($a_1 = a_5$, $G_1 = G_5$, $a_2 = a_4$, $G_2 = G_4$) として取扱う。一般に多層棒は対称形として用いられることが多いことから、このような取扱いによって五層棒の一般性を失うことはない。その場合、未定係数に関する係数方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} p_1 \bar{Y}_1 - q_1 \bar{X}_1 &= \theta_n \\ p_5 \bar{Y}_1 + q_5 \bar{X}_1 &= \theta_n \\ p_1 \bar{X}_2 - q_1 \bar{Y}_2 &= p_2 \bar{X}_2 - q_2 \bar{Y}_2 \\ \varepsilon_1(p_1 \bar{Y}_2 - q_1 \bar{X}_2) - \varepsilon_2(p_2 \bar{Y}_2 - q_2 \bar{X}_2) &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \theta_n \\ p_2 x_3 - q_2 y_3 &= p_3 x_3 - q_3 y_3 \\ \varepsilon_2(p_2 y_3 - q_2 x_3) - (p_3 y_3 - q_3 x_3) &= -(1 - \varepsilon_2) \theta_n \\ p_3 x_3 + q_3 y_3 &= p_4 x_3 + q_4 y_3 \\ p_3 y_3 + q_3 x_3 - \varepsilon_2(p_4 y_3 + q_4 x_3) &= (1 - \varepsilon_2) \theta_n \\ p_4 \bar{X}_2 + q_4 \bar{Y}_2 &= p_5 \bar{X}_2 + q_5 \bar{Y}_2 \\ \varepsilon_2(p_4 \bar{Y}_2 + q_4 \bar{X}_2) - \varepsilon_1(p_5 \bar{Y}_2 + q_5 \bar{X}_2) &= (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \theta_n \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &= \sinh(k_n \xi_1), \quad \bar{Y}_1 = \cosh(k_n \xi_1) \\ \bar{X}_2 &= \sinh(k_n \xi_2), \quad \bar{Y}_2 = \cosh(k_n \xi_2) \\ x_3 &= \sinh(k_n \xi_3), \quad y_3 = \cosh(k_n \xi_3) \\ \xi_1 &= (R_1 + R_2 + R_3)/2, \quad \xi_2 = (R_2 + R_3)/2 \\ \xi_3 &= R_3/2, \quad R_i = a_i/b, \quad \varepsilon_1 = G_1/G_3, \quad \varepsilon_2 = G_2/G_3 \\ \theta_n &= 8b^2(-1)^n/k_n^3 \end{aligned}$$

式(11)の解は、数式処理システム (東京大学大型計算機センター: Reduce 3.1) を援用すれば、次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} p_3 &= \frac{\theta_n}{y_3} p_3', \quad q_3 = 0, \quad p_4 = p_2 = \frac{y_3 \theta_n}{\varepsilon_2} \{ (1 - \varepsilon_2 t_3^2) p_3' - (1 - \varepsilon_2) \}, \quad q_4 = -q_2 = \frac{(1 - \varepsilon_2) x_3 \theta_n}{\varepsilon_2} (1 - p_3') \\ p_5 &= p_1 = \frac{y_3 Y_2 \theta_n}{\varepsilon_2 Y_1} \{ (1 + T_2 t_3) \varepsilon_2 - \bar{Y}(t_3 + \bar{T}) [(T_2 + \varepsilon_2 t_3) p_3' - (1 - \varepsilon_2) T_2] \} \\ q_5 &= -q_1 = \frac{y_3 Y_2 \theta_n}{\varepsilon_2 Y_1} \{ \bar{Y}(1 + \bar{T} t_3) [(T_2 + \varepsilon_2 t_3) p_3' - (1 - \varepsilon_2) T_2] - (T_2 + t_3) \varepsilon_2 \} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに

$$Y_i = \cosh(k_n R_i), \quad \bar{Y} = \cosh\{k_n(R_1 + R_2)\}, \quad t_i = \tanh(k_n R_i/2), \quad T_i = \tanh(k_n R_i), \quad \bar{T} = \tanh\{k_n(R_1 + R_2)\}$$

$$p_3' = \frac{\varepsilon_2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1 t_1 T_1)/Y_2 + (1 - \varepsilon_2)(\varepsilon_2 + \varepsilon_1 T_1 T_2)}{(\varepsilon_2 + \varepsilon_1 T_1 T_2) + \varepsilon_2 t_3(\varepsilon_1 T_1 + \varepsilon_2 T_2)}$$

したがって各層のせん断応力は、次式によって与えられる。

$$\tau_{ixx}/G_i \alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_n}{b} \{p_i \cosh(k_n x/b) + q_i \sin(k_n x/b)\} \sin(k_n y/b) - 2y \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\tau_{izy}/G_i \alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_n}{b} \{p_i \sinh(k_n x/b) + q_i \cosh(k_n x/b)\} \cos(k_n y/b) \quad \dots\dots\dots (14)$$

また各層が受け持つねじり剛性成分 (C_i) の和として得られる五層棒のねじり剛性 (C) は、各層の微小要素に働くせん断応力成分の原点まわりモーメントを各層断面について積分することによって得られ、以下に示すように整理できる。

$$C/G_3 b^4 = 2\varepsilon_1 \left(\frac{R_3}{3} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{64 t_1}{k n^5} \right) + 2\varepsilon_2 \left(\frac{R_2}{3} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{64 t_2}{k n^5} \right) + \left(\frac{R_3}{3} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{64 t_3}{k n^5} \right) + \varepsilon_2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{64}{k n^5} \left\{ \frac{\varepsilon_2 T_2(t_2 + t_3)^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 t_3 T_1 T_2(t_1 + t_2)^2 + \varepsilon_1 T_1[(t_1 + t_3)^2 + 2 T_2(t_1 + t_2 + t_3 - t_1 t_2 t_3)]}{(\varepsilon_2 + \varepsilon_1 T_1 T_2) + \varepsilon_2 t_3(\varepsilon_1 T_1 + \varepsilon_2 T_2)} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで、拘束層(外側層)および粘弾性層を等厚の弾性層として結合 ($R_1 = R_2$ とし $R_1 + R_2 \approx R_1$ とおく) させ、また弾性層を粘弾性層に置き換える ($R_3 \approx R_2$ とし $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1/\varepsilon$ とおく)。それらを式(15)に代入し整理すれば、対称サンドイッチ棒⁽¹⁰⁾の結果と全く一致する。

式(15)の第1項から第3項は各単層におけるねじり剛性を表し、第4項は接合による増分を表す。また、式(13)、式(14)および式(15)において、 $\varepsilon_i = 1/\varepsilon_i$ と置き換えれば、粘弾性層を外側層および中心層とする非拘束五層棒に対して、上記の結果が適用できることは明らかである。

2・2 合成損失係数 一般に積層材の損失係数 η_c (以下合成損失係数と呼ぶ) は、線形粘弾性理論における対応原理⁽¹¹⁾を適用して求める場合と、多層材におけるエネルギー散逸は、粘弾性層の変形に基づくと仮定し、1サイクル中における多層材の最大ひずみエネルギーに対する粘弾性材の最大ひずみエネルギーの比から求める場合がある。これまでの研究では両者が併用されているが、三層棒のねじりにおける両者の比較⁽⁹⁾

から、被覆棒の場合はほとんど一致し、またサンドイッチ棒では粘弾性材の損失係数 (η) が大きく、かつその層厚が極めて薄い場合を除けば、両者はほぼ一致する。ここでは近似的方法はかえって煩雑であり、前者によった。この場合、式(15)において、粘弾性層の横弾性係数を複素横弾性係数 $G_i^* = G_i(1 + j\eta)$ で置き換えた後、棒の振動数方程式⁽¹²⁾を用いて次式から求められる。

$$\eta_c/\eta = \left\{ \frac{\text{Im}(\omega_k^{*2})}{\text{Re}(\omega_k^{*2})} \right\} = \left\{ \frac{\text{Im}(C^*)}{\text{Re}(C^*)} \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに ω_k^* は k 次の複素固有角振動数であり、また C^* は複素ねじり剛性である。多層棒の合成損失係数は、 z 軸方向の変位を拘束するような支持(固定支持)近傍を除けば任意断面の各層応力分布が等しいことから、支持条件や振動モードによらず式(16)、すなわち、ねじり剛性のみから定まるといえる。

3. 計算結果および考察

前章の解析結果に基づいて、五層棒の応力および合成損失係数に関する数値計算を行う。以下、各層応力は $\bar{\tau}_i = \tau_i/G_3 \alpha$ と無次元表示し、また拘束層と弾性層が同一材の場合は、横弾性係数比 ε_i のサフィックスは省略した。

3・1 各層最大応力およびその発生位置 拘束層自由面と、接合界面における弾性層および粘弾性層の y 軸に関する応力分布(ここに $\bar{y} = y/b$) の一例を図2に示す。図2から、五層棒の最大応力は、通常は拘束層外側中央(図1のA点)に生じ、粘弾性層内の最大応力は、内側接合界面の端部(B'点)に生ずる。しかし、五層棒の形状によってはそれらの最大応力は、それぞれ、弾性層界面中央(C点)や外側接合界面の端部(B点)

図2 五層棒の応力分布 [拘束層自由面 ($\bar{\tau}_{1zy}$), 弾性層界面 ($\bar{\tau}_{3zy}$) および粘弾性層内側界面 ($\bar{\tau}_{2zx}$)]

に生ずる場合がある。その発生位置を検討するために、拘束層と弾性層を同一材、かつそれらの総厚を一定 ($R_1 + R_3 = 3 \times 10^{-1}$) とし、拘束層と弾性層の厚さ比を変えることによって、種々の五層棒を代表させ、その場合の最大応力比を図3および図5に示す。

図3から、拘束層が厚くかつ粘弾性層が軟化すると、最大応力はA点からC点に移る。その移動の様子は、模式的に図4によって説明できる。すなわち $\bar{\tau}_{3zy}$ は五層棒の対称性から原点を通る直線となり、 $\bar{\tau}_{3zy}(C)$ の値はその層厚により増減するが、付加層による影響は少ない。一方 $\bar{\tau}_{1zy}$ の応力こう配は、 $\bar{\tau}_{3zy}$ の応力こう配と等しく、かつ粘弾性層の介在により $\bar{\tau}_{1zy}$ が緩和するため、粘弾性層の材質により、 $\epsilon=1$ から $\epsilon=0$ で示す両直線間を平行移動する。一般的には直線(a)または直線(b)によって表されるが、それらの拘束層自由面における最大応力値 $\bar{\tau}_{1zy}(A)$ と弾性層における最大応力 $\bar{\tau}_{3zy}(C)$ との相対関係によって、五層棒内最大応力の発生位置が定まる。

図5から粘弾性層内最大応力 $\bar{\tau}_{2zx}$ は、拘束層が弾性層に対し、ほぼ等厚以下では、粘弾性層の材質や棒の形状によらず、常に内側端部B'点に生ずるが、最大

応力の移動と同様に、拘束層が厚くかつ粘弾性層が軟化するに従いB点に移る。しかし、粘弾性層が薄い場合は、形状や材質によらずBおよびB'点の応力は、ほぼ等しくなる。また、図示していないが、粘弾性材が薄くかつ硬化すると、その絶対値は急激に高くなる。

図6は、構成層の厚さの総和を等しくさせた、五層棒と対象サンドイッチ棒（以下、等価サンドイッチ棒と呼ぶ）の粘弾性層内最大応力を比較した結果を示す。五層棒の最大応力は等価サンドイッチ棒に比べ、すべての厚さ比において高い。このことは多層材が動的負荷を受けた場合、多層化することにより、粘弾性層内の散逸ひずみエネルギーが増大することを示唆している。また、五層棒の場合、 R_1/R_3 の値が大、すなわち弾性層が薄い場合でも最大応力はあまり低下してない。この事実はサンドイッチ棒の粘弾性層内に薄い弾性層を挿入することによって、その制振特性が改善されることを示している。なお図中の○印は、最大応力がB'点からB点へ移動する R_1/R_3 の値を示している。

3.2 制振特性 式(16)を用いて損失係数比 (η_c/η) を計算する場合、 η_c/η は右辺に η を含む陰関数となっている。したがって η_c/η を正確に計算するため

(a) 粘弾性層が厚い場合、(b) 粘弾性層が薄い場合

図3 拘束層および弾性層内の最大応力比

図4 五層棒内の最大応力発生位置に対する模式図

図5 粘弾性層内の最大応力比

図6 形状による最大応力の変化

には数値計算を行う必要があるが、 η が大きくなれば ($\eta < 0.5$), η の値に無関係に、 η_c/η は式(16)によってほぼ正確な値が得られる。

図7は、拘束層と弾性層を等厚とし、粘弾性層の厚さを変えた場合の五層棒の損失係数比を示す。この結果は、粘弾性層の厚さの増加が必ずしも η_c/η の増加を伴わず、逆に低下させる場合も生じる。したがって粘弾性層の厚さの変化のみから一般的特性を把握することは困難である。そこで各層の厚さ比を固定し、形状を相似的に変化させた五層棒 (EVEVE), および等価サンドイッチ棒 (EVE) の計算結果を図8に示す。図8から、弾性層厚さに対応して適正な ε が存在し、その値は弾性層が厚くなるに従い大きくなる (ただし、最大値はほぼ等しく、単にシフトしている点に留意すべきである)。したがって、弾性および拘束両層が厚い棒では硬質粘弾性材を、また薄い棒では軟質粘弾性材を用いる必要がある。逆に前者に軟質粘弾性材を用いるとせん断ひずみは増加するが、それに対応するせん

断応力が低く、また後者に硬質粘弾性材を用いるとせん断ひずみが減少する。したがって、いずれも散逸ひずみエネルギーが減少し、制振効果が低下することになる。五層棒と等価サンドイッチ棒の制振特性の比較では、拘束層と弾性層が等厚の場合は、いずれの形状および材質においても五層棒がすぐれることがわかる。

さらに、粘弾性層厚さを変えた場合の相似形状に対する計算結果を図9に示す。やはり五層棒の層構成によって適正な粘弾性層厚さが存在し、粘弾性層厚さを任意設定することは特性劣化をもたらす。特に、厚い棒では粘弾性層の厚さの増加は、図8の場合と同じ理由により、 η_c/η を低下させる。なお、 $R_2/R_3=1$ の場合、 η_c/η の最大値は他に比べて高い。これは R_2 を極端に厚くすれば $\eta_c/\eta \approx 1$ に近づくことを示唆しており、したがって、図8および図9において、形状や材質によらず最大値が一定値を示すのは、粘弾性層厚さが薄い場合 ($R_2/R_3 < 10^{-1}$) に限定される。

次に、図3と同様に、拘束層と弾性層の厚さの総和を一定とし、その比を変えた場合の計算結果を図10に示す。図中の実線は、拘束層と弾性層が同質材、また点線は、拘束層に異質材 (アルミニウム相当) を用いた場合である。両者を比較すると、後者は、 $R_1/R_3 > 0.4$ において、制振特性が前者に比べ高く、既報⁽⁶⁾の異質材を組合せたサンドイッチ棒の特性 (異質材の特性は同質材の特性に比べ劣る) とは異なる特性を示す。そこで両者の相似形状に関する η_c/η の計算結果を図11に示す。 $\varepsilon_2=10^{-3}$ の場合、 $R_3=10^{-1}$ (図10で、 $R_1/R_3=1$ に相当) における制振特性は、後者が高い値を示し、図10の異質材の特性は、その結果から生じたことがわかる。このような特性は、粘弾性層厚さが適正に設定されていないことに起因し、図10の一点鎖線で示すように、各弾性層厚さに対応して、適正に設定すれ

図7 粘弾性層の厚さに対する損失係数比

図8 相似形状における損失係数比
(粘弾性層の材質をパラメータとした場合)

図9 相似形状における損失係数比
(粘弾性層の厚さをパラメータとした場合)

ば、制振特性が異質材を下回ることはない。なお、図中の○印は等価サンドイッチ棒の結果を示す。五層棒の層構成を最適に設定すれば、ねじり剛性も等価サンドイッチ棒を上回る。ただし、○印は等価サンドイッチ棒のコア層の厚さを $R_2=10^{-1}$ に固定した場合であり、コア層を最適に設定すれば（図中の●印）、ねじり剛性は等価サンドイッチ棒のほうが高い値となる。

拘束層と弾性層の最適構成は、図 10 における等質材の η_c/η の最大値が $R_1/R_3 \approx 0.8$ で生じ、異質材では $R_1/R_3 \approx 1.5$ で生じていることから、等質材では弾性層を厚く、異質材では拘束層を厚くする必要がある。

以上の五層棒の制振特性において、その最大値の発生機構に対する説明は行っていない。その理由は、損失係数がその系の 1 サイクル中における最大保存弾性

エネルギーに対する最大散逸エネルギーの比として定義されているように、各層に生じるひずみエネルギー比に関係し、粘弾性層内の最大せん断応力や、粘弾性層単独のせん断ひずみエネルギーとは、直接対応しない。すなわち、粘弾性層内のせん断ひずみを最大にさせる構造が、最大の制振効果を発揮することにはならず、拘束および弾性両層のひずみエネルギーも関与し、両者の相対関係による。したがって、 η_c/η を最大にする要因を、個々の物理量に対応させて明確に説明することはできない。

4. 温度環境に対する最適設計

多層材を実構造物へ適用する場合、多層材は顕著な温度依存性を示すので、温度環境に対応させる最適設計が要求される。現状では、粘弾性材のガラス転移温度 (T_g) を極力環境温度に一致させるような高分子材の材料設計または選択が行われている。

しかし、 T_g と多層材の最適温度 T_o (最大の合成損失係数を示す温度) は、曲げの場合、ずれることが報告されている⁽¹³⁾。サンドイッチ棒のねじりの場合もずれが生じた⁽⁹⁾。また、 T_g が環境温度に適合しない粘弾性材を選択する場合も起こり得る。多層材を温度環境に対応させることは、これまでの検討結果から、粘弾性層の厚さを考慮することによって可能となる。すなわち、供試粘弾性材の横弾性係数は既知であり、環境温度に対する ϵ はあらかじめ特定できる。また拘束層および弾性層も特定されているとすると、図 12 に示すように、 ϵ と η_c/η の関係を求めれば、任意の ϵ に対応する最適な粘弾性層厚さ R_2 が決定できる。これは粘弾性層の厚さを変えることにより、 T_o を使用環境温度域へ移動させ得ることを意味し、サンドイッチ棒の

図 10 形状を変化させた場合の五層棒と等価サンドイッチ棒の損失係数比の比較

図 11 弾性層と拘束層が同質材および異質材の場合の損失係数比の比較

図 12 損失係数比に対する ϵ と粘弾性層の厚さの関係

実験結果で示したように、 T_0 の移動によって、合成損失係数やそのスカート特性（合成損失係数が一定値以上の温度域）が改善されることは明らかである。

以上五層棒に関する特性解析を行ったが、その具体的な適用例としては、スキー板の基本設計やそのCADシステム構築に適用できるものと考ええる。

5. ま と め

粘弾性層を減衰層とする対称五層棒の応力およびねじり剛性に対する解析を行い、五層棒の合成損失係数を定式化した。それらに対する数値計算を行った結果、次のような特性が明らかになった。

(1) 五層棒および粘弾性層内の最大応力は、それぞれ拘束層外側中央および内側接合界面の上下端に生じる。それらの最大応力は、形状により弾性層接合界面中央および外側接合界面に移る場合がある。

(2) 各層の厚さおよび材質により、制振特性を最大にする最適な層構成が存在し、任意の構成は制振特性を低下させる。また損失係数比の最大値は、粘弾性層が厚くなければ、五層棒の形状や材質によらず、ほぼ一定値となる。

(3) 対応する厚さの総和が等しい五層棒と等価サ

ンドイッチ棒の制振特性を最適化させた場合、五層棒の制振特性は等価サンドイッチ棒を上回る。しかし、ねじり剛性は等価サンドイッチ棒のほうが高くなる。

(4) 五層棒の最適温度は、粘弾性層の厚さを変化させることにより移動でき、その結果、合成損失係数およびそのスカート特性が改善される。

文 献

- (1) Kerwin, E. M., *J. Acoust. Soc. Am.*, **31**-7(1959), 952.
- (2) Ross, D., Unger, E. E. and Kerwin, Jr. E. M. (Ruzica, J. E. 編), *Structural Damping*, (1959), 49, ASME.
- (3) Ditaranto, R. A., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **32**-4(1965), 881.
- (4) Mead, D. J. and Markus, S., *J. Sound Vib.*, **10**-2(1969), 163.
- (5) Markus, S., Oravsky, V. and Simkova, O., *Acustica*, **31** (1974), 132.
- (5) 佐藤・ほか2名, 機論, **51**-471, C(1985), 2753.
- (6) 岡崎・ほか3名, 機論, **53**-485, C(1987), 2177.
- (7) 出羽, 材料, **38**-429(1989), 630.
- (8) Dewa, H., *JSME Int. J.*, Ser. I, **33**-2(1990), 152.
- (9) 出羽, 機論, **57**-535, C (1991), 706.
- (10) Dewa, H., *JSME Int. J.*, Ser. I, **31**-1(1988), 132.
- (11) Christensen, R. M., *Theory of Viscoelasticity*, 2nd ed., (1982), 45, Academic Press.
- (12) 谷口, 振動工学ハンドブック, (1976), 74, 養賢堂.
- (13) 長井・ほか4名, 鉄と鋼, **72**-10(1986), 95.