コースティックス法による衝撃破壊靱性の測定に関する有限要素解析*

青木 繁^{*1}, 木村 延^{*2}

Finite-Element Investigation on Caustics for Measuring Impact Fracture Toughness

Sigeru AOKI and Tadashi KIMURA

A two-dimensional finite-element simulation of an impact fracture toughness test under high loading rates is performed. A crack subject to a time-dependent uniform pressure on its surface is considered, and caustics in reflection are generated by making assumption of the plane stress condition. The crack is assumed to begin to propagate when the theoretically exact value of $K_I(t)$ reaches a critical value K_{crit} . The time history of the "measured" dynamic stress intensity factor $K_I(t)$ is determined from the peak value of the time history of the "measured" $K_I(t)$. It is found that the impact fracture toughness thus determined increases with the decrease in time-to-fracture when the loading rate is high. This may explain some of the physical meaning of the fracture incubation time.

Key Words: Stress Intensity Factor, Fracture Mechanics, Fracture Criterion
Fracture Toughness, Finite-Element Method, Elasticity

1. 緒言

近年機械の高速化に伴って、衝撃荷重による破壊の問題が益々重要になっている。動的線形破壊力学によると、き裂を持つ物体が衝撃荷重を受ける場合、動的応力拡大係数 $K_I(t)$ (t ; 時間) が衝撃破壊靱性 K_{Id} に達したときに、すなわち

$$K_I(t) = K_{Id} \quad (1)$$

が成立したときに、破壊が生ずるとされており、多くの材料の K_{Id} が測定されている^{(1),(2)}。

ところが、衝撃速度が上昇し、衝撃荷重による応力波がき裂先端に到達してから破壊が生ずるまでの時間が短く(鋼の場合約 $10 \mu s$ 以下)になると、 K_{Id} の測定値が異常な上昇を示したり、応力波の波形に依存するなどの特異な現象が報告されている^{(3),(4)}。

このために、式(1)の破壊基準を修正し、破壊は $K_I(t)$ がある限界値 K_{crit} を一定時間 (Fracture incubation time) 以上越えて初めて生ずるとする fracture incubation time

説が提案されている⁽³⁾⁻⁽⁵⁾。この説は衝撃速度が比較的遅い場合には式(1)の破壊基準とほぼ一致し、しかも衝撃速度が速い場合の上述の特異な挙動をよく説明することができる。しかしこの説は、Fracture incubation time の物理的意味が未だ不明であるため、仮説の域を出ないように思われる。

以上のように、衝撃速度が速い場合の破壊については未解明の問題が多く残されている⁽⁶⁾。これらの問題は動的線形破壊力学の基本式(1)の適用限界に関するため、解明が待たれる重要な問題と考えられる。しかし、現象がき裂先端近傍の狭い領域内で、短い時間内に生起するので、実験的手法による究明には、多大な困難を伴うことが予想される。

そこで、本研究では数値実験により、上記の問題の解明を試みる。すなわち、衝撃荷重によりき裂が進展を開始するときのき裂先端近傍の動的応力変位場を有限要素法により調べるとともに、衝撃速度が速い場合の K_{Id} の測定に用いられるコースティックス法のシミュレーションを行い、 K_{Id} の測定値の性質を明らかにし、式

* 原稿受付 平成2年10月12日。

^{*1} 正員、東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。

^{*2} 学生員、東京工業大学大学院。

(1) の破壊基準の適用限界について考察する。

2. 解析手法

図1に示すような弾性無限板中の半無限き裂を考える。き裂面に荷重 $\sigma_0(t)$ を作用させ、 $K_I(t)$ の理論値が一定値 K_{crit} に達した瞬間にき裂を一定速度で進展させる。この過程における動的応力変位場を有限要素解析し、コースティックス像の変化をシミュレートする。

2.1 有限要素解析 長さ30mmの中央き裂を持つ一辺60mm、厚さ5mmの正方形板を考え、き裂面に時刻 $t=0$ からランプ状またはステップ関数状の一様分布荷重 $\sigma_0(t)$ を作用させる。無限板を模擬するためにき裂面の荷重 $\sigma_0(t)$ による応力波が板内を伝播し、板の境界で反射して、き裂の先端近傍に戻ってくるまでの時間の範囲内で解析を行なった。対称性から板の1/4を図2に示すようにメッシュ分割し、4節点アイソパラメトリック要素を用い平面応力状態を仮定し有限要素プログラム“ABAQUS”を用いて解析を行った。また、鋼を想定し表1の材料定数を用いた。

図1 衝撃一様分布荷重を受ける半無限き裂

図2 有限要素メッシュ

き裂の進展は、き裂先端の節点力を徐々に開放することにより行なった^{(7),(8)}。すなわち、図3に示すように、実際のき裂先端の位置が2つの節点A、Bの間にあるとき、節点Aの節点力を次式で与えることにより、この状態を模擬した。

$$f(t) = f_0 \left(1 - \frac{b(t)}{l}\right) - \sigma_0(t) b(t) \quad (2)$$

ここで、 f_0 はき裂先端が点Aを通過する瞬間の節点力、 l はA B間の距離、 $b(t)$ は時刻 t のき裂先端と点A間の距離である。上式の右辺の第2項はき裂進展によって新しく生じた面にも分布荷重が加わることを考慮に入れるための項である。

2.2 コースティックス法のシミュレーション

図4(a)にコースティックス法の原理を示す。き裂を持つ試験片に引張り荷重を負荷すると応力集中のためにき裂先端近傍にくぼみが生じる。試験片表面を研磨しておき平行光線を入射すると、このくぼみが微小な凹面鏡のように光を反射するので、仮想スクリーン上に図4(b)⁽³⁾のような、光の集中するコースティックス像が形成される。このコースティックス像を形成する光線が試験片上で反射した点を連ねた曲線は初期曲線と呼ばれる。

図3 き裂進展のシミュレート法

表1 材料定数

Young's Modulus	210 GPa
Density	7.86 g/cm ³
Poisson's Ratio	0.29

試験片表面上の点 p で反射した光線が仮想スクリーン上の点 P に像を結ぶとすると、光の反射の法則により

$$P_i = p_i - 2Z_0 \frac{\partial w}{\partial x_i} \quad (i=1, 2) \quad (3)$$

の関係が成立する。ここで、試験片表面および仮想スクリーンに平行な面内の直角座標系を $O-x_1, x_2$ とし、この座標系に対する p 点および P 点の座標をそれぞれ p_i および P_i ($i=1, 2$) としている。 Z_0 は試験片表面から仮想スクリーンまでの距離であり、 w は点 p_i における板厚方向の変位である。き裂先端近傍の w を $K_I(t)$ で表し、式 (3) を用いればコースティックス像の直径 $D(t)$ (き裂面と直角方向の直径) と静止き裂の $K_I(t)$ の関係として次式^{(3),(9)}が得られる。

$$K_I(t) = \frac{1}{10.7} \frac{E}{Z_0 \nu B} \{D(t)\}^{5/2} \quad (4)$$

(a) 原理

(b) 実験によって得られたコースティックス像⁽³⁾

(c) シミュレーションによって得られたコースティックス像

図4 コースティックス法

ここで、 ν はポアソン比、 B は板厚、 E は縦弾性係数である。実験では通常高速カメラでコースティックス像を撮影し、式 (4) を利用して $K_I(t)$ が求められる。

シミュレーションにおいては、2.1 節の有限要素解析で得られた w を式 (3) に代入して、き裂先端近傍の多くの点に対応する仮想スクリーン上の像を求めるとコースティックス像が得られるので、その直径 $D(t)$ を式 (4) に代入して $K_I(t)$ を求めた。高速で進展するき裂に対しては、式 (4) は若干修正する必要があるが本研究では K_{I_d} の値すなわち進展開始するときの静止き裂に対する $K_I(t)$ の値に着目するため、高速き裂に対しては正確な動的応力拡大係数を求める必要がないので式 (4) をそのまま用いた。

静的な場合に対するシミュレーションの精度を確認するために、図2に示したメッシュの境界に静的な応力拡大係数 K_{app} で表される変位を与えて、コースティックス像を求めた。その結果の一例を図4(c)に示す。実験結果の図4(b)⁽³⁾とよく一致していることがわかる。またシミュレーションで得られたコースティックス像の直径から式 (4) により得られた応力拡大係数 K と境界条件に用いた K_{app} の比を表2に示す。表中の C_L は縦波の速度、 $t_0 = 7 \mu s$ で

表2 シミュレーションによって求めた静的応力拡大係数 K の精度

$Z_0/(C_L t_0)$	5	12.5	25
K/K_{app}	0.996	0.999	1.001

図5 コースティックス像の位置の変化

あり, $Z_0 / (C_L t_0) = 5, 12.5$, および 25 はそれぞれ $Z_0 = 20 \text{ cm}, 50 \text{ cm}, 1 \text{ m}$ に対応している. K は Z_0 によらず, K_{app} によく一致していることがわかる. なお, $K_{app} = 68.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ とした.

3. 解析結果

3.1 き裂進展開始によるコースティックス像の変化
き裂面にランプ状の荷重 $\sigma_0(t)$ を与え $t = t_0$ ($t_0 = 7 \mu\text{s}$) で, き裂の進展を開始させた. これは, $K_{crit} = K_I(t_0)$ とすれば, $K_I(t)$ の理論値⁽¹⁰⁾ が K_{crit} に達した瞬間にき裂を進展させたことに等しい. き裂進展速度 v は $v = 0.1 C_L$ とした.

$Z_0 / (C_L t_0) = 12.5$ の場合のコースティックス像のき裂前方の先端位置 S_h , 後端位置 S_r およびそれらの平均値の変化を図5に示す. この図から, $t/t_0 = 1$ にき裂が進展を開始したことによるコースティックス像の位置の変化は $t/t_0 \approx 1.16$ になって初めて現れることがわかる. すなわち衝撃速度が速き裂進展開始時刻が $7 \mu\text{s}$ 程度で $v = 0.1 C_L$ 程度の場合のコースティックス法においてはき裂進展開始時刻は遅目に評価されることがわかる.

コースティックス像の直径 $D(t)$ から式(4)により求めた $K_I(t)$ の値 (以後 $K_I^m(t)$ と記す) を理論値 (以後 $K_I^{th}(t)$ と記す) とともに図6に示す. 参考のために $v = 0.5 C_L$ の結果も同図中に示している.

図6 K_{Id} の測定値に与えるき裂進展速度 v の影響

$K_I^{th}(t)$ は, き裂進展開始時刻 $t/t_0 = 1$ においてピークの値を示すのに対して, $K_I^m(t)$ は $t/t_0 \approx 1.16$ においてピークを示している. $K_I^m(t)$ にピークを与えている時刻 $t/t_0 \approx 1.16$ は, 図5において見積られたき裂進展開始時刻と一致しているので, $K_I^m(t)$ のピークの高さが K_{Id} の測定値を与えている. したがって, 図6の結果は, 衝撃速度が速い場合の K_{Id} の測定値は真の $K_I^{th}(t)$ の限界点 K_{crit} よりも高目の値を与えることを示している. また, この K_{Id} の測定値はき裂進展速度 $v = 0.1 C_L \sim 0.5 C_L$ の範囲では v に依存しないことおよび $t/t_0 < 1$ では $K_I^m(t) < K_I^{th}(t)$ となることも同図より知ることできる.

図7 K_{Id} の測定値に与えるスクリーンまでの距離 Z_0 の影響

図8 K_{Id} の測定値に与える入力波形の影響

時間的变化はスクリーンまでの位置 $Z_0 / (C_L t_0)$ = 12.5 の場合のシミュレーション結果である。R が上述のように時間 t に比例して増大する ($R = 0.02 C_L t$) のに対して、 r_0 の増加は時間とともに鈍くなるので、R は r_0 に次第に近づくが、 $t = t_0$ ($= 7 \mu s$) においても $R < r_0$ となっている。このことはき裂進展開始までに、K 支配場が初期曲線を含むほど発達していないことを示している。このために図 8 において $K_I^m(t) < K_I^{th}(t)$ になったことが理解できる。上の例では応力分布の理論解が得られているステップ荷重の場合を考えたが、ランプ荷重に対しても定性的には同様にして $K_I^m(t) < K_I^{th}(t)$ となること (図 6, 7 および 9) を説明することができる。

スクリーンの位置 Z_0 を大きくするほど、 r_0 は大きくなり r_0 と R の差は開くので、 $K_I^m(t)$ と $K_I^{th}(t)$ の差も大きくなると考えられる。このことは図 7 の $t/t_0 \leq 1$ における $K_I^m(t)$ の Z_0 依存性をよく説明している。

なお、図 11 において $t/t_0 < 1$ に r_0 がプロットされていないのは次の理由によっている。ステップ荷重に対して図 10 (a) に示したように波頭のすぐ後方は圧縮応力場になっているため、この領域では試験片表面は若干盛り上がっていると考えられる。 $t/t_0 \ll 1$ では、このわずかな盛り上がりがき裂先端からあまり離れていないために、コースティックス像が形成されず ($D(t) = 0$)、したがって r_0 が定義できないのである。ランプ荷重に対しても定性的には同様である。このことはまた図 6 ~ 9 において $t/t_0 < 1$ で $K_I^m(t) = 0$ となっていることをよく説明している。

図 11 応力拡大係数支配場の半径 R と初期曲線の半径 r_0 の時間的变化

4.2 き裂進展後の $K_I^m(t)$ について き裂開始後の応力状態 (図 12 (a)) は図 12 (b) と (c) の重ね合わせとして表すことができる。ここで、図 12 (c) の $p(t)$ は同図 (b) のき裂の延長面上 ($x_2 = 0, x_1 > 0$) に働いている引張力と値が等しい圧力である。図 12 (c) による応力がき裂進展による応力の変化を与える。図 12 (c) において、き裂進展により時刻 t_0 に出現した応力波の波頭は時刻 t において半径 $C_L(t - t_0)$ の位置まで達しているが、波頭の直後に大きな応力が続いているとは限らず、 $v = 0.1 C_L \sim 0.5 C_L$ の場合には、き裂先端近傍を除いてなだらかな、応力値の小さい応力場が広がっていると考えられる。

このために、図 12 (a) に対するコースティックス像に ($t \approx t_0$ では初期曲線は図 11 のように大きく発達している) き裂進展開始の影響が顕著に現れるのはき裂進展開始が生じてから一定の時間だけ遅れると考えられる。すなわち、コースティックス像に顕著な影響を与えるほど大きな応力が伝播する速度は縦波の速度よりかなり遅いため、き裂進展開始が一定時間だけ遅れて感知されると考えられる。感知されるま

図 12 応力の重ね合わせ

3. 2 K_{Id} に与える試験条件の影響 図7は仮想スクリーンの位置 Z_0 を変化させた場合の $K_I^m(t)$ の結果である。 $v=0.1C_L$ としている。その他の条件は図5および図6と同じである。表2に示したように、静的な場合には、コースティックス法は Z_0 によらず精度の良い応力拡大係数の値を与えるのに対して、衝撃速度が速い場合には Z_0 が大きいか $K_I^m(t)$ は $K_I^{th}(t)$ から離れ、 K_{Id} の値は高目に評価されていることがわかる。

図8は入力波形を変化させたときの結果である。○印は $K_I^{th}(t)$ がき裂進展開始時刻 $t=t_0(=7\mu s)$ で K_{crit} と等しくなるようなステップ状の一樣分布荷重を加えた場合の $K_I^m(t)$ を示す。●印はランプ状入力の結果であり図7の●印と同一である。入力波形を除けば、ステップ状入力とランプ状入力の解析条件は同じである。○印と●印のピークの高さが異なっており、衝撃速度が速い場合のコースティックス法においては入力波形によって異なった K_{Id} の測定値が得られることがわかる。また両者にピークを与える時刻はほぼ一致しており、き裂進展開始時刻の評価の遅れは入力波形に依存せずほぼ一定の値を示すことがわかる。

図9は衝撃速度を変化させた場合の結果である。○印は $K_I^{th}(t)$ が $t=4\mu s$ で K_{crit} に等しくなるような衝撃速度の速いランプ状の一樣分布荷重を加えた $K_I^m(t)$ を示す。●印は $t=7\mu s(=t_0)$ で $K_I(t)$ が K_{crit} に達するようなランプ状入力に対する結果であり図7の●印と同一である。衝撃速度を除けば○印と●印の解析条件は同じである。この図から、コースティックス法においては衝撃速度が速くなるほど K_{Id} が高めに評価されることがわかる。逆に、衝撃速度が遅い(破壊開始時刻が約 $15\mu s$ 以上)場合にはコースティックス法は精度良く K_{Id} を評価すること

図9 K_{Id} の測定値に与える負荷速度の影響

が推察される。また、衝撃速度によらず、コースティックス法によるき裂進展開始時刻の評価の遅れはほぼ一定となっていることがわかる。

4. 考察

4. 1 き裂進展開始前の $K_I^m(t)$ について 図10(a)および(b)はステップ荷重を受ける場合の進展開始前のき裂前方($x_2=0, x_1>0$)における応力 σ_{22} の理論解(破線)⁽¹⁰⁾と $K_I^{th}(t)$ によって表される近似解(実線)をそれぞれ普通目盛りと対数目盛りを用いて比較している。 σ_a はステップの高さである。これらの図から波頭の後方にはなだらかな応力場が広がっていることおよび $K_I^{th}(t)$ 支配場(以後K支配場と呼ぶ)の半径 R は縦波の速度 C_L の約 $2/100$ という遅い速度で拡大する(すなわち $R \approx 0.02C_L t$ である)ことがわかる。

図11は上の例に対するK支配場の半径 R および初期曲線の半径 r_0 の時間的变化を示す。ここで、 r_0 の

(a) 普通目盛りによる表示

(b) 対数目盛りによる表示

図10 ステップ荷重を受けた半無限き裂前方の応力分布

では図12(b)によるコースティックス像が得られるので、 $K_I^m(t)$ は増大し続けることになる。この感知の遅れは図5～9より $t \cong 0.16 t_0 \cong 1.1 \mu s$ である。

以上のことから、スクリーンの位置 Z_0 が大きければ、き裂先端近傍の初期曲線の半径 r_0 が大きいため、き裂進展開始の感知の時間遅れが大きくなることが理解される。これは Z_0 が大きいため測定される K_{Id} が大きくなるという図7の結果をよく説明している。

き裂進展開始の感知が遅れている間に増大する $K_I^m(t)$ の量は、図12(b)の静止き裂の場合に等しいので、入力波形や衝撃速度に依存することがわかる。したがって、測定される K_{Id} が応力波形や衝撃速度に依存するという図8および9の結果を説明することができる。

4.3 Fracture incubation timeについて 1章で述べたように、破壊までの時間が短い場合の K_{Id} の異常な上昇や入力波形依存性などの特異な挙動はFracture incubation timeを仮定することによりよく説明できる⁽³⁾⁻⁽⁵⁾。いっぽう、同様の特異な挙動は前節で述べたように、衝撃速度が速く v が急変する場合の K_{Id} 測定に用いられるコースティックス法において応力場の伝播速度の遅さに起因するき裂進展開始感知の一定時間の遅れによってよく説明できる。したがって、fracture incubation timeをき裂進展開始感知の遅れ時間と解釈すれば、fracture incubation time説の一応の根拠が与えられる。

しかし、現実の破壊進行領域における微視的破壊挙動にもこの説の根拠の一部が存在するかどうかは未だに不明であり、今後の研究が必要である。いずれにしても、コースティックス法に内在するき裂進展開始感知の遅れのために、この方法によって測定された K_{Id} 値を使う限り、動的線形破壊力学の基本式(1)の適用は、破壊までの時間が約 $15 \mu s$ (鋼の場合)以上でなければならないことは、以上の結果より、明確であろう。

なお、本研究では簡単のために平面応力状態を仮定して2次元解析を行ったが、実際の破壊開始が試験片の板厚中央部で生ずる場合には応力場が試験片表面に

到達するのに時間を要するため、反射型コースティックス法のシミュレーションにおけるき裂進展開始の感知は、本解析結果よりもさらに遅れると考えられる。

5. 結言

本研究では、衝撃速度が速く、破壊までの時刻が数 μs で、き裂進展速度が急変する場合の鋼の衝撃破壊靱性 K_{Id} 測定のシミュレーションを有限要素法により行なった。その結果、コースティックス法によって測定される衝撃破壊靱性の値は、破壊までの時間が短くなる程過大に見積もられること、入力波形に依存すること、コースティックス法のスクリーンの位置に依存することを明らかにした。これらの結果を、コースティックス像に顕著な影響を与える程大きな応力場が伝播する速度が縦波の速度に比べて遅いために、き裂進展開始の感知が一定時間(約 $1.1 \mu s$)だけ遅れることに起因していることから説明し、動的破壊力学の基本式 $K_I(t) = K_{Id}$ の適用限界について考察した。

参考文献

- (1) Rosakis, A. J., Eng. Fract. Mech., 13-2 (1980), 331.
- (2) Kobayashi, A. S. and Lee, O. S., ASTM STP 803 (1983), 1.
- (3) Kalthoff, J. F., Eng. Fract. Mech., 23 (1986), 289.
- (4) Shockey, D. A., Kalthoff, J. F. and Erlich, Int. J. Fract., 22 (1983), 217.
- (5) Homma, H., Shockey, D. A. and Murayama, Y., J. Mech. Phys. Solids, 31 (1983), 261.
- (6) Aoki, S., JSME Int. J., Series I, 31-3 (1988), 487.
- (7) Malluck, J. F. and W. W. King, ASTM STP 711 (1980), 38.
- (8) Katsamains, F., Trans. ASME, Ser. H, 99-2 (1977), 105.
- (9) 橋高, 西岡, 日本機械学会論文集(A編) 511-55 (1989), 568.
- (10) Ma, C. C. and Freund, L. B., J. Appl. Mech., 108 (1986), 303.