構造最適化手法の最近の動向*

尾 田 十 八^{*1}

Recent Developments of Structural Optimization Techniques

Juhachi ODA

Key Words: Optimum Design, Structural Analysis, Computational Mechanics Design Engineering

1. 緒 言

機械や構造物の形態やその構成部材の材料特性等を強度的な制約条件のもとで最適に決めようとする、いわゆる「機械構造設計問題の最適化手法」に関する研究は、ここ20～30年の間活発に行われるようになってきた。これらの研究経過や進展状況等に関しては、すでに国外において数件の^{(1)～(3)}、また国内でも本学会の分科会報告⁽⁴⁾や著書⁽⁵⁾および連載講座⁽⁶⁾等で報告されてきているし、本論文集の展望記事としても筆者が以前に記述したことがある⁽⁷⁾。ところでここ数年の研究状況に注目すると、この分野は大きな二つの流れに分かれて発展しつつあるように思われる。その一つは従来から行われてきている研究の延長線上のものであり、もう一つはこれと異なった流れのものである。当然前者の立場の研究が極めて多いので、ここではそれらの内、これまで必要と言われながらも残されてき

ている問題点の1, 2に絞って、その対応策と関連した形で、述べることにする。一方後者の立場の研究については、著者の私見もまじえながら紹介することにした。

2. 従来の最適設計法における問題点

機械構造設計における最適化手法の研究は、Michell⁽⁸⁾によるトラス連続体創生法に関する研究にまで遡れば、もう1世紀近くになる。しかしこの分野の活発な研究はコンピュータの発達と数理的最適化手法の進歩に負うところが大きく、最近20～30年間に特に行われるようになってきた。この間の研究動向をみると、表1に分類された各種構造の最適化問題に対する具体的方法論の開発が中心と言える。つまり構造最適化問題を、その形態を決定する立場と、材料組織を決定する立場から分類した表1において、それら個々の構造を対象とした具体的最適化問題に対応する

表1 構造物の最適設計問題の分類

* 平成2年11月5日 関西支部第249回講演会において基調講演，原稿受付 平成3年4月15日。

*1 正員，金沢大学工学部 (〒920 金沢市小立野2-40-20)。

種々の手法が多く研究されてきていると言える。しかしある意味では数えきれないくらい多いこの種の研究も、種々の重要で、かつ難しい問題を残して発展してきていることに注意しなければならない。そしてそれらの問題とはおよそ次のようなものである。

(1) 設計問題において仮定や理想化がなされすぎため、問題の解が限定されたり、実用上役立たない解を求める研究が多い……………問題点(1)

(2) 構造の基本形態(位相決定問題を含む)を求める最適化手法の開発が少ない……………問題点(2)

(3) 構造形態とその構成材料組織に関する設計パラメータを分離して扱う研究がほとんどである

……………問題点(3)

(4) 動的負荷(振動・衝撃問題など)に対応した構造最適化手法の開発が少ない……………問題点(4)

これら各種問題点に関して、次章では特に(1)、(2)点に絞って具体的進展状況を説明することにした。

3. 問題点とその対策および研究動向

3.1 問題点(1)について 工学的な設計問題に限らず、実用上解析したいと思われる種々の現象は、非常に複雑であるので、それを正確に解析することは困難である。よってその現象の本質を失うことなく、理想化や簡単化を進め、適当な解析モデルを作ることが多い。設計問題に関してもそれらと全く同様のことが言えるが、特に設計の最適化手法においては、次のような立場から問題の簡単化を強いられる。

(i) 設計問題を定式化する上での制約

(ii) 設計解の評価と探索上の制約

設計の最適化問題は、一般に次式で与えられる。

$$W=f(X) \rightarrow \text{Min (or Max)} \dots\dots\dots (1)$$

図1 汎用最適設計プログラムの流れ

subject to

$$g_j(X) \leq 0 \quad j=1, \dots, m \dots\dots\dots (2)$$

$$h_i(X)=0 \quad j=1 \dots, k \dots\dots\dots (3)$$

$$X^{(L)} < X < X^{(U)} \dots\dots\dots (4)$$

よって、その問題の定式化は、目的関数式(1)や制約条件式(2)~(4)をいかに規定するかということになる。この点が(i)のことであるが、当然その定式化は(ii)の点とも強く関連している。すなわち設計解を求める操作は、図1に示すような制約条件を満たす初期構造モデルを設定し、その解析を行い、評価し、最適化する過程の繰返しである。表2はそのようなプログラムシステムの構造とそこで用いられている手法を示したものであるが、構造解析の手法としてFEM等の数値解法を用いるにしても実用上のモデルをそのまま解析することは、経済的にも労力の上からも極めて困難な場合が多い。それは実際のモデルが複雑で大規模なものであることと、最適化のための感度解析に関連した計算労力上のことからである。このようなことから、近年解析労力やその費用を減少させるための有効な感度解析法やモデルに対応した適切な要素分割法の研究も行われている。例えば感度解析法については、形状可変問題に対するのみならず、構造の非線形応答に対する有効ないくつかの手法が開発されている。これらについてはHaug⁽⁹⁾の著者や、Haftka⁽¹⁰⁾による最近の展望にその詳細が記述されているので、興味のある方はこれを参照されると良いが、それら手法は、結局のところこれまで知られている直接法(Direct method)と随伴法(Adjoint method)に関連したものである。ただそれら手法の選択は、対象問題の性質や規模と関連して、得られる感度解の精度や計算時間が大きく異なると言われており難しい問題である。

一方要素分割法については、Botkin⁽¹¹⁾が解析の各過程での要素のひずみエネルギー密度変化を平均化さ

表2 最適設計プログラムシステムの構成

せる方法を提案している。つまり FEM における要素サイズ (h) とそのひずみエネルギー密度 (SED) の誤差との関係は、次式で与えられることが知られている。

$$|E - E_i| < C_i h^k |D^* E|_e \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 E は真の、一方 E_i は計算による SED の値を意味しており、 C_i は比例定数で D^* は k 次 (要素の次数) の微分演算子である。よって定ひずみ要素を用いる場合、 $k=1$ であるので誤差は要素の SED の一次微分値と h との積に比例することになり、この関係を利用して対象モデル全域での SED 密度変化を平均化させるように再分割域を決めることができる。図 2 は Botkin が試みた設計例の初期および最適解での FEM 要素分割状況を示したものである。次に解の探索の労力の点に注目しよう。これは数理的にどのような手法を用いるかということも重要であるが、まず設

図 2 ブラケットの設計モデルと要素分割

図 3 多段階最適化の計算の流れ

計変数と制約条件をどのようなものとし、それをいくつか設定するかということが極めて大きく影響する。原則的には解析モデル (Analysis model) と設計モデル (Design model) を区別することが重要である。そして前者については実際現象をできるだけ正確に把握できるものに、一方後者については、その設計変数等を必要最小限なものに限定することが良い。このような考え方で設計変数を決めると、どうしても十分な設計が実施できないような大規模なモデルに対しては、対象構造の設計変数のレベルを分けて解く、いわゆる多段階設計法 (Multi-level design optimization techniques) が提案されており、この手法を利用すると良い。近年この方法に関連して、システムレベル問題 (トップレベル問題とも呼ばれる) とサブシステムレベル問題との間に関連する制約条件を設計変数に関して線形化近似して簡単に処理する方法が Vanderplaats⁽¹²⁾ らによって提案された (図 3 参照)。また Azarm⁽¹³⁾ らもこの分野に有効な特有の手法を提案している。

3.2 問題点(2)について 図 4 に示すコート掛け問題を考えよう。この場合それをトラス構造で実現するとしてその部材数と配置を与えれば、どのような目的関数や制約条件の伴う問題についても現状では一応解くことができるであろう。しかしこのような仮定が全く与えられていないとき、つまりトラス構造としてもその総部材数やそれらの配置が未定ならば、たちまち最適解を求めることは困難となる。このような問題が、いわゆる位相決定問題といわれるものであるが、その具体的方法論について考えてみよう。位相決定問題で、まず重要なことは、その初期位相をどのようなものとするかということである。つまり具体的には、図 4 の問題で荷重点と支持壁とを結ぶ適当な設計空間内にいくつかの節点 (あるいは部材) を与えるかということになる。したがってその考えられる方法には、次のようなものがある。

(i) 最小個の節点 (あるいは部材) を設定する。

図 4 コート掛け問題

(ii) ある有限個の節点(あるいは部材)を設定する。

(iii) 無限個の節点(あるいは部材)を設定する。図5はその状況を示したものであるが、これまでのトラス位相決定の研究で、Hemp⁽¹⁴⁾、Dorn⁽¹⁵⁾らの方法は(ii)の、一方Michellの方法は(iii)のものに対応していると言える。

さて、このようにして初期位相が設定されると、次にいかにして目的関数を最小化しつつ、最適な位相へとこれを変換してゆくかということが重要である。その変換方法は先の(i), (ii), (iii)のいずれの初期位相を選ぶかということによって当然異なるものと考えられるが、残念ながら、現状ではこのような位相変換法が全くと言って良いほど研究されていない。ただ筆

者⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾はこの種のこれまでのいくつかの研究からその位相変換法として、形状・寸法や材料特性の極限化による方法が有効であると考えている。つまりそれは図6に示すようなもので、初期位相における部材断面積 A_i や長さ l_i 等を設計変数として採用し、それが限りなく零に近づくとき、その部材を消去して新しい位相を創成するものである。このような方法でトラスやラーメンのような骨組構造では複雑な初期位相からより単純化されたものが、一方連続体ではこの逆の位相変換が行われることとなる。この手法を利用して著者⁽¹⁸⁾は、二輪車フレームの最大剛性設計規準下の最適位相を断面積と長さを設計変数にして決定している。またBendsoe⁽¹⁹⁾は連続体の設計変数に密度関数(Density function)を導入して、形態設計を一種の要素材料選択問題に置換し、その最適密度分布より多連結形態の創生を可能としているがこれも上述の方法の一種とみることができる。図7は彼によるはりのモデルの計算例を示すものである。

4. 最適設計法周辺の新しい研究動向

最適設計法は、現在のところ初期研究から詳細設計に至る工学的設計の流れの中で、いわゆる詳細設計過程の、しかもごく一部分にしか利用されていないのが実状である。しかし最適設計法を広義に解釈すれば、それはトータルな設計の流れの、すべての段階で有効性を発揮するものでなければならない。このような観点に立つとき、明確に定式化できなくとも、過去における経験や関連する各種情報等を含めた広範囲にわたる設計データを基礎として、それらを有効に利用し設計の最適化が進められることも必要である。その有効な一つの方法として今日知識情報処理技術、具体的にはエ

図5 構造物の位相決定問題

図6 位相の変換方法

図7 密度関数法によるはりの最適位相の例

キスパートシステムの設計への利用化が行われつつある。赤木⁽²⁰⁾はこのような方法によって船体構造の基本設計を行うシステム等の開発を試みており、また瀬口⁽²¹⁾らはトラス橋の概念設計支援システムの開発研究を進めている。

一方このような動きと関連したものとして、ニューラルネットを利用して最適化問題を解く研究の試みが近年みられるようになってきた^{(22)~(24)}。この分野の研究はいくつかの既知最適解に対して学習されたニューラルネットの推定能力を活用し、種々条件の異なる近似最適解を簡単に求めるようとする立場のものと、ホップフィールドやボルツマンマシンのエケルギー関数を利用して、現実の最適化問題をこれら関数の極値化と関連させて解こうとする立場である。図8, 9は著者らによって試みられた前者の立場の研究例を示す。つまりそれは一様引張りを受ける半円切欠付帯板(図8)の応力集中を緩和するため、適当な付加円孔をその切欠近傍に作る問題である。図9はそれに用いられたニューラルネットであり、これにいくつかの既知最適解を学習させた後、それを用いて任意の半円切欠きに対して付加円孔の半径(r_2)と位置(X_L, Y_L)の推定近似解が得られる。この例のようにニューラルネットを用いる方法では、厳密な意味での最適解が求められるという保証はないが、3章でも述べたように従来の数理

的方法による最適解の導出が、極めて計算労力と費用を必要としている点から考えると、現実的には非常に魅力的な方法と言わねばならない。

以上述べてきた研究とは別に、最適設計関連技術でのもう一つの動きをここで紹介しておきたい。それは知的適応構造物(Intelligent adaptive structure)に関する研究である。これまでの最適設計法は、設計対象とする構造物の置かれる力学的環境や、その設計上の目的および制約条件を規定した上で、それらを最適に満足する具体的構造形態や材料構成等を推定するものであった。したがって得られたものは、そのような条件下で確かに最適と言われるものになっている。しかし与えられる条件が当初決められたものから変動した場合、その形態等は最適とは言えなくなる。しかしこのような場合でも、その形態や組織をアクティブに変化させることによって、最適形態を維持しようとする方法が研究されはじめており、そのような構造を知的適応構造物と呼んでいる。その正確な定義は次のようなものである⁽²⁵⁾。

「構造物に課せられる種々なミッション要求や設計要求に応じて、その幾何学的形態やあるいは力学的特性を変化させることのできる構造物」

この種の構造物に対するニーズは、もともと宇宙ステーション等の可変構造物を、さらにいっそう機能化させることから生じたが、生物はある意味ではすべて高度な知的適応構造物であるから、その概念は特に新しいものとは言えない⁽²⁶⁾。しかしこのような構造物を工学的に実現することは極めて難しいことであり、従来から研究されて来た構造、機構および制御工学、さらにそれらを応用したロボット工学の助けを必要とするであろう。また上述の定義での知的適応構造物に対しては、これまでの最適設計法では考えなかった目的関数も考慮できる自由度が増大する。例えば図10に

図8 付加円孔による応力集中緩和モデル

図9 付加円孔を規定するニューラルネット

図10 知的適応トラスの簡単な例

示すトラス構造において、部材4のみが、その長さがある範囲で可変できるとすると「荷重 P の作用方向 θ の変化に対して常に剛性最大となる構物を求めることはもちろん、 θ の変化にかかわらず剛性一定である形状(この概念は半谷⁽²⁷⁾らが指摘しているホモログス構造に対応する)を得ることも可能となる。そしてこのような形状決定のための理論的方法には従来から研究されてきている各種の最適設計法が大いに利用可能であることは言うまでもない。現在この種の構造創生に関する研究は、図10のような可変構造形態問題^{(28)~(30)}にほぼ限定されているが、それが構造を構成している材料組織までも含めて可変できるように現実的に発展してゆくことが期待される。

以上、最適設計法周辺における最近の新しい研究動向について、二、三のトピック的話題を中心に記述してきたが、これらを含めて最近のこの方面の進歩を総括的に眺め、その最適設計法との関連性を考えると、次のことが言えると思う。

(i) 最適設計問題の意味の変化と多様化 機械構造設計問題は、これまで応力、変位に関連した強度的制約条件のもとでの、その構造全体の重量を最小化したり、剛性を最大化するようなものにほぼ限られていた。ところが近年、構造そのものを単なる強度的物体に留めず、積極的に他の各種機能をも持たせる方向に設計方針が変化してきている。このことは「構造系と制御系の同時最適化設計」、「ホモログス構造の設計」、「感性を満たす構造設計」等の形でいくつか試みられている。このような構造設計は他の多くの分野と関連してきており、したがってその設計目的や制約条件も広範囲で種々のものを考えねばなくなってきた。

(ii) 最適設計手法の多様化 従来の最適設計手法は、極言すれば構造解析法と数値計画法があればそれで一応十分と言えた。しかし(i)で述べたように最適設計問題が極めて多様化し、複雑化してくると、必然的にあらゆる方法論を利用しなければならなくなる。AIやニューラルネットの利用はその例とも言えるが、このようなソフト面のみでなく、知的適応構造のごとく、いわゆる構造がメカニズムと区別できない形で、その設計目的を達成するようになってくると、構造設計はその機構、制御を含めたハードなシステム設計の立場も必要となってくる。

5. 結 言

本報では「機械構造設計問題の最適化手法」に関す

る最近の研究動向を、これまでの研究の流れの延長線上での分野と、これと少し異なった流れの分野とに分けて述べた。前者については、従来必要と言われていたにもかかわらず不十分のまま置かれていた問題点をいくつか取り上げ、それらに絞ってその対策の形で記述した。また後者については構造最適設計の分野が、今後大きく変動する前兆を示唆する意味で著者の私見を含めて紹介した。

文 献

- (1) Panel Discussion, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 103-4 (1981), 677.
- (2) Schmit, L. A., *Proc. Int. Sym. Opt. Struct. Des.*, (1981-10), 1.
- (3) Haftka, R. T., ほか1名, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 57 (1986), 91.
- (4) 機械学会編, 機械構造設計の最適化手法に関する調査研究分科会報告書, (1987), 機械学会.
- (5) 機械学会編, 構造・材料の最適設計, (1989), 9, 技報堂.
- (6) 尾田・ほか3名, 機械の研究, 40-5 (1988)~41-11 (1989).
- (7) 尾田, 機論, 50-452, A (1984), 543.
- (8) Michell, A. G. M., *Phil. Mag.*, 8-4 (1904), 589.
- (9) Haug, E. J., ほか2名, *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*, (1989), 25, Academic Press.
- (10) Haftka, R. T., ほか1名, *Structural Optimization*, 1 (1989), 137.
- (11) Botkin, M. E., *AIAA J.*, 28-5 (1990), 922.
- (12) Vanderplaats, G. N., ほか2名, *AIAA J.*, 28-2 (1990), 290.
- (13) Azarm, S., ほか1名, *Trans. ASME, Ser. R*, 111 (1989), 259.
- (14) Hemp, W. S., *Optimum Structures*, (1973), 18, Clarendon Press.
- (15) Dorn, W. C., ほか2名, *J. Mec.*, 3-1 (1964), 25.
- (16) 尾田・ほか1名, 機論, 45-389, (1979), 33.
- (17) Oda, J., ほか1名, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 15-7 (1980), 1095.
- (18) 尾田・ほか4名, 機論, 55-518, A (1989), 2195.
- (19) Bendse, M. P., *Structural Optimization*, 1 (1989), 193.
- (20) 赤木, 機械の研究, 39-12 (1987), 1317.
- (21) 瀬口, 科学研究費補助金研究成果報告書, (1988), 60.
- (22) 田辺・ほか3名, 機械学会通常総会講演論文集, No. 900-14 (1990-3), 77.
- (23) 原, 文献(22)の80ページ.
- (24) 岸・ほか2名, 機械学会機械力学講演論文集, No. 900-44 (1990-7), 493.
- (25) 名取, 第14回造船学会夏季講座資料, (1988), 47.
- (26) 尾田, 機械学会通常総会講演論文集, No. 910-17 (1991-3), 395.
- (27) 半谷, 第39回応用力学連合講演会講演集, (1989-12), 15.
- (28) 三浦・ほか1名, 第27回構造強度に関する講演会講演集, (1985-7), 58.
- (29) 山本・ほか2名, 第30回宇宙科学技術連合講演会講演論文集, (1986-10), 92.
- (30) 室津・ほか2名, 機論, 56-528, A (1990), 1906.