電子デバイス実装基板の確率有限要素熱変形解析*

谷 周一^{*1}, 吉岡純夫^{*1}, 上貝康己^{*2}

Stochastic Finite Element Analysis of Thermal Deformation of Electronic Device Mounted on Circuit Board

Shuichi TANI, Sumio YOSHIOKA and Yasumi UEGAI

In the analysis of small structure such as the electronic devices, all of the material properties or dimensions of each component can not be grasped clearly in practice. In this study, uncertain thermal deformation of IC package mounted on the printed circuit board is evaluated by the stochastic finite element analysis based on the first order perturbation technique. In the analysis, the uncertainties of elastic constants, coefficients of thermal expansion and the position error of Si chip are taken into account. The numerical example shows the effect of each uncertain factor on the deformation of package lead related to the thermal fatigue of solder joints. Furthermore, the strain of solder joint is estimated by considering the uncertainty of lead deformation.

Key Words: Structural Analysis, Stochastic FEM, Uncertainty, Electronic Devices, Thermal Deformation

1. 緒 言

電子機器の熱的環境が高密度実装化に伴いますますます過酷さを増している中で、線膨張係数が異なる異種材料で構成された電子デバイスの熱変形・熱応力の評価は重要な課題であり、従来から数値構造解析による評価が行われている^{(1)~(4)}。

従来の評価では確定論的なモデルを用いる場合がほとんどであるが、電子デバイスの各構成材料に関して、解析に必要な材料特性値がすべて明確に把握されているとは言い難く、また材料固有のばらつきもある。さらに微細な構造各部の形状・寸法等の不確定性も強い。したがって、これらの不確定因子が熱変形・熱応力に及ぼす影響を明らかにすることは電子機器の信頼性評価の観点から極めて重要であると言える。

本研究では、各構成材料の材料特性値およびパッケージ内部のSiチップの位置ずれを不確定因子とした確率有限要素法により、一定温度上昇に伴うICパッケージ実装基板の熱変形に及ぼす各因子の影響を明ら

かにした。また、熱変形変動の評価結果を基に、熱疲労が問題となるパッケージリードとプリント基板とのんだ接合部に着目して、接合部に発生するひずみに対する不確定因子の影響についても検討を加えた。

2. 計 算 手 法

2・1 確率有限要素熱変形解析の基礎式 本解析では熱荷重のみを取扱うため、有限要素法に基づく剛性方程式は次式で表される。

$$[K]\{U\} = \{F'\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $\{U\}$ 、 $\{F'\}$ はそれぞれ節点変位ベクトル、熱荷重ベクトルであり、 $[K]$ は剛性マトリックスである。式(1)において、不確定因子である材料特性と形状因子の変動により $[K]$ と $\{F'\}$ が変動しその結果 $\{U\}$ が変動する。ここで、形状因子の変動は具体的には節点座標の変動として取扱う。

いま、任意の材料特性値 M_i を期待値が零の確率変数 α_i を用いて

$$M_i = \bar{M}_i + \alpha_i \quad (i=1 \sim m) \dots\dots\dots (2)$$

と表し、また形状が変動する箇所の座標値 x, y を同様に確率変数 β_j, γ_j を用いて、

$$x_j = \bar{x}_j + \beta_j \quad (j=1 \sim n) \dots\dots\dots (3)$$

$$y_j = \bar{y}_j + \gamma_j \quad (j=1 \sim n) \dots\dots\dots (4)$$

* 平成2年10月29日 第3回計算力学講演会において講演、原稿受付 平成3年1月25日。

*¹ 正員、三菱電機(株) (〒661 尼崎市塚口本町8-1-1)。

*² 准員、三菱電機(株)。

と表現する。ここで、 m, n はそれぞれ不確定材料特性因子、不確定座標値の総数であり、また $(\bar{\cdot})$ は確定値を表す。一次摂動法に基づく確率有限要素解析の手順に従い⁽⁵⁾、 $\{U\}$ の確定項 $\{\bar{U}\}$ および材料特性因子に対する一次変動項 $\partial\{U\}/\partial\alpha_i$ は次の方程式を解くことで評価できる。

$$[\bar{K}]\{\bar{U}\} = \{\bar{F}\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$[K] \frac{\partial\{U\}}{\partial\alpha_i} = \frac{\partial\{F\}}{\partial\alpha_i} - \frac{\partial[K]}{\partial\alpha_i} \{\bar{U}\} \quad (i=1 \sim m) \quad \dots\dots\dots (6)$$

なお、不確定座標値に対する変動項 $\partial\{U\}/\partial\beta_j$ 、 $\partial\{U\}/\partial\gamma_j$ についても、同様の評価手順となる。

2・2 熱変形の期待値と分散の評価 不確定材料特性因子を考慮した場合の節点変位ベクトル $\{U\}$ の変動は確定項と一次変動項を用いて、結局次式で表される。

$$\{U\} = \{\bar{U}\} + \sum_i^m \frac{\partial\{U\}}{\partial\alpha_i} \alpha_i \quad \dots\dots\dots (7)$$

このとき、任意の節点変位成分 u の期待値 $E[u]$ と分散 $\text{Var}[u]$ は確率変数 α_i と α_j の相関係数 ρ_{ij} を用いてそれぞれ次のように表される⁽⁶⁾。

$$E[u] = \bar{u} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{Var}[u] = \sum_i^m \sum_j^m \frac{\partial u}{\partial\alpha_i} \frac{\partial u}{\partial\alpha_j} \times \rho_{ij} \sqrt{\text{Var}[\alpha_i]} \sqrt{\text{Var}[\alpha_j]} \quad \dots\dots\dots (9)$$

本解析では、図1に示すように樹脂で封止されたパッケージ内部のSiチップとダイパッドの位置ずれ(x, y 方向ずれ: $\Delta x, \Delta y$, 回転ずれ: $\Delta\theta$) を形状不確定因子として考慮し、チップとパッド間の相対ずれはないものと仮定する。このとき、節点変位の分散は、前節で求めた節点座標に関する微係数を、チップとパッドの位置ずれの変動を表す三つの確率変数 $\Delta x, \Delta y, \Delta\theta$ に関する微係数に変換して、

$$\text{Var}[u] = \sum_i^3 \sum_j^3 \frac{\partial u}{\partial\xi_i} \frac{\partial u}{\partial\xi_j} \times \rho_{ij} \sqrt{\text{Var}[\xi_i]} \sqrt{\text{Var}[\xi_j]} \quad \dots\dots\dots (10)$$

のように表される。ここで、 ξ_i は形式的に採用した確

率変数であり、各微係数はそれぞれ

$$\frac{\partial u}{\partial\xi_1} = \frac{\partial u}{\partial(\Delta x)} = \sum_i^n \frac{\partial u}{\partial\beta_i} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial\xi_2} = \frac{\partial u}{\partial(\Delta y)} = \sum_i^n \frac{\partial u}{\partial\gamma_i} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial\xi_3} = \frac{\partial u}{\partial(\Delta\theta)} = \sum_i^n \left(x^* \frac{\partial u}{\partial\gamma_i} - y^* \frac{\partial u}{\partial\beta_i} \right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

で表される。ただし、式(13)の x^*, y^* は回転中心 O を原点とした場合の座標値を意味する。

3. 実装基板の熱変形解析

本解析では、ICパッケージとプリント基板とののはんだ接合部の熱疲労破壊に関するパッケージリードの変形に着目し、各構成材料の弾性係数・線膨張係数のばらつきおよびSiチップとダイパッドの位置ずれの影響を把握することとした。

3・1 解析条件 採用した有限要素モデルの右半分を図2に示す。ただし、解析には左右非対称のSiチップとダイパッドの位置ずれを考慮するため左半分も含めた有限要素モデルを用いた。構成要素は8節点四角形アイソパラメトリック要素であり、平面ひずみ状態を仮定した。また、熱荷重条件は一様温度上昇 $\Delta T = 50^\circ\text{C}$ とし、Siチップの長さ l を6, 12 mmの2種類に設定して解析を行い、リードと基板間のはんだ接合部分のモデル化は省略した。

各構成材料の材料特性値の期待値を表1に示す。材料特性の不確定因子は、リードを除く他のすべての構成材料の縦弾性係数・ポアソン比・線膨張係数であり、また形状因子は、パッケージ内容物(Siチップとダイパッド)の位置ずれを表す3個のパラメータ($\Delta x, \Delta y, \Delta\theta$) を考慮している。したがって、不確定因子の総数は15個である。なお、回転角 $\Delta\theta$ は図2に示す点 O をその回転中心としている。

材料特性値のばらつきの入力値としては、各期待値に対して変動係数が10%となるように設定し、形状因子については、 $\Delta x, \Delta y, \Delta\theta$ の標準偏差を設計公差

図1 Siチップとダイパッドの位置ずれ

図2 実装基板の有限要素モデル

の2倍以上の値としてそれぞれ0.1 mm, 0.1 mm, 1 degとした。なお、各不確定因子は相互に無相関で変動するものと仮定した。

3・2 熱変形解析結果 図3にチップ長さ $l=6$, 12 mmのモデルに関して、リード近傍の熱変形状態

(a) $l=6$ mm (不確定因子：材料特性)

(b) $l=6$ mm (不確定因子：材料特性+形状因子)

(c) $l=12$ mm (不確定因子：材料特性)

(d) $l=12$ mm (不確定因子：材料特性+形状因子)

図3 実装基板(リード近傍)の熱変形図

を材料特性因子のみが変動した場合とすべての不確定因子が変動した場合にそれぞれ分けて示す。同図における破線は変位の期待値(一点鎖線)に ± 3 倍の標準偏差(σ)を上乗せした限界値を表している。プリント基板は不確定変動因子の影響を受けて凹凸の曲げ変形挙動を呈しており、リードパッケージと基板の熱変形差を吸収するように変形しているのが認められる。また、実装したパッケージの面外変形のばらつきは、特にパッケージ内容物の位置ずれの影響を強く受けており、パッケージ内容物の寸法が大きいほどその傾向が強い。

次に、実装基板全体の熱変形変動がリードと基板とのはんだ接合部に及ぼす影響を検討するため、はんだ接合部に発生するひずみに直接関係するリード自体の変形に着目する。ここでは、リードの変形の代表値として、図2で示したA-B間の x, y 方向相対変位 $\Delta U_x, \Delta U_y$ を選び、各不確定因子が及ぼす影響について評価を行う。

図4はパッケージ内容物の y 方向ずれ Δy のみの変動に対する相対変位 $\Delta U_x, \Delta U_y$ について、その確定解と一次摂動解との比較を一例として示す。図4では図2で示したパッケージ内容物の位置を基準($\Delta x=0, \Delta y=0, \Delta \theta=0$)としている。一次摂動解は確定解の変

表1 解析に用いた材料特性の期待値

	Thermal expansion coefficient ($1/^\circ\text{C}$)	Young's modulus (GPa)	Poisson's ratio
Si chip	α_c 3×10^{-6}	E_c 196	ν_c 0.3
Die pad	α_d 5×10^{-6}	E_d 147	ν_d 0.3
Resin	α_r 30×10^{-6}	E_r 15	ν_r 0.3
Lead	α_s 5×10^{-6}	E_s 147	ν_s 0.3
Substrate	α_b 15×10^{-6}	E_b 20	ν_b 0.3

図4 Δy の変化に対する $\Delta U_x, \Delta U_y$ の変化における確定解と一次摂動解の比較

化に追従したこう配を示しており、摂動解の妥当性が確認できる。

リードの相対変位の解析結果として、材料特性・形状の全不確定因子を考慮した場合の期待値と標準偏差を図5に示す。 $l=12\text{ mm}$ におけるリードの相対変位はその期待値がほとんど零に近いのに対して、標準偏差は期待値を大幅に上回る値を示している。また、有意的な期待値が認められる $l=6\text{ mm}$ の場合についても、相対変位のばらつきは変動係数として50%強の大きな値を示している。

次に、リードの変形に及ぼす各不確定因子の影響について検討する。図6に相対変位 ΔU_x , ΔU_y の標準偏差に及ぼす材料特性値のみの変動の影響を各構成材料ごとに比較した結果を示す。図から明らかなように、パッケージ内容物の大小にかかわらず、樹脂と基板の特性のばらつきが圧倒的に大きく影響していることがわかる。そこで、さらに影響因子の絞り込みを行うために、樹脂と基板について各材料特性値単独の変動に

図5 相対変位 ΔU_x , ΔU_y の期待値と標準偏差 (不確定因子: 材料特性+形状因子)

図6 リードの相対変位に及ぼす各構成材料における材料特性変動の影響

よる相対変位の標準偏差を比較した結果が図7である($l=6\text{ mm}$ の場合)。同図から、材料特性因子に関して言えば、樹脂と基板の線膨張係数の変動がリードの変形変動を支配していることが結論づけられる。

一方、形状に関する各不確定因子について、材料因子と同様の比較結果を図8に示す。この場合は、Siチップとダイパッドの y 方向位置ずれ Δy の変動が支配的であり、その影響はパッケージ内容物の寸法が大きくなるほど顕著である。

4. はんだ接合部に発生するひずみの評価

前章で解析した実装基板の熱変形変動を基に、熱疲労が問題となるリードと基板間のはんだ接合部に発生するひずみの評価を弾塑性解析により行った。用いた有限要素モデルを図9に示す。構成要素は8節点四角形アイソパラメトリック要素であり、はんだの変形則は、63 Sn 35 Pb 2 Ag 材における室温の特性として、

$$\bar{\epsilon} = \frac{\bar{\sigma}}{26500} + 1.11 \times 10^{-31} \bar{\sigma}^{17.0} \dots\dots\dots (14)$$

なる応力-ひずみ関係を用いた。ここで、 $\bar{\epsilon}$, $\bar{\sigma}$ は、ミーゼス相当ひずみ (mm/mm), 応力 (MPa) である。境界条件としては、リードとパッケージとの付け根部

図7 リードの相対変位に及ぼす樹脂と基板における各材料特性変動の影響($l=6\text{ mm}$)

図8 リードの相対変位に及ぼす各形状因子の変動の影響

図 9 はんだ接合部の有限要素モデル

である点 A に前章で評価したリードの相対変位 ΔU_x の標準偏差を期待値 $E[\Delta U_x]$ に上乘せした形で強制変位として与えた。

はんだ接合部に発生するひずみ分布の様子を図 9 の添図に示す。最大ひずみは、はんだフィレット部の表面に発生している。そこで、この最大ひずみに着目し $l = 6 \text{ mm}$ のモデルに関して、材料特性因子の不確定性のみを考慮した解析結果を図 10 に示す。同図の縦軸は、はんだ接合部の最大ミーゼス相当全ひずみの期待値 $E[\bar{\epsilon}_{\max}]$ と、リードの相対変位の $+1, 2, 3\sigma$ を期待値に上乘せした強制変位に対応する最大ひずみ値 $\bar{\epsilon}_{\max}$ との比率を示したものであり、横軸は不確定因子の入力変動量を変動係数で示している。同図から、不確定因子の入力変動量をわずかに見積ったとしても、実装基板の熱変形変動の影響を考慮したはんだ接合部のひずみは、はんだ自体の材料非線形性の影響も受けて、期待値に比べてかなり大きな値を示すことがわかる。

以上の結果は、電子デバイス実装部品のはんだ接合部に係る熱疲労強度評価に対して、特に材料特性の不確定性が強いときに、従来行われていた確定的な構造解析がかなり危険側にあることを示している。

5. 結 言

各構成材料の材料特性値およびパッケージ内部の Si チップの位置ずれを不確定因子とした確率有限要素法により、IC パッケージ実装基板の熱変形に及ぼ

図 10 材料特性のばらつきを考慮した場合はんだ接合部の最大ミーゼスひずみ

す各因子の影響を調べるとともに、はんだ接合部に発生するひずみに対する不確定因子の影響についても検討を加えた。得られた結論を以下に示す。

- (1) 材料特性因子に関しては、樹脂と基板の線形膨張係数の変動がリードの変形変動を支配している。
- (2) 形状因子に関しては、Si チップとダイパッドのパッケージ厚さ方向位置ずれ Δy の変動がリードの変形変動を支配している。また、その影響はパッケージ内容物の寸法が大きくなるほど顕著である。
- (3) はんだ接合部に発生するひずみは実装基板の熱変形変動の影響とはんだ自体の材料非線形性の影響を受けて、期待値(確定解)に比べてかなり大きな値となる場合がある。

文 献

- (1) Lau, J. H., Rice, D. W. and Avery, P. A., *IEEE Trans. Compon. Hybrid Manuf. Technol.*, **10**-3 (1987), 346.
- (2) Ozmat, B., *Proc. of 40th Electronic Components & Technology Conf.*, **2** (1990), 959.
- (3) 佐藤・結城・吉岡, 機論, **55**-514, A (1989), 1437-1444.
- (4) 服部・坂田・初田・村上, 機論, **54**-499, A (1988), 597-602.
- (5) 中桐・久田, 確率有限要素法入門, (1985), 67, 培風館.
- (6) Ang, A. H. S. and Tang, W. H., *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, **1** (1975), John Wiley and Sons.