セラミック顆粒 CIP 成形時の力学的挙動に関する研究*
(第 2 報, 力学的挙動のシミュレーション)浜 中 順 一^{*1}, 中 塚 公 人^{*2}
杉 田 孝 志^{*2}, 古 賀 新^{*2}Mechanical Behavior of Ceramic Granule Compact
in Cold Isostatic Pressing
(2nd Report, Numerical Simulation of Mechanical Behavior)Jyunichi HAMANAKA, Masato NAKATSUKA,
Takashi SUGITA and Shin KOGA

A numerical simulation system is developed to estimate the mechanical behavior of a ceramic granule compact in cold isostatic pressing. In this system, a new yield criterion and constitutive equations proposed in the first report are used. Simulated results are compared with results of actually pressed Al_2O_3 compact. The agreement between calculated and the measured deformation of compact is relatively good.

Key Words: Ceramics, Cold Isostatic Pressing, Simulation System, Constitutive Equation, Yield Criterion

1. 結 言

CIP(Cold Isostatic Press) 成形時のセラミック顆粒の力学的挙動をよくシミュレートできれば, 成形品の最終形状・寸法および密度分布の予測が可能になりゴム形の設計を含めた成形条件の決定が非常に容易になる。

第 1 報⁽¹⁾ではこのシミュレーションに必要なセラミック顆粒の新しい成形条件, 構成則を提案した。また単軸圧縮試験および液圧下圧縮試験により成形条件, 構成則に必要な材料定数を決定する手順を述べ, アルミナ顆粒について具体的に定数の決定を行った。本報ではこの構成則をもとに CIP 過程をシミュレートするアルゴリズムの概要を報告する。さらに実際に CIP 処理した試験体の計測結果とシミュレーション結果との比較について述べる。

2. 成形条件および構成則

第 1 報で導いた成形条件と構成則の概要を以下に述べる。まず成形条件すなわち密度増加がすすむための

条件式は

$$F^*(\rho) = J_2 + \alpha^*(\rho) \cdot I_1^2 + \gamma^*(\rho) \cdot \left(\frac{J_2}{I_1}\right)^2 \quad \cdots \cdots (1)$$

となる。ここで右辺第 3 項めが新たに導入したダイラタンシーを表す項である。また $F^*(\rho)$, $\alpha^*(\rho)$, $\gamma^*(\rho)$ は材料によって決まる, 相対密度 ρ の関数である。また I_1, J_2 は各々応力の一次の不変量, 偏差応力の二次の不変量である。次に構成則であるが全ひずみ増分 $\Delta \epsilon_{ij}$ を弾性ひずみ増分 $\Delta \epsilon_{ij}^e$ と塑性ひずみ増分 $\Delta \epsilon_{ij}^p$ の和で表す。すなわち

$$\Delta \epsilon_{ij} = \Delta \epsilon_{ij}^e + \Delta \epsilon_{ij}^p \quad \cdots \cdots (2)$$

とする。ここで $\Delta \epsilon_{ij}^p$ は成形条件式(1)から求めた塑性ポテンシャルを用いると

$$\Delta \epsilon_{ij}^p = \lambda \cdot \left[\left\{ 1 + \gamma^*(\rho) \cdot \frac{J_2}{I_1^2} \right\} \cdot S_{ij} + 2 \left\{ \alpha^*(\rho) \cdot I_1 - \gamma^*(\rho) \cdot \frac{J_2}{I_1^3} \right\} \cdot \delta_{ij} \right] \quad \cdots \cdots (3)$$

となる⁽¹⁾。ここで S_{ij} は偏差応力成分, δ_{ij} はクロネッカーの δ である。塑性ひずみ増分の体積成分が $-\Delta \rho / \rho$ に等しいことを用いると式(3)中の λ は

$$\lambda = \frac{\partial g / \partial \sigma_{ij}}{K^* \cdot \partial g / \partial \rho} \cdot \Delta \sigma_{ij} \quad \cdots \cdots (4)$$

となる。ここで g は塑性ポテンシャルであり K^* とともに相対密度 ρ と応力の関数である。

* 原稿受付 平成 2 年 8 月 20 日。

^{*1} 正員, 石川島播磨重工業(株) (〒135 東京都江東区豊洲 3-1-5)。^{*2} 石川島播磨重工業(株)。

式(4)を式(3)に代入し D_{ijkl} を弾性係数テンソルとすると弾塑性状態での構成則は総和規約を用いて

$$\Delta\sigma_{ij} = (D_{ijkl} - D_{ijkl}^*) \cdot \Delta\epsilon_{kl} \quad \dots\dots\dots (5)$$

と表示することができる。ここで D_{ijkl}^* は

$$D_{ijkl}^* = \frac{k^* D_{ijmn} \eta_{mn} \eta_{pq} \cdot D_{pqkl}}{1 + k^* \eta_{rs} \cdot D_{rsuv} \eta_{uv}}$$

である。上式中の η_{ij} , k^* は

$$\eta_{ij} = \left\{ 1 + \gamma^*(\rho) \frac{J_2}{I_1^2} \right\} \cdot S_{ij} \\ + 2 \left\{ \alpha^*(\rho) I_1 - \gamma^*(\rho) \cdot \frac{J_2}{I_1^3} \right\} \cdot \delta_{ij}$$

$$k^* = \frac{1}{K^*(\rho) \cdot \partial g / \partial \rho}$$

である。

3. CIP 成形のシミュレーション

実際の CIP 成形時の挙動はゴム形とセラミック顆粒圧密体とからなる構造の大変形、大ひずみ解析を行うことでシミュレートすることができる。ここではゴム形は非圧縮性に近い弾性体、セラミック顆粒圧密体は2章で述べた構成則をもつ弾塑性体として扱った。また大変形、大ひずみ解析は Updated Lagrangian 法⁽²⁾を用いて実施した。

3.1 座標系 図1に示す直交デカルト座標系を考える。いま初期状態を $\Omega^{(0)}$, N 番めの負荷状態を $\Omega^{(N)}$, 微小荷重増分後の負荷状態を $\Omega^{(N+1)}$ とし各状態での任意点を $P^{(0)}$, $P^{(N)}$, $P^{(N+1)}$, 対応する位置ベクトルを $\mathbf{r}^{(0)}$, $\mathbf{r}^{(N)}$, $\mathbf{r}^{(N+1)}$ とする。この $P^{(0)}$, $P^{(N)}$, $P^{(N+1)}$ の座標を各々 (a_1, a_2, a_3) , (x_1, x_2, x_3) , (x_1^*, x_2^*, x_3^*) とし変位, 変位増分を $\mathbf{u}$, $\Delta\mathbf{u}$ とする。

3.2 ひずみ増分 ひずみ増分としては Updated Green ひずみ増分 $\Delta^* \epsilon_{ij}$ を用いる。これは状態 $\Omega^{(N)}$ を

図1 座標系と変位

基準としたひずみ増分で変位増分 $\Delta\mathbf{u}$ の成分を Δu_i とすると

$$2\Delta^* \epsilon_{ij} = \frac{\partial \Delta u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \Delta u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \Delta u_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \Delta u_k}{\partial x_j} \quad \dots\dots\dots (6)$$

と表すことができる。さらに Δe_{ij}^* の線形成分 $\Delta^* \epsilon_{ij}$ を下記のごとく定義しておく。

$$2\Delta^* \epsilon_{ij} = \frac{\partial \Delta u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \Delta u_j}{\partial x_i} \quad \dots\dots\dots (7)$$

3.3 応力および応力増分 応力は状態 $\Omega^{(N)}$ での Euler の応力 σ_{ij}^E を用いる。一方応力増分は Updated Kirchhoff 応力増分 $\Delta^* \sigma_{ij}$ を用いる。 $\Omega^{(N+1)}$ では σ_{ij}^E に $\Delta^* \sigma_{ij}$ を足し込んだ Updated Kirchhoff 応力 $\sigma_{ij}^E + \Delta^* \sigma_{ij}$ が求まるが, これを

$$\sigma_{ij}^E + \sigma_{ij}^E = \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial x_i^*}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial x_j^*}{\partial x_l} (\sigma_{kl}^E + \Delta^* \sigma_{kl}) \quad \dots\dots\dots (8)$$

により $\Omega^{(N+1)}$ における Euler 応力に変換することで解析を進める。上式の K はヤコビアンである。

3.4 力の釣合いの変分表示 状態 $\Omega^{(N+1)}$ における仮想仕事の原理は

$$\iiint_V \{ (\sigma_{ij}^E + \Delta^* \sigma_{ij}) \cdot \delta \Delta^* \epsilon_{ij} \\ - (\bar{P}_i + \Delta \bar{P}_i) \delta \Delta u_i \} dV^{(N)} \\ - \iint_{S_\sigma} (\bar{T}_i + \Delta \bar{T}_i) \cdot \delta \Delta u_i dS^{(N)} = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。ここで $\bar{P}_i + \Delta \bar{P}_i$ は $\Omega^{(N+1)}$ における体積力, $\bar{T}_i + \Delta \bar{T}_i$ は $\Omega^{(N+1)}$ における表面力であり S_σ は表面力が与えられている境界を表す。また $dV^{(N)}$, $dS^{(N)}$ は各々状態 $\Omega^{(N)}$ の領域で積分することを示す。式(9)に式(6)を代入し高次の微小項を省略すると

$$\iiint_V \left\{ \Delta^* \sigma_{ij} \delta \Delta^* \epsilon_{ij} + \frac{1}{2} \sigma_{ij}^E \cdot \delta \left(\frac{\partial \Delta u_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \Delta u_k}{\partial x_j} \right) \right. \\ \left. - \Delta P_i \delta \Delta u_i + (\sigma_{ij}^E \delta \Delta^* \epsilon_{ij} - \bar{P}_i \cdot \delta \Delta u_i) \right\} dV^{(N)} \\ - \iint_{S_\sigma} (\Delta \bar{T}_i + \bar{T}_i) \delta \Delta u_i dS^{(N)} = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

が成立する。

通常の有限要素法により式(10)を離散化し, $\Delta^* \sigma_{ij}$ と $\Delta^* \epsilon_{ij}$ の間に3章で求めた構成則を適用すれば増分間で成立する剛性方程式を求めることができる。またセラミック圧密体とゴム形の間には離間, すべりが考慮できるよう接触バネを挿入した。

以下軸対称体を例にとり剛性方程式の具体的なマトリックス表示式を導く。まず以下のベクトルを導入する。

$$\{\Delta \epsilon\} = (\Delta \epsilon_r, \Delta \epsilon_z, \Delta \epsilon_\theta, \Delta \gamma_{rz})^T$$

$$\{\Delta \sigma\} = (\Delta \sigma_r, \Delta \sigma_z, \Delta \sigma_\theta, \Delta \tau_{rz})^T$$

$$\{\sigma'\} = (S_r, S_z, S_\theta, 2\tau_{rz})^T$$

ここで下指標 r, z, θ は各々 r 方向, z 方向, 周方向の

成分であることを示す。\$\Delta\gamma_{rz}\$, \$\Delta\tau_{rz}\$ は各々せん断ひずみ増分, せん断応力増分であり, \$S_r, S_z, \dots\$, は偏差応力成分を示す。なお \$\{\Delta\epsilon\}\$ は前述の \$\Delta^*\epsilon_{ij}\$ すなわち Updated Green ひずみ増分の線形成分を, \$\{\Delta\sigma\}\$ は Updated Kirchhoff の応力増分を示すものとする。また \$\{\sigma\}\$ は Euler 応力の偏差成分を表す。

まず式(5)をマトリックス表示すると

$$\{\Delta\sigma\} = [D] \cdot \{\Delta\epsilon\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる。さらに要素節点における節点変位の増分ベクトルを \$\{\Delta q\}\$ とすると適合条件は

$$\{\Delta\epsilon\} = [B] \cdot \{\Delta q\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

と表示することができる。ここで \$[B]\$ は変位増分内挿関数の微係数を成分とするマトリックスである。式(11), (12)を式(10)に代入するとまず要素の剛性マトリックス \$[k]\$ が

$$[k] = 2\pi \iint_{\Delta_i} [B]^T [D] [B] r dr dz \quad \dots\dots\dots (13)$$

と求まる。ここで \$\Delta_i\$ は要素 \$i\$ に関する積分であることを示す。さらに \$[G_{rr}]\$, \$[G_{zz}]\$, \$[G_{rz}]\$ を変位増分内挿関数の微係数からなるマトリックスとすると幾何剛性マトリックス \$[k^c]\$ は

$$[k^c] = 2\pi \iint_{\Delta_i} \{ \sigma_r [G_{rr}] + \sigma_z [G_{zz}] + \tau_{rz} [G_{rz}] \} r dr dz \quad \dots\dots\dots (14)$$

となる。また圧力増分ベクトルを \$\{\Delta \bar{T}\}\$, 増分の累積値ベクトルを \$\{\bar{T}\}\$ とすると, 荷重増分ベクトル \$\{\Delta \bar{Q}\}\$ と不釣り合いベクトル \$\{\epsilon^i\}\$ は

$$\{\Delta \bar{Q}\} = 2\pi \int_{L_i} [N]^T \cdot \{\Delta \bar{T}\} \cdot r dS \quad \dots\dots\dots (15)$$

図2 供試体の諸元 (成形前)

$$\begin{aligned} \{\Delta\epsilon^i\} = & -2\pi \iint_{\Delta_i} [B]^T \cdot \{\sigma\} r dr dz \\ & + 2\pi \int [N]^T \cdot \{\bar{T}\} r ds \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

のごとく求まる。これらを全要素について重ね合わせたものを \$[k^*]\$, \$[k^c]\$, \$\{\Delta\epsilon^i\}\$, \$\{\Delta\bar{Q}^*\}\$ とおくと全体の剛性方程式は

$$([k^*] + [k^c]) \cdot \{\Delta q^*\} = \{\Delta\bar{Q}^*\} + \{\Delta\epsilon^i\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

となる。ここで \$\{\Delta q^*\}\$ は解析モデル全体で一次独立な節点変位増分である。

4. 湿式 CIP のシミュレーション結果

本章では実際に Wet CIP を施した供試体の計測結果とシミュレーション結果とを比較し手法の妥当性を確認する。

Wet CIP はゴム形にセラミック顆粒を入れタッピングを施し, ゴム蓋をした後に全面に圧力を加え圧密する CIP 成形法である。CIP を施す前の供試体の諸元を図2に示す。

セラミック顆粒としては \$\text{Al}_2\text{O}_3\$ 粉を用いた。成形条件式(1)中の \$F^*(\rho)\$, \$\alpha^*(\rho)\$, \$\gamma^*(\rho)\$ は密度をかえた圧密成形体の単軸圧縮試験および圧低下圧縮試験より下記のごとく決定した。

$$F^*(\rho) = \rho^{2n} \cdot \sigma_0^2$$

ここで

$$n = 4.7, \sigma_0 = 25 \text{ MPa}$$

$$\alpha^*(\rho) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3N_i(\rho) - 1}$$

$$\gamma^*(\rho) = \frac{3}{2} \cdot \frac{6M_u(\rho) \cdot \alpha^*(\rho) - 1}{1 + M_u(\rho)}$$

$$N_i(\rho) = A(1 - \rho)^m + (1 - \rho)^{-1}$$

ここで

$$m = -21.1, A = 1.95 \times 10^{-9}$$

$$q = -30.4, B = 1.3 \times 10^{-11}$$

CIP 圧は 650 MPa までかけ除荷後成形体を取り出し寸法計測を実施した。また解析は図2に示すように対称性を考慮して 1/4 について実施した。表1に成形後の寸法計測結果とシミュレーション結果との比較を示す。

成形体はゴム形の影響により角が張り出したつづみ形になることが知られているが, この形状の再現を含めて解析結果は実測値と非常によく一致していることがわかる。

図3には圧力 \$P\$ が 582 MPa における圧密体の変形を実線で示した。前述のごとく角が張り出したつづみ形に変形しているのがわかる。

このつづみ形に張り出した角では他の場所より密度

表 1 成形後の圧密体寸法

Compacted ceramics by Wet CIP

	Measured (mm)	Calculated (mm)	Error (%)
l_1	134.0	136.1	1.6
l_2	131.0	134.9	2.9
d_1	79.0	79.1	0.1
d_2	77.0	77.6	0.8

Dimension after CIP forming

図 3 CIP 成形による変形

が小さくなっている。ただし圧力が増すに従って、密度も均一になりつつも形も矯正されていく傾向がある。図 4 には圧力 P が 20.9 MPa における相対密度の

図 4 成形中の相対密度分布

分布を示す。

図 4 からもつつみ形に張り出す角の密度が他の場所に比較して小さいことがわかる。

5. 結 言

第 1 報で報告したセラミック顆粒圧密体の成形条件・構成則を用いて、CIP 成形時の力学的挙動をシミュレートするシステムを開発した。本システムにより CIP 成形品の最終形状予測、ゴム形の影響の検討等が可能になり設計条件の設定が容易になった。

文 献

- (1) 浜中・ほか 3 名, 機論, 57-534, A (1991-2), 362.
- (2) Hofmeister, L. D., Greenbaum, G. A. and Evensen, D. A., *AIAA J.*, 9-7(1971), 1248.
- (3) Kuhn, H. A. and Downey, C. L., *Int. J. Powder Met.*, 7 (1971), 5.
- (4) Shima, S. and Oyane, M., *Int. J. Mech. Sci.*, 18(1976), 285.