配管系における動的弾塑性応答感度解析コードの開発*

久田俊明^{*1}, 野口裕久^{*1}, 村山 修^{*2}Development of Sensitivity Analysis Code
for Elastic-Plastic Dynamic Response of Piping Systems

Toshiaki HISADA, Hirohisa NOGUCHI and Osamu MURAYAMA

A sensitivity analysis code for the elastic-plastic dynamic response of piping systems is developed in the context of implicit time integration schemes. The formulation of sensitivity analysis originates in the perturbation method and retain its advantage. Namely, the decomposed effective stiffness matrix after the iteration for each increment is efficiently used to compute the sensitivity of any parameter involved in the piping system. A residual heat remover of PWR under an earthquake loading is analyzed based on the present method with the isoparametric elbow element proposed by Bathe, and satisfactory results are obtained.

Key Words: Finite Element Method, Computational Mechanics, Sensitivity Analysis, Nuclear Power Plant, Seismic Motion, Perturbation Method, Piping System

1. 緒言

本研究の目的は、著者らが開発を進めている非線形有限要素法における感度解析手法¹⁾³⁾の応用研究の一環として、原子力プラントをはじめとする各種プラント配管系の地震荷重下での動的弾塑性応答に及ぼす任意のパラメータの影響度を解析しうる実用的コードを開発することである。

時刻歴応答における感度 (sensitivity) とは、構造応答を $x(t)$ 、系に関与する任意のパラメータ群を b_i ($i=1 \sim m$) としたときの $\partial x(t)/\partial b_i$ であり、これがうまく評価されれば、それに基づき最適設計や信頼性解析への途も開けることになると思われる。

さて動的応答解析における直接時間積分を通常の陰解法によって行なう場合、系が非線形であればステップ毎の運動方程式の求解に反復計算が必要となる。このため動的弾塑性有限要素法によって実用規模の問題を解析する際には、演算時間が大きな問題となる。従

って上記の感度を、パラメータの値を実際に微小な Δb_i だけ変えて時刻歴解析を m 回繰り返して、直接差分的に $\Delta x(t)/\Delta b_i$ として評価することは实际的でないことが分かる。

著者らは既報²⁾において、弾塑性問題のように解が負荷経路に依存する非線形系の動的感度解析手法を開発した。この方法によれば、基本的な系の時刻歴解析を唯一回行ない、あとは付加的な計算のみで精度良く任意パラメータに対する感度を求めることができる。そこで本研究では、各種配管系を材料の弾塑性挙動まで含めて合理的にモデル化でき、実設計に供することが可能であると思われる Bathe のエルボー要素⁴⁾¹⁰⁾を著者らの手法と組み合わせてコーディングし、実際に加圧水型軽水炉の余熱除去系配管について大地震時の弾塑性応答の感度解析を行なった。その結果、演算効率の観点からも本コードは十分な実用性を有することが確認された。

本研究で開発したコードは原子力プラント配管系等の非弾性設計の実用に供しうる可能性があると考えられる。

* 原稿受付 平成3年1月29日。

^{*1} 正員、東京大学先端科学技術研究センター (〒153 東京都目黒区駒場 4-6-1)。^{*2} 学生員、東京大学大学院。

2. 動的非線形問題における感度解析手法の概要

本節では著者らが開発した動的非線形問題における感度解析手法³⁾の概要を示す。本手法は弾塑性問題のように負荷経路依存性のある場合にも有効である点に特徴を有する。

動的問題における運動方程式は次式で与えられる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_i + \mathbf{Q}_i = \sum_{l=1}^i \mathbf{F}_l \quad (1)$$

ここで $\mathbf{M}$ と $\mathbf{F}_l$ は質量マトリックスと第 l 負荷ステップ、また加速度 $\ddot{\mathbf{U}}_i$ と $\mathbf{Q}_i$ は第 i 負荷ステップ後の加速度と内力ベクトルを表わす。内力 $\mathbf{Q}_i$ は、接線型の減衰と剛性が与えられる場合有限要素法における増分解析の趣旨に従い、次のように表すことが可能である³⁻⁵⁾。

$$\mathbf{Q}_i = \sum_{l=1}^i \left(\int_{\dot{\mathbf{U}}_{l-1}}^{\dot{\mathbf{U}}_i} \mathbf{C} d\dot{\mathbf{U}} + \int_{\mathbf{U}_{l-1}}^{\mathbf{U}_i} \mathbf{K} d\mathbf{U} \right) \quad (2)$$

接線剛性マトリックス $\mathbf{K}$ は、既述のように負荷履歴に依存することがあるので、上式のように履歴に対応した積分を繰り返して和をとる必要があるが、減衰マトリックス $\mathbf{C}$ については、もしヒステリシスを描かないなら、単に $\dot{\mathbf{U}}_0$ から $\dot{\mathbf{U}}_i$ までの 1 回の積分で代用される。

陰解法による非線形系の直接時間積分においては、次式で示されるような反復を残差 $\Delta\mathbf{U}_i^{(k)}$, $\Delta\dot{\mathbf{U}}_i^{(k)}$, $\Delta\ddot{\mathbf{U}}_i^{(k)}$ が十分小さくなるまで行なう。右肩の (k) は第 k 回目の反復を表す。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_i^{(k)} + \mathbf{C}\Delta\dot{\mathbf{U}}_i^{(k)} + \mathbf{K}\Delta\mathbf{U}_i^{(k)} = \sum_{l=1}^i \mathbf{F}_l - \mathbf{Q}_i^{(k-1)} \quad (3)$$

$$\mathbf{U}_i^{(k)} = \mathbf{U}_i^{(k-1)} + \Delta\mathbf{U}_i^{(k)} \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{U}}_i^{(k)} = \dot{\mathbf{U}}_i^{(k-1)} + \Delta\dot{\mathbf{U}}_i^{(k)} \quad (5)$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_i^{(k)} = \ddot{\mathbf{U}}_i^{(k-1)} + \Delta\ddot{\mathbf{U}}_i^{(k)} \quad (6)$$

次に式(1)に対応する摂動系の運動方程式を示す。

$$\mathbf{M}_\alpha (\ddot{\mathbf{U}}_i + \Delta\ddot{\mathbf{U}}_i) + \mathbf{Q}_{\alpha i} = \sum_{l=1}^i \mathbf{F}_{\alpha l} \quad (7)$$

ここで $\Delta\ddot{\mathbf{U}}_i$ は系に含まれるパラメータ b_j の摂動 δb_j ($= \alpha b_j$, $|\alpha| \ll 1$) に起因して生じる応答加速度の全変分である。

式(2)に基づき、摂動系の内力 $\mathbf{Q}_{\alpha i}$ は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{\alpha i} = & \sum_{l=1}^{i-1} \left(\int_{\dot{\mathbf{U}}_{l-1} + \Delta\dot{\mathbf{U}}_{l-1}}^{\dot{\mathbf{U}}_l + \Delta\dot{\mathbf{U}}_l} \mathbf{C}_\alpha d\dot{\mathbf{U}} + \int_{\mathbf{U}_{l-1} + \Delta\mathbf{U}_{l-1}}^{\mathbf{U}_l + \Delta\mathbf{U}_l} \mathbf{K}_\alpha d\mathbf{U} \right) \\ & + \int_{\dot{\mathbf{U}}_{i-1} + \Delta\dot{\mathbf{U}}_{i-1}}^{\dot{\mathbf{U}}_i} \mathbf{C}_\alpha d\dot{\mathbf{U}} + \int_{\mathbf{U}_{i-1} + \Delta\mathbf{U}_{i-1}}^{\mathbf{U}_i} \mathbf{K}_\alpha d\mathbf{U} \end{aligned}$$

$$+ \int_{\dot{\mathbf{U}}_i}^{\dot{\mathbf{U}}_i + \Delta\dot{\mathbf{U}}_i} \mathbf{C}_\alpha d\dot{\mathbf{U}} + \int_{\mathbf{U}_i}^{\mathbf{U}_i + \Delta\mathbf{U}_i} \mathbf{K}_\alpha d\mathbf{U} \quad (8)$$

式(8)を式(7)に代入し、1次変分項をとると次のようになる。

$$\mathbf{M} \delta\ddot{\mathbf{U}}_i + \mathbf{C} \delta\dot{\mathbf{U}}_i + \mathbf{K} \delta\mathbf{U}_i = -\delta\mathbf{R}_i \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{R}_i = & \sum_{l=1}^{i-1} \left(\int_{\dot{\mathbf{U}}_{l-1} + \delta\dot{\mathbf{U}}_{l-1}}^{\dot{\mathbf{U}}_l + \delta\dot{\mathbf{U}}_l} \mathbf{C}_\alpha d\dot{\mathbf{U}} + \int_{\mathbf{U}_{l-1} + \delta\mathbf{U}_{l-1}}^{\mathbf{U}_l + \delta\mathbf{U}_l} \mathbf{K}_\alpha d\mathbf{U} \right) \\ & + \int_{\dot{\mathbf{U}}_{i-1} + \delta\dot{\mathbf{U}}_{i-1}}^{\dot{\mathbf{U}}_i} \mathbf{C}_\alpha d\dot{\mathbf{U}} + \int_{\mathbf{U}_{i-1} + \delta\mathbf{U}_{i-1}}^{\mathbf{U}_i} \mathbf{K}_\alpha d\mathbf{U} - \sum_{l=1}^i \mathbf{F}_{\alpha l} + \mathbf{M}_\alpha \ddot{\mathbf{U}}_i \end{aligned} \quad (10)$$

さて、直接時間積分法としては、本手法との組み合わせの観点からは、どの手法を用いても構わないが、ここでは代表的陰解法の1つであり、あとの解析で用いた Newmark- β 法についての定式化を示す。すなわち、速度と変位について次式を仮定する。

$$\dot{\mathbf{U}}_i^{(k)} = \dot{\mathbf{U}}_{i-1} + \frac{1}{2} (\ddot{\mathbf{U}}_{i-1} + \ddot{\mathbf{U}}_i^{(k)}) \Delta t \quad (11)$$

$$\mathbf{U}_i^{(k)} = \mathbf{U}_{i-1} + \dot{\mathbf{U}}_{i-1} \Delta t + \left\{ \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{\mathbf{U}}_{i-1} + \beta \ddot{\mathbf{U}}_i^{(k)} \right\} \Delta t^2 \quad (12)$$

ここで Δt は時刻歴積分における時間ステップである。また右肩の (k) は第 k 回目の反復を意味する。パラメータの摂動 δb_j に起因する収束後の式(11)、(12)の1次変分は次式で与えられる。

$$\delta\dot{\mathbf{U}}_i = \delta\dot{\mathbf{U}}_{i-1} + \frac{1}{2} (\delta\ddot{\mathbf{U}}_{i-1} + \delta\ddot{\mathbf{U}}_i) \Delta t \quad (13)$$

$$\delta\mathbf{U}_i = \delta\mathbf{U}_{i-1} + \delta\dot{\mathbf{U}}_{i-1} \Delta t + \left\{ \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \delta\ddot{\mathbf{U}}_{i-1} + \beta \delta\ddot{\mathbf{U}}_i \right\} \Delta t^2 \quad (14)$$

式(13)、(14)を式(9)に代入し、加速度変分 $\delta\ddot{\mathbf{U}}_i$ のみを未知量とする次式を得る。

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \beta \Delta t^2 \mathbf{K} \right) \delta\ddot{\mathbf{U}}_i \\ & = -\delta\mathbf{R}_i - \mathbf{C} \left(\delta\dot{\mathbf{U}}_{i-1} + \frac{1}{2} \Delta t \delta\ddot{\mathbf{U}}_{i-1} \right) \\ & \quad - \mathbf{K} \left\{ \delta\mathbf{U}_{i-1} + \delta\dot{\mathbf{U}}_{i-1} \Delta t + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 \delta\ddot{\mathbf{U}}_{i-1} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

上式における実効的な剛性マトリックス

$$\left(\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \beta \Delta t^2 \mathbf{K} \right) \equiv \mathbf{K}^*$$

は基本系 ($\delta b_j = 0$ の系) でのそれに等しい。従って、基本系における反復解析にニュートン・ラブソン型のソルバーが用いられ、収束解に対応する $\mathbf{K}^*$ の前進分解が行なわれているなら、それを用いて効率良く $\delta\ddot{\mathbf{U}}_i$ 、ひいては式(13)、(14)から $\delta\dot{\mathbf{U}}_i$, $\delta\mathbf{U}_i$ が評価できることになる。この利点は静的非線形解析の場合と全く同様である。最後に以上のように求められた $\delta\ddot{\mathbf{U}}_i$, $\delta\dot{\mathbf{U}}_i$, $\delta\mathbf{U}_i$ をパラメータの摂動量 δb_j で割ることにより、近似的な感度が刻々と求められることになる。

図1 本解析で用いたエルボー要素⁸⁾の座標系と変位・応力成分

3. 配管系の有限要素解析

配管系解析のためのエルボー要素はこれまでに幾つか開発されているが⁹⁻¹¹⁾、本研究では K-J. Bathe の 4 節点アイソパラメトリック要素⁹⁻¹¹⁾をコーディングして用いた。この要素の特徴は、(1) 表示とプログラム入力の容易さ、(2) 計算効率と応力評価の精度、(3) 直管や異なる曲率のエルボーとの間の相互作用効果の導入、(4) 理論式の健全性と含まれる仮定の明白さ、などの点において優れるとされている。以下では、本研究で行なわれていることを明確にし、ひいては解析結果の解釈に資するため、特に著者らの独創性を含むものではないが、この要素に基づき実際に行なった計算手法を示すことにする。

3.1 基礎関係式

まず要素に付随して設けられる座標系と変位、応力成分の関係を図1に示す。アイソパラメトリック補間関数 h_i も図中に併記しておく。定式化を始めるにあたっての基本的な仮定は次の2点である。

- (a) 要素の中心軸に対して垂直な平面は変形後も平面性を保つが必ずしも垂直性は保たれない。
- (b) 円周方向ひずみ $e_{\theta\theta}$ は管厚中央面で0とし、また $\xi\eta$ 面が平面応力状態にあるものとする。

図2の記号を参照して、断面の変形（オーバリゼーション）により生じるひずみ $(e_{\xi\xi})_{ov}$, $(e_{\eta\eta})_{ov}$, $(e_{\eta\xi})_{ov}$ は次の様に導かれる。

$$(e_{\xi\xi})_{ov} = \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial w_\xi}{\partial \phi} + \frac{\partial^3 w_\xi}{\partial \phi^3} \right) \zeta \quad (16)$$

$$(e_{\eta\eta})_{ov} = \frac{1}{R - a \cos \phi} \left(w_\xi \sin \phi + \frac{\partial w_\xi}{\partial \phi} \cos \phi \right) - \left(\frac{1}{R - a \cos \phi} \right)^2 \frac{\partial^2 w_\xi}{\partial \phi^2} \zeta \quad (17)$$

図2 断面の変形と変位の定義
(変位ベクトル w_ξ は本図では負の向きに描かれている)

$$(e_{\eta\xi})_{ov} = \frac{1}{R - a \cos \phi} \frac{\partial w_\xi}{\partial \theta} \quad (18)$$

ただし、式(16)を導くに当たって、仮定 (b) の $(e_{\xi\xi})_{ov}|_{\zeta=0} = 0$ から得られる

$$w_\xi = - \frac{\partial w_\xi}{\partial \phi} \quad (19)$$

を用いている。また、せん断ひずみは以下を含め工学ひずみとする。またオーバリゼーションによる w_ξ を von Karman に従い

$$w_\xi = \sum_{m=1}^{N_c} c_m \sin 2m\phi + \sum_{m=1}^{N_c} d_m \cos 2m\phi \quad (20)$$

と仮定する。右辺第1項は配管の面内曲げ、第2項は面外曲げによる断面の変形を表す。

3.2 ひずみ・節点変位マトリックス

通常の曲がりはりに対する座標補間関数は次式で与えられる。

$$x_i(r, s, t) = \sum_{k=1}^4 h_k x_i^k + t \sum_{k=1}^4 \bar{a}_k h_k V_{i,t}^k + s \sum_{k=1}^4 \bar{a}_k h_k V_{i,s}^k \quad (21)$$

ただし

1x_i 要素内の任意の点の全体座標

${}^1x_i^k$ 節点 k の全体座標

a_k 節点 k でのパイプ外径 ($a+\delta/2$)

${}^1V_t^k, {}^1V_s^k$ 節点 k での t, s 方向の単位ベクトル

($l=0$: 変形前, $l=1$: 変形後)

変位 $u_i(r,s,t)$ は式(21)により次のように与えられる。

$$u_i(r,s,t) = {}^1x_i - {}^0x_i \quad (22)$$

次に、 c_m^k, d_m^k を節点での未知量として、オーバリゼーションによる式(20)の変位を次式のように補間する。ただし、打ち切り次数 N_c は実用上の観点から 2 と置いた。

$$w_\xi(r,\phi) = \sum_{m=1}^2 \sum_{k=1}^4 h_k c_m^k \sin 2m\phi + \sum_{m=1}^2 \sum_{k=1}^4 h_k d_m^k \cos 2m\phi \quad (23)$$

以上から、ひずみ・節点変位マトリックスは

$$\begin{pmatrix} e_{\eta\eta} \\ e_{\eta\xi} \\ e_{\eta\zeta} \\ e_{\xi\xi} \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^4 \begin{bmatrix} B_{3 \times 6}^k & B_{3 \times 2}^{k_{ov1}} & B_{3 \times 2}^{k_{ov3}} \\ 0 & B_{1 \times 2}^{k_{ov2}} & B_{1 \times 2}^{k_{ov4}} \end{bmatrix} u^k \quad (24)$$

$$u^k = \{u_1^k, u_2^k, u_3^k, \theta_1^k, \theta_2^k, \theta_3^k, c_1^k, c_2^k, d_1^k, d_2^k\} \quad (25)$$

のように表すことができる。 B^k は式(22)を r, s, t で微分した後ヤコビ行列の逆 $\partial r/\partial^0 x$ を通じて全体座標系でのひずみを求め、次にそれを $\xi\eta\zeta$ 系に座標変換することにより評価される。 B_{ov1}^k と B_{ov3}^k は式(17)、(18)に(19)、(23)を B_{ov2}^k と B_{ov4}^k は式(16)に(23)を代入し、 $\partial r/\partial\theta = 2/\Theta$ の関係を用いて評価される。

3. 3 応力・ひずみマトリックス

弾塑性構成式は関連流れ則、等方硬化を仮定し von Mises の降伏関数を用いて次のように導いた。

$$\begin{pmatrix} \sigma_{\eta\eta} \\ \sigma_{\eta\xi} \\ \sigma_{\eta\zeta} \\ \sigma_{\xi\xi} \end{pmatrix} = C^{EP} \begin{pmatrix} e_{\eta\eta} \\ e_{\eta\xi} \\ e_{\eta\zeta} \\ e_{\xi\xi} \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$C^{EP} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \nu \\ 0 & (1-\nu)/2 & 0 & 0 \\ & & (1-\nu)/2 & 0 \\ \text{SYM} & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$- \frac{1}{S} \begin{bmatrix} S_1^2 & S_1 S_6 & S_1 S_5 & S_1 S_2 \\ & S_6^2 & S_6 S_5 & S_6 S_2 \\ & & S_5^2 & S_5 S_2 \\ \text{SYM} & & & S_2^2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_6 \\ S_5 \\ S_2 \end{pmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1/3 (2\sigma_{\eta\eta} - \sigma_{\xi\xi}) + \nu/3 (2\sigma_{\xi\xi} - \sigma_{\eta\eta}) \\ (1-\nu)\sigma_{\eta\xi} \\ (1-\nu)\sigma_{\eta\zeta} \\ \nu/3 (2\sigma_{\eta\eta} - \sigma_{\xi\xi}) + 1/3 (2\sigma_{\xi\xi} - \sigma_{\eta\eta}) \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$S = \frac{4}{9} H' \bar{\sigma}^2 + \frac{2}{3} \frac{E}{1-\nu^2} \{ \bar{\sigma}^2 - \nu (2\bar{\sigma}^2 - \sigma_{\eta\eta} \sigma_{\xi\xi} + \sigma_{\eta\xi}^2 + \sigma_{\eta\zeta}^2) \} \quad (29)$$

ただし、 $\bar{\sigma}$ は Mises の相当応力、 H' は硬化係数であり、弾性解析においては式(27)の右辺第 1 項のみ用いる。

3. 4 相互作用効果 (w_ζ の軸方向勾配の連続性)

第 n 要素の第 2 節点と第 $(n+1)$ 要素の第 1 節点が重ね合わされる場合、 α をペナルティ乗数として、

$$\frac{\alpha}{2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{2}{(R_n - a \cos \phi) \Theta_n} \left[\frac{\partial w_\zeta}{\partial r} \right]_{r=n+1} - \frac{2}{(R_{n+1} - a \cos \phi) \Theta_{n+1}} \left[\frac{\partial w_\zeta}{\partial r} \right]_{r=n+1} \right\}^2 d\phi \quad (30)$$

を全ポテンシャルエネルギー Π に加え、式(19)、(23)を代入して停留させることにより得られるペナルティマトリックス k_c を後の式(32)のように付加することで新たに自由度を増すことなく要素間の w_ζ の勾配の連続性を実現する。フランジと配管の接合部についても $w_\zeta = w_c = 0$ を置くことの他に $\partial w_\zeta / \partial r = 0$ の拘束条件から上と同様にして、ペナルティマトリックス k_p を導くことができる。

3. 5 内圧による剛性の補正

幾何学的関係から内圧 p による仕事 W_p は

$$W_p = - \frac{p}{8} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \left\{ w_\xi^2 - \left(\frac{d^2 w_\xi}{d\phi^2} \right)^2 \right\} (R - a \cos \phi) \theta d\phi dr \quad (31)$$

と導かれる。これをやはり全ポテンシャルエネルギー Π に加えて停留させることにより、内圧が加わることによる剛性補正のマトリックスの k_p を得ることができる。

3. 6 剛性マトリックスの計算と解法

式(24)、(26)の B, C^P から定まる要素剛性マトリックスを k_e と表すと、3. 4 項及び 3. 5 項で述べた諸条件がすべて含まれる場合

$$k_L + k_C + k_F + k_p \quad (32)$$

が合計の接線剛性を与える。このうち k_L 評価のための数値積分点は長手方向 4 点、管厚方向 3 点、周方向 16 点の合計 192 点をとった。ただし周方向の 16 点は式(23)のように打ち切り次数を $N_c = 2$ と置くことにより定められた。 k_C, k_F については拘束を受ける断面の管厚中央軸に沿って周方向に 16 点、 k_p については周方向 16 点、長手方向 4 点の計 64 点とった。また以上のマトリックスを組み立てて得られる非線形運動方程式は、前節で述べたように感度解析との関係で Newton-Raphson 法を用いた。その際の不平衡力評価のための応力積分は弾性予測半径修正法 (Elastic-predictor Radial-Corrector method¹²⁾) を使用した。

4. 原子炉配管系の感度解析

以上に説明した方法に基づき作成した配管系の動的弾塑性応答の感度解析コードの妥当性を検証するため、まず図 3 に示すような簡単なモデルに振幅 3 m/sec²、振動数 5 Hz の正弦加速度波を加えた場合について次のような検討を加えた。なお解析の諸元は図 3 中に併記してある。

図 4 (a), (b) は本研究で作成したコードの感度解析以外の部分と汎用コード ABAQUS¹³⁾ による応答の比較をおこなったものがある。(a) 図の u は下端慣性質量の水平方向変位を表す。また (b) 図の $\bar{\sigma}$ は図 3 に示した点 A での Mises 相当応力を表す。ABAQUS の応答との差異は配管要素の違いによるものであると思われる。次に (b) 図に示した $\bar{\sigma}$ について感度解析をおこなった結果を (c), (d), (e) 図に示す。パラメータとしては順に入力加速度の振幅、ヤング率、降伏応力をとっている。ここでの感度は、パラメータの値を $b_i(1+\alpha_i)$ と表した

図3 コードの妥当性検証用の簡易配管モデル

ときの $\partial \bar{\sigma} / \partial \alpha_i$ により定義している。図中のプロットは本コードによる感度であり、一方実線は実際にパラメータの値を微小な Δb_i だけ変えて再度解析を行ない、差分的に感度を求めたものである。これらの図から本感度解析コードが正しく機能していることがわかる。なお、図3以外のモデルについても、パラメータとして更に、硬化係数、質量、質量密度、管厚、外径、節点座標を加え、同様の検討を実施し、極めて良好な結果を得ている。また本感度解析では、第2節で示したように実際に $\delta b_i = b_i \alpha_i$ における摂動量 α_i の値を設定する必要があるが、この値は少なくとも $1 \times 10^{-3} \sim 1 \times 10^{-9}$ 程度の範囲で結果に影響を与えないことを確認している。

以上の様に本コードの妥当性が検証されたので、図5に示すような加圧水型軽水炉の余熱除去系配管 (Residual Heat Remover; RHR) の x 軸方向に床応答時刻歴波を入力した場合の感度解析を実施した。図5には解析の諸元と共にこの系の8次までの固有振動数を併記した。なお本解析例では回転慣性を無視した集中質量マトリックス M を使い、また減衰マトリックスは

図4 解析結果の検討例

図5 余熱除去系配管の諸元と固有振動数

図6 床応答時刻歴波

$C = 0$ としている。図6には床応答時刻歴波を示すが、これは人工地震波を建屋に入力して得られる床応答加速度を10倍に増幅したものである。なおこの時刻歴波による床応答スペクトルは固有周期が0.15秒前後のところに第1のピークを持ち、以後0.2秒台、0.3秒台に第2、第3のピークが続く傾向にある。感度を評価するパラメータとしては

- [1] 入力波の振幅（入力波を $(1+\alpha_1)a(t)$ としたときの α_1 ）
 - [2] 弾性定数（弾性定数を $(1+\alpha_2)E$ としたときの α_2 ）
 - [3] 降伏応力（降伏応力を $(1+\alpha_3)\sigma_y$ としたときの α_3 ）
 - [4] 硬化係数（硬化係数を $(1+\alpha_4)H'$ としたときの α_4 ）
 - [5] サポート（図5中に※印で表示）の取付け位置（サポートの垂直座標を $z+\alpha_5$ としたときの α_5 ）
- の5個を選んだ。このうち α_5 だけは基準化されていないことに注意を要する。

図7には代表的な変形を表していると思われる $t = 9.60 \text{ sec.}$ 及び 9.88 sec. に於ける配管系全体の変形図、および図中の節点Aでの配管断面の変形図を示す。図8には10秒までの間に塑性域に入った領域を白色で示す。白色領域の境界があいまいになっているのは単にグラフィックス処理上の都合による。なお本図に示した部分以外は降伏していない。

図7 変形図

図9はMises相当応力 $\bar{\sigma}$ が10秒間に配管系全体を通じて最大となる点（図8の点B）の $\bar{\sigma}$ の時刻歴を示す。図10はこの $\bar{\sigma}$ のパラメータ $\alpha_1 \sim \alpha_5$ に対する感度の時刻歴を示す。更に、このような感度の時刻歴は $\bar{\sigma}$ の時刻歴と対応させて評価することが大切なので、 $\bar{\sigma}$ が10秒間で最大となる $t = 9.88 \text{ sec.}$ 付近の $\bar{\sigma}$ に、

図8 応力図

適当な α_i 値による近似値 $\Delta\bar{\sigma} \approx (\partial\bar{\sigma}/\partial\alpha_i)\alpha_i$ を加えた $\bar{\sigma} \pm \Delta\bar{\sigma}$ の時刻歴を図11に描いてみた。もちろん $\Delta\bar{\sigma}$ の精度についての保証はないので、本図は感度の効果を直感的に理解するための目安を与えるにすぎない。また表1には $t=9.88$ での各パラメータの $\bar{\sigma}$ に対する感度を $\bar{\sigma}$ で基準化して掲げる。

これらの結果から、まず $\bar{\sigma}$ に与える影響度は硬化係数 $H'(\alpha_4)$ が小さく、一方、弾性定数 $E(\alpha_2)$ は、むしろ降伏・除荷が繰り返される $t=6$ sec. 以後において降伏応力 $\sigma_y(\alpha_3)$ を上回る影響度を $\bar{\sigma}$ に及ぼすことが注目される。また E 及び σ_y が $\bar{\sigma}$ の極大値近傍に対して正の影響度を持つ場合があることも注目される。更にサポート取付け位置 $z(\alpha_5)$ は $\bar{\sigma}$ の大きさや位相を敏感に

図9 点B (図8) における相当応力 $\bar{\sigma}$ の時刻歴 図10 点Bにおける $\bar{\sigma}$ のパラメータ $\alpha_1 \sim \alpha_5$ に対する感度 $\partial\bar{\sigma}/\partial\alpha_i$ の時刻歴

図11 $\bar{\sigma}$ が最大となる $t=9.88$ (sec)付近での $\bar{\sigma} \pm \Delta\bar{\sigma}$ の時刻歴表1 $t=9.88$ secでの基準化された $\bar{\sigma}$ の感度

α_i	$(\partial\bar{\sigma}/\partial\alpha_i)/\bar{\sigma}$
α_1	4.09×10^{-1}
α_2	9.86×10^{-1}
α_3	5.84×10^{-1}
α_4	4.20×10^{-2}
α_5	-4.54×10^{-3} (1/mm)

左右することが分かる。感度解析の意義の一つはこのような事実を分析し、それによって新たな知見を得ることであるが、一方設計の実務において再解析を行なう際の定量的指針を与えることは従来から期待されているとおりである。

なお、以上の計算は TITAN III (2CPU、最大 64MFLOPS) によって行なったが、10秒間に相当する 1000 ステップの時刻歴解析そのもの（感度解析を除く計算）に約11時間の演算時間を要した。一方これに付随して行なわれた 1000 ステップ感度解析は 1 パラメータあたり約 1 時間の演算時間を要するのみであった。更に降伏領域が広がり、基本形での反復回数が増せば、本手法は一層有効となるはずである。以上により本感度解析コードの実用性が証明されたと考える。

5、結 言

配管系の動的弾塑性応答の各種パラメータに対する感度を高精度かつ効率的に解析するコードを開発した。また実用性を検証するため、加圧型軽水炉余熱除去系配管の解析に適用し、良好な結果を得た。

有限要素法による動的弾塑性解析を多数回繰り返すことは冒頭で述べたように困難であり、再解析におけるパラメータ設定は合理的設計を実施するに当たって重要なファクターとなるはずである。本コードがこのような観点から非弾性設計の実務に資するものとなることが期待される。更に、最適設計や信頼性解析⁹⁾への適用については別報で論じたいと考える。

本研究をおこなうにあたり、種々の御教示やデータを賜った三菱原子力工業(株) 仲戸川哲人氏、並びに伊部英紀氏に厚く御礼申し上げる。またサブスペース法による固有値解析プログラムの作成を担当した東大大学院・高倉秀和氏に感謝の意を表する。

文 献

- (1) Hisada, T. and Noguchi, H., Proc. ASME PVP Conference, Vol. 177, (1989), 175.
- (2) Hisada, T. and Noguchi, H., Proc. 5th Int. Conference on Structural Safety and Reliability, (1989), 1097.
- (3) 久田, 機論, 56-524, (平2), 957.
- (4) Hisada, T., Noguchi, H. and Murayama O., Proc. International Federation for Information Processing, (1991), to be published from Springer-Verlag.
- (5) 久田、野口、村山、機論掲載予定
- (6) Marcal, P.V., J. Strain Analysis, Vol.2, No.1, (1967), 86.
- (7) Ohtubo, H. and Watanabe, O., ASME J. Pressure Vessel Technology, Vol.100, (1978), 112.
- (8) Bathe, K.J. and Almeida, C.A., ASME J. Applied Mechanics, Vol.47, (1980), 93.
- (9) Bathe, K.J. and Almeida, C.A., ASME J. Applied Mechanics, Vol.49, (1982), 165.
- (10) Bathe, K.J. and Almeida, C.A., ASME J. Applied Mechanics, Vol.49, (1982), 914.
- (11) Bathe, K.J., Almeida, C.A., and Ho, L.W., Computers & Structures, Vol.17, (1983), 659.
- (12) Schreyer, H.L., Kulak, R.F. and Kramer, J.M., ASME J. Pressure Vessel Technology, Vol.101, (1979), 226.
- (13) ABAQUS (Ver.4.8) Users' manual, Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc., (1990), 3.5.7-1