動的な内圧を受けるトリスフェリカルシェルの分岐座屈解析*

萩原 世也^{*1}, 宮崎 則幸^{*1}, 宗像 健^{*1}

Bifurcation Buckling Analysis of a Torispherical Shell Subjected to Dynamically Loaded Internal Pressure

Seiya HAGIHARA, Noriyuki MIYAZAKI and Tsuyoshi MUNAKATA

A torispherical shell is known to buckle with circumferential waves on a knuckle region when it is subjected to excessive internal pressure. The circumferential waves observed are caused by bifurcation buckling. A torispherical shell is utilized as a head of a Boiling Water Reactor (BWR) containment vessel or a Fast Breeder Reactor (FBR) vessel or a component of chemical plants. It may buckle due to overpressure caused by accidents. Dynamic loading may act on a torispherical shell due to accident. In general, the bifurcation load is lower in the case of dynamic loading than in the case of static loading. Therefore, it is important to obtain the bifurcation load for a torispherical shell due to dynamic loading from the viewpoint of estimating the safety margin of a torispherical shell under accident conditions. In the present paper, we calculate the bifurcation buckling pressure for the torispherical head of a Mark II-type BWR containment vessel, using a finite element program for a dynamic analysis. Three kinds of loading, that is, static loading, step loading and impulsive loading, are considered in the present analysis. The minimum bifurcation buckling pressure is predicted for the respective loadings.

Key Words: Structural Analysis, Buckling, Finite Element Method, Dynamic Analysis, Torispherical Shell

1. 緒 言

シェル構造物は一般的にその自重に比して高い耐荷能力を持つために航空機, 建築, 土木構造物, 原子力機器, 化学装置などさまざまな構造物に使用されている。その中でトリスフェリカルシェルは, BWR 型原子炉格納容器のヘッド部, プール型 FBR 原子炉容器, あるいは種々の化学装置などに用いられている。しかし, トリスフェリカルシェルは内圧により分岐座屈を起こすことが実験あるいは解析により確認されている^{(1)~(3)}。事故などにおいて, 時間に依存した衝撃的な外荷重を受ける場合は静的な解析で予測したよりも大きな変形が一時的に発生するため^{(4)~(6)}, 分岐座屈も静的な解析で予想した分岐座屈荷重よりも低い荷重で発生する可能性が高い。したがって, その荷重値を知ることは構造物の各部位にトリスフェリカルシェルを採用する場合において, 事故の際の安全性を評価する上で重要である。本論文においてはトリスフェリカルシェルのいくつかのパターンの衝撃的内圧負荷に伴う動的分岐座屈現象についての解析を行い, 同時に静的分岐座屈解析を行い, 動的分岐座屈との比較を行う。

2. 解 析 方 法

本論文においては動的分岐座屈解析の方法について述べる。軸対称動的変形挙動解析とそれに伴う分岐座屈解析を以下の方法によって行う。

2.1 軸対称動的変形挙動解析 動的問題においては下記のような有限要素運動方程式を解くことによって各時間ステップにおける加速度, 速度, 変位を求めた。

$$M\Delta\ddot{d} + C\Delta\dot{d} + K\Delta d = \Delta F + F^* \dots\dots\dots (1)$$

ここで, M は質量マトリックス, C は減衰マトリックス, K は剛性マトリックス, $\Delta\ddot{d}$ は節点加速度増分ベクトル, $\Delta\dot{d}$ は節点速度増分ベクトル, Δd は節点変位増分ベクトル, ΔF は外荷重増分ベクトル, F^* は残差荷重ベクトルである。剛性マトリックスについては, 幾何学的非線形と塑性の影響を考慮したものを用いた。また, 式(1)で与えられる運動方程式を解く時間差分法としては Newmark- β 法を採用し, $\beta=1/4$ とした。これにより, 式(1)の有限要素運動方程式は次のようになる。

$$\left(\frac{4}{(\Delta t)^2}M + \frac{2}{\Delta t}C + K\right)\Delta d_n = \Delta F + F^*$$

* 原稿受付 平成 3 年 1 月 23 日。

^{*1} 正員, 九州大学工学部 (〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)。

$$+\left(\frac{4}{\Delta t}M+2C\right)\dot{d}_n+2M\ddot{d}_n\cdots\cdots(2)$$

これを解くことにより n ステップにおける節点変位増分 Δd_n を求め、さらに、加速度増分、速度増分を求めることができる。この各増分を各ステップで加算することにより各時間における変位、速度、加速度を求める。なお、本解析では $C=0$ として解析を行った。

2.2 分岐座屈の判定 分岐座屈の判定は軸対称変形挙動解析の各ステップにおいて時間を止め、準静的に行った⁽⁷⁾⁽⁸⁾。その時間ステップにおいての変形状態に周方向 θ に座屈波数 $n(n \geq 1)$ を持つような分岐モードに対応した微小な変位変動

$$\delta U = \{\delta u \ \delta w \ \delta v\} \\ = \{\delta u^{(n)} \cos n\theta \ \delta w^{(n)} \cos n\theta \ \delta v^{(n)} \sin n\theta\}$$

を与える。ここで、 u は子午線方向面内変位、 w は面外変位、 v は方向変位をそれぞれ表す。波数 n に対応した剛性マトリックスを作成し式(3)のような固有値問題とする。

$$K^{(n)}\delta U^{(n)}=0\cdots\cdots(3)$$

ただし、 $\delta U^{(n)}=\{\delta u^{(n)} \ \delta w^{(n)} \ \delta v^{(n)}\}$ である。

分岐座屈が起こる条件は式(3)が自明でない解を持つときであり、その判定は

$$\det[K^{(n)}]=0\cdots\cdots(4)$$

で置き換えることができる。したがって、分岐座屈の発生は各ステップにおける変形状態により求めた剛性マトリックスの行列式の値が零になるときである。

3. 解析対象

図1に解析に用いた MARK-II 改型 BWR 原子炉格納容器のヘッド部⁽⁹⁾であるトリスフェリカルシェルの図を示す。このトリスフェリカルシェルは次のような形状である。

クラウン部の内半径： $R_s=8.734$ m

ナックル部の内半径： $r=1.657$ m

円筒部の内直径： $D=9.652$ m

円筒部の高さ： $L=2.244$ m

板厚： $t=0.024$ m

使用した材料定数は次のとおりである⁽¹⁰⁾。

ヤング率

： $E=1.90 \times 10^5$ MPa(19 400 kgf/mm²)

ポアソン比： $\nu=0.3$

降伏応力

： $\sigma_r=3.98 \times 10^2$ MPa(40.54 kgf/mm²)

ひずみ硬化率： $H'=1.50 \times 10^3$ MPa(153 kgf/mm²)

密度： $\rho=7\ 800$ kg/m³

トリスフェリカルシェルに加える衝撃内圧のパターンは図2(a), (b), (c)にそれぞれ示すステップ荷重、ランプ荷重、パルス荷重とした。ランプ荷重についてはランプの立上げ時間 T_r を 5 ms, 10 ms, 15 ms, 20 ms, 25 ms, 30 ms とし、パルス荷重についてはパルス幅 T_p を 1 ms, 2 ms, 3 ms, 4 ms, 5 ms, 10 ms, 15 ms, 20 ms, 25 ms とした。また、ランプ荷重、パルス荷重ともランプ立上げ時間、パルス幅を一定にし、最高荷重を変化させることにより最低分岐座屈荷重を求めた。

要素分割については静的荷重分岐座屈解析を行い、90, 180, 270 要素について変形挙動、分岐座屈荷重、分岐波数を検討した結果、180 要素を採用した。この内で、分岐座屈時に波が発生すると思われるナックル部については特に細かく分割した。

時間刻み幅については弾性の簡易計算より求めた円筒部の固有周期⁽¹¹⁾が 6.16 ms であるため 50 μ s とし固有周期の 1/100 以下とした⁽¹²⁾。

4. 解析結果と考察

図3に示す矢印の方向を正として円筒中央部 A 点の半径方向変位、ナックル部 B 点の半径方向変位とクラウン部 C 点の軸方向変位の応答を検討する。図4, 5, 6 にステップ荷重を与えたときの A, B, C 各点の変位の応答、図7, 8, 9 にランプ立上げ時間 5 ms のランプ

図1 内圧を受けるトリスフェリカルシェル

図2 荷重のパターン

図3 変位をプロットした位置

荷重を与えたときの各点の変位の応答の図をそれぞれ示す。ここで、1.037 MPa はステップ荷重での最低分岐座屈荷重である。そして、1.3 MPa では分岐座屈が発生し、1.0 MPa では分岐座屈は発生しなかった。また、分岐座屈発生時にはナックル部を中心に大きく塑性域が広がっているのが確認された。塑性域の大きさは同時刻において比較すると 1.0 MPa, 1.037 MPa, 1.3 MPa の順に範囲が広がっていた。またこれらの図から、荷重をステップ状に上げてても、部位によって変位の立上り時間、変位のピーク時間は異なっているのがわかる。図 4 より円筒部においては変位の振動周期が 5-6 ms で、簡易計算でもとめたものとほぼ等しく

なっている。分岐座屈は全体の剛性マトリックスにより判定するので、変形、応力の状態により決定されるが、各点の変位において分岐座屈のしきい値が存在するか調べてみると、この三つの図において 1.037 MPa と 1.0 MPa, つまり分岐座屈を起こすケースと分岐座屈を起こさないケースにおいて、1.0 MPa は 1.037 MPa の分岐座屈点の変位を越えている。したがって、変位のしきい値の存在といった明確な違いはない。図 7, 8, 9 では 1.238 MPa が最低分岐座屈荷重であり、1.2 MPa では分岐座屈を起こさなかった。ランプの立上げ時間に対して B 点, C 点については変位の立上がりが大きく遅れているのがわかる。A 点については

図 4 A 点の変位の時間変化 (ステップ荷重)

図 7 A 点の変位の時間変化 [ランプ荷重 (5 ms)]

図 5 B 点の変位の時間変化 (ステップ荷重)

図 8 B 点の変位の時間変化 [ランプ荷重 (5 ms)]

図 6 C 点の変位の時間変化 (ステップ荷重)

図 9 C 点の変位の時間変化 [ランプ荷重 (5 ms)]

徐々に変位が立上がり、その中にやや小さな周期の振動が含まれているのがわかる。この振動の周期は簡易計算より求めた周期とほぼ等しいことがわかる。図10にステップ荷重を与えたときのB点の周方向の膜力の時間変化を示す。分岐座屈は膜力が負の領域で起こっており、分岐座屈の波の発生はこのB点近辺で発生しているものと推定できる。表1はステップ荷重とランプ荷重をかけたときの最低分岐座屈荷重と分岐座屈波数を表にしたもので、図11はその結果をランプ立上げ時間についてプロットしたものである。このトリスフェリカルシェルの静的座屈臨界荷重値は1.91 MPa、座屈波数は $n=22-24$ である。このランプ立上げ時間を長くしていくと軸対称変形における質量マトリックスの影響は小さくなり、静的な軸対称変形の過

程に近づく。したがって、静的分岐座屈荷重値に漸近して行くはずであり、その傾向がこの図で現れている。表2はパルス荷重を与えたときの最低分岐座屈荷重値と分岐座屈波数を表にしたもので、図12はその結果とパルス幅の関係をプロットしたものである。パルス幅を大きくするとトリスフェリカルシェルに与えるエネルギーは大きくなるが、ランプ荷重の場合と同様に荷重の立上がり時間が長くなるため最低分岐座屈荷

表1 最低分岐座屈荷重と座屈時間と波数 (ランプ荷重)

T_r (ms)	P_m (MPa)	Time(ms)	n
0	1.04	7.15	33-37
5	1.24	10.87	26
10	1.63	14.55	25
15	1.76	25.24	24
20	1.66	28.10	23
25	1.69	31.86	24
30	1.77	38.17	23

表2 最低分岐座屈荷重と座屈時間と波数 (パルス荷重)

T_p (ms)	P_m (MPa)	Time(ms)	n
1	4.41	2.760	3
2	1.27	5.985	15
3	1.19	5.743	15
4	1.10	5.956	15
5	1.15	6.558	20
10	1.41	7.627	29
15	1.50	9.900	26
20	1.65	12.27	26
25	1.75	15.07	26

図10 B点の周方向膜力の時間変化 (ステップ荷重)

図11 最低分岐座屈荷重 (ランプ荷重)

図12 最低分岐座屈荷重 (パルス荷重)

図13 A点の変位の時間変化 (パルス荷重(5 ms))

図14 A点の変位の時間変化 (パルス荷重(10 ms))

図 15 分岐座屈の座屈モード (静的座屈)

図 16 分岐座屈の座屈モード [パルス荷重(5 ms)]

重は高くなる。このときもパルス幅を長くすると最低分岐座屈荷重は静的分岐座屈荷重値に近づいて行くものと思われ、この図でその傾向は現れている。反対にパルス幅を短くして行くと、 $T_p=4\text{ ms}$ で最低分岐座屈荷重の極小値が現れる。さらに $T_p=0$ に近づけるに従って、最低分岐座屈荷重は急激に高くなっていく。最終的には分岐座屈は荷重を無限大にしても発生しなくなると推定できる。図 13, 14 にはパルス荷重のパルス幅を 5 ms, 10 ms にしたときの A 点での変位の応答をそれぞれ示している。これより、10 ms の場合は変位が減衰していくような挙動を示しているのに対し、5 ms の場合は 10 ms よりも初期の振動の振幅も大きいし、減衰も少ない。これは円筒部の固有振動の周期にパルス荷重の周期が近いためではないかと思われる。表 1, 2 からわかるように、 T_r あるいは T_p が大きくなるにつれて最低分岐座屈の生じる時間もしだいに長くなる。これは、 T_r あるいは T_p の増加につれて質量マトリックスの影響が小さくなり、静的座分岐座屈形体に近づくことによる。また、図 15 に静的座屈時、図 16, 17 にパルス幅 5 ms, 10 ms, の分岐座屈時の座屈モードを示す。この図は座屈モードの最大値で座屈モードの値を無次元化している。したがってこの値が大きいところで周方向の波が発生していることになる。これらの図より静的、パルス幅 10 ms の場合は周方向の波はナックル部で発生しているが、パルス幅 5

図 17 分岐座屈の座屈モード [パルス荷重(10 ms)]

ms の場合には円筒部の中心付近で発生している。パルス幅 5 ms の場合には、パルス荷重の周期が円筒部の固有周期 (5 ms-6 ms) に近いいため、共振現象により、円筒部に大きな変形が生じ、それにより円筒部に分岐座屈が生じたと考えられる。

5. 結 言

BWR 形原子炉格納容器のヘッド部であるトリスフェリカルシェルが衝撃的内圧を受ける場合の変形挙動と分岐座屈解析を行い、ステップ荷重、ランプ荷重、パルス荷重について最低分岐座屈荷重値を求めた。衝撃的荷重が加わると静的分岐座屈荷重よりも低い荷重で分岐座屈を起こす結果が得られた。ランプ荷重においては、ランプ立上げ時間を長くすると静的分岐座屈荷重値に近づいていく。パルス荷重についてもパルス幅を大きくすると静的分岐座屈荷重値に近づいていき、反対にパルス幅を小さくして行くと、パルス幅が零近くにおいて最低分岐座屈荷重が無限大に発散する結果が得られた。

本研究は平成 2 年度文部省科学研究補助金奨励研究 (A) (課題番号: 02750071) および (財) 東電記念科学技術研究所の平成元年度研究助成のもとに行われた。記して感謝する。

文 献

- (1) Bushnell, D., *Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol.*, **104** (1982), 51.
- (2) Gallety, G. D. and Blachut, J., *Proc. Inst. Mech. Eng.*, **199**-C3 (1985), 225.
- (3) Gallety, G. D., *Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol.*, **108** (1986), 512.
- (4) Stricklin, J. E., ほか 2 名, *AIAA J.*, **9**-4 (1971), 629.
- (5) Nagarajan, S., Popov, E. P., *Int. J. Num. Methods Eng.*, **9** (1975), 535.
- (6) Ball, R. E., Burt, J. A., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **40** (1973), 411.
- (7) Akkas, N., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **39** (1972), 293.

- (8) 谷, 東北大学速研報告, **34-336** (1974), 205. *Containment Integrity*, 15-17 (1988), Wasington, D. C.
- (9) Greimann, L. G., ほか 2 名, *NUREG/CR-2442* (1982). (12) Bathe, K. J., "*FINITE ELEMENT PROCEDURES IN ENGINEERING ANALYSIS*", PRENTICE-HALL, (1982), 499.
- (10) Isozaki, T., ほか 3 名, *Nucl. Des.* **104** (1987), 365.
- (11) Isozaki, T., ほか 3 名, *Proc. of the Forth Workshop on*
-