き裂閉口時に観測される新たな水圧データを
用いた水圧破碎地殻応力計測法の提案*伊藤 高敏^{*1}, 林 一夫^{*1}

Closure Pressures for Hydraulic Fracturing Tectonic Stress Measurements

Takatoshi ITO and Kazuo HAYASHI

A concept of crack closure pressure is proposed for evaluating tectonic stresses by the hydraulic fracturing stress measurement technique, based on the linear theory of elasticity and the linear fracture mechanics. The crack closure pressure is defined as a pressure value at a turning point appearing in the decrease rate of the downhole pressure vs the downhole pressure curve after the complete closure of the pressurizing circuit for hydraulic fracturing, i. e., shut-in. This is interpreted as a pressure at the instant when the crack which was induced by the hydraulic fracturing on the surface of a borehole closes completely after the shut-in. The relationship between the crack closure pressure and the tectonic stresses is very simple, and no material constants, such as the fracture toughness and hydraulic properties of the rock, appear in the relationship. Thus, it can be applied as a new and extremely useful formula for evaluating tectonic stresses by the hydraulic fracturing tectonic stress measurement technique.

Key Words: Elasticity, Fracture, Artificial Subsurface Crack, Crack Closure, Tectonic Stress Measurement, Hydraulic Fracturing

1. 結 言

現在のところ、地表下深部の地殻応力を定量的に評価できる方法として、水圧破碎（水圧によって地下き裂を作成・制御する技術）による方法⁽¹⁾⁽²⁾が、最も有力である。この方法は、地殻内に掘削したボアホールの所要区間を、二つの栓（パッカエレメント）により仕切り、この区間（以下、加圧区間と呼ぶ）に高水圧を負荷して岩体内に人工き裂を作成し、このとき観測されるいくつかの特徴的な加圧区間水圧と、き裂発生方位とから地殻応力を評価するものである。同手法の確立を目的として本研究では、水圧破碎によって形成される縦き裂を対象とし、加圧によりき裂を開口させた状態で加圧系を瞬時に閉じた（シャットイン）後の加圧区間水圧の降下曲線とき裂閉口挙動の関係を解析した。この結果、シャットイン後、き裂が完全に閉じきる時の加圧区間水圧が、地殻応力評価に用いる新たな水圧データとして極めて有効であることが明らかとなった。

2. 解 析

シャットイン後の加圧区間水圧の時間変化について考える。ただし、水圧破碎によって形成されたき裂は、縦き裂（ボアホール周方向に 180° ずれた対称の位置に生じるボアホール軸方向の2枚のき裂）であるものとする（図1）。ボアホールは鉛直であり、ボアホールに直交する面が地殻応力主面になっているものとし、この面内に作用する地殻主圧縮応力を S_1, S_2 ($S_1 > S_2$) とする。このとき、縦き裂は S_1 の方向に形成される。また、ボアホール中心を原点とし、き裂線方向を x 軸とする直交座標系 (x, y) を図1のように取る。さて、シャットイン後は、ポンプからの注水がない。したがっ

図1 ボアホールと縦き裂

* 平成3年3月31日 第68期通常総会講演会において講演、原稿受付 平成3年2月12日。

^{*1} 正員、東北大学流体科学研究所（〒980 仙台市青葉区片平2-1-1）。

て、次の関係が成立する。

$$\frac{d}{dt}(M_l + M_c + M_b + M_h) = 0 \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに t は加圧開始からの時間、 M_l はシャットイン後ポアホール壁面およびき裂面から岩体内に浸みだす水(逸水)の質量、また M_c , M_b および M_h はそれぞれ、き裂、加圧区間および地表にあるポンプと加圧区間をつなぐ配管内の水の質量である。また、注水を止めるときき裂内の水の流れがなくなり、き裂内水圧は加圧区間水圧と等しくなる。これを考慮すると式(1)は、加圧区間水圧 P と単位時間当たりの逸水容積流量 Q_l を用いて次のように書き直すことができる。

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{\rho_c Q_l}{d(\rho_c h_c v_c + \rho_c h_b v_b + M_h)/dP} \quad \cdots \cdots (2)$$

ここに、 h_c および h_b はそれぞれ、き裂および加圧区間の高さ、 v_c および v_b はそれぞれ、高さ方向単位長さ当たりのき裂および加圧区間内の水の体積、 ρ_c はき裂および加圧区間内の水の密度であり、次式で与えられる。

$$\rho_c = \rho_0 \{1 + \beta(P - P_0)\} \quad \cdots \cdots (3)$$

ここに、 ρ_0 は水圧が P_0 の時の水の密度、 β は水の圧縮率である。また、 Q_l は次式で与えられる⁽³⁾。

$$Q_l = \frac{A_0 C}{\sqrt{t_0}} \left\{ 2 \left(\sqrt{\frac{t}{t_0}} - \sqrt{\frac{t - A}{A_0}} \right) \right\} + 2\pi n_b h_b \frac{C}{\sqrt{t}} \quad \cdots \cdots (4)$$

上式の右辺第1および第2項はそれぞれ、き裂および加圧区間からの逸水量を表す。ここに、 A は時刻 t におけるき裂面から岩体内に逸水する面積であり、 A_0 はシャットイン時に、瞬間的にき裂が成長した直後の A を表す。また、 C は逸水係数、 r_b はポアホール半径、 t_0 は加圧開始からシャットインまでの時間である。一方、圧力に対する加圧配管内の水の質量の変化率は、次式で与えられる⁽⁴⁾。

$$\frac{dM_h}{dP} = \pi \rho_0 r_h^2 h \left[\beta + \frac{r_h^2}{G_h(2ar_h + a^2)} \times \left\{ 1 - 2\nu_h + \left(\frac{r_h + a}{r_h} \right)^2 \right\} \right] \quad \cdots \cdots (5)$$

ここに、 r_h , a , ν_h および G_h はそれぞれ、加圧配管の内径、肉厚、ポアソン比およびせん断弾性係数であり、 h は地表から加圧区間中心までの深さである。なお、式(5)の誘導において、加圧配管は軸方向に垂直な平面に平行な平面ひずみ状態にあるものとし、また、 $P/2(1 + \nu_h)G_h$ および $\beta \cdot P$ は1に対して無視した。

次に、式(2)に含まれるき裂および加圧区間内の水の体積 v_c および v_b について考える。このため、き裂問題をポアホール軸と垂直な平面に平行な平面ひずみ問題として解析する。まず、位置 x におけるき裂の開

口幅を $w(x)$ とすれば、各体積は次式で与えられる。

$$v_c = 2 \int_{r_b}^{r_b+2L} w(\tau) d\tau \quad \cdots \cdots (6)$$

$$v_b = \pi r_b^2 + 2r_b w(r_b) \quad \cdots \cdots (7)$$

さらに $w(x)$ は、刃状転移の連続分布法を用いると、転位の分布密度関数 b に関する次の特異積分方程式を解くことによって求められる⁽⁴⁾。

$$\frac{G_r}{4\pi(1-\nu_r)} \int_{r_b}^{r_b+2L} \left\{ \frac{1}{x-\tau} + \frac{K(x, \tau)}{r_b} \right\} \times b(\tau) d\tau = f(x) \quad (r_b < x < r_b + 2L) \quad \cdots \cdots (8)$$

ここに

$$K(x, \tau) = r_b \left\{ -\frac{1}{x+\tau} + 2 \frac{\tau^2 - r_b^2}{\tau x^2} - \frac{\tau}{\tau x - r_b^2} + \frac{\tau}{\tau x + r_b^2} - \frac{\tau(\tau^2 - r_b^2)}{(\tau x - r_b^2)^2} - \frac{\tau(\tau^2 - r_b^2)}{(\tau x + r_b^2)^2} + \frac{r_b^2(\tau^2 - r_b^2)^2}{\tau(\tau x - r_b^2)^3} - \frac{r_b^2(\tau^2 - r_b^2)^2}{\tau(\tau x + r_b^2)^3} \right\} \quad \cdots \cdots (9)$$

$$f(x) = \frac{S_1 + S_2}{4} \left(1 + \frac{r_b^2}{x^2} \right) - \frac{S_1 - S_2}{4} \left(1 + 3 \frac{r_b^4}{x^4} \right) - \frac{1}{2} P \left(1 + \frac{r_b^2}{x^2} \right) \quad \cdots \cdots (10)$$

$$w(x) = - \int_{r_b+2L}^x b(\tau) d\tau \quad \cdots \cdots (11)$$

$2L$ は開口している部分のき裂長さ(図1)、 G_r および ν_r はそれぞれ、岩体のせん断弾性係数およびポアソン比である。また、開口部先端の応力拡大係数 K_I は次式で与えられる。

$$K_I = 4\sqrt{\pi L} S_2 \phi(1) \quad \cdots \cdots (12)$$

ここで

$$\frac{G_r}{4(1-\nu_r)S_2} b(x) = \phi \left(\frac{x-L-r_b}{L} \right) \sqrt{\frac{x-r_b}{2L+r_b-x}} \quad \cdots \cdots (13)$$

なお、開口部先端で $K_I=0$ という条件からき裂開口部の長さが決定できる。

シャットイン後の加圧区間水圧変化(以下、シャットイン曲線と呼ぶ)は、以上の諸式を用い、式(2)を時刻 t について積分することにより求められる。

3. 計算結果

3.1 シャットイン後のき裂開口挙動 前節の解析によって求められたシャットイン曲線およびシャットイン後のき裂開口形状の経時変化を図2, 3に示す。計算に用いた諸値は以下のとおりである。

$$\begin{aligned} S_1 &= 10.5 \text{ MPa}, S_2 = 7 \text{ MPa}, \rho_0 = 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ \beta &= 0.45 \text{ GPa}^{-1}, K_{Ic} = 1.0 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}, G_r = 8.3 \text{ GPa} \\ \nu_r &= 0.2, G_h = 67 \text{ MPa}, \nu_h = 0.5 \\ r_b &= 0.05 \text{ m}, h_b = 0.6 \text{ m}, h_c = 3 \text{ m} \\ r_h &= 5 \text{ mm}, a = 5 \text{ mm}, h = 300 \text{ m} \end{aligned}$$

ここで、 K_{Ic} は岩体の破壊靱性値であり、シャットイン直前のき裂長さおよび加圧区間水圧はそれぞれ、 $2L=3\text{ m}$ および $P/S_2=1.2$ 、逸水係数は、 $r_b/C\sqrt{t_0}=300$ とした。なお、加圧区間およびき裂内の水がボアホール内に流出してしまうことのないように、パッカエレメントは軸方向に十分長く、また、パッカエレメントに接するボアホール壁面には、パッカエレメントの膨張によって加圧区間水圧の大きさにほぼ等しい半径方向垂直応力が作用しているものとする。また、図3の結果においては、き裂形状の変化が明確にわかるようにするため、き裂面に垂直な方向のスケールは、き裂線方向に対して250倍に拡大してある。さて、図2, 3の結果より、シャットイン後のき裂閉口過程は次のように説明できる。シャットイン前、き裂は、注水によりき裂先端の応力拡大係数が破壊靱性値に等しい状態で進展し、このとき、き裂内に生じる水の流れと水の粘性抵抗により、き裂内に線形の水圧こう配が生じる⁽⁵⁾。この水圧こう配が、シャットインと同時に解消されて、水圧がき裂内で一定となった時に、き裂先端の応力拡大係数が破壊靱性値を越え、シャットインの瞬間に急激なき裂成長が起き[図3(a), (b)]、これに伴い加圧区間水圧は急激に減少する。なお、本解析で図3(a), (b)の状態を求めるにあたっては、シャットイン直前の加圧区間水圧およびき裂長さ、き裂先端の応力拡大係数が破壊靱性値に等しいという条件から、シャットイン直前のき裂内の水圧分布とき裂形状[図3(a)]を決定し、同じくき裂先端の応力拡大係数が破壊靱性値に等しいという条件とき裂成長前後の水の質量が保存されるという条件からき裂成長後の加圧区間水圧およびき裂形状[図3(b)]を決定した⁽⁴⁾。ここで位置 x のき裂内水圧を $p(x)$ とすれば、き裂内

に水圧こう配がある場合のき裂先端の応力拡大係数は、式(10)の第3項を $-(p(x)+Pr_b^2/x^2)/2$ で置き換えれば、前章と同様にして求められる。き裂成長終了後は、加圧系内の水がき裂面およびボアホール壁面から岩体内に浸透するため、加圧区間水圧は次第に減少する。この水圧降下に伴ってき裂の開口量も減少し[図3(c)]、ついにはき裂先端の応力拡大係数が零となり、き裂は先端から閉じ始める[図3(d)]。これ以降、水圧降下とともにき裂開口部の長さは減少し[図3(e), (f)；実線-開口部、破線-閉口部]、やがて水圧がある値に達すると、き裂は完全に閉じきってしまう。この、き裂が完全に閉じきるときの加圧区間水圧 P_{cc} (以下、Complete Crack Closure Pressure, 略して CCCP と呼ぶ) を、種々の応力比 S_1/S_2 について計算し、まとめると図4のようになる。図中●印がシミュレーション計算結果である。同図からわかるように計算結果は、式(14)で求められる直線に極めて良く一致する。

$$P_{cc} = \frac{1}{2}(3S_2 - S_1) \dots\dots\dots (14)$$

同式は、加圧区間水圧が、地殻応力によってボアホール壁面に生じる周方向応力の半分の大きさになったときにき裂が完全に閉じることを意味する。これは、ボアホール壁面には加圧区間水圧によって、その水圧と同じ大きさの周方向引張応力が生じ、さらに、き裂内

図2 シミュレーションによるシャットイン曲線

図3 シャットイン後のき裂閉口挙動
 $[\bar{t}=(t-t_0)/t_0, \bar{P}=P/S_2, \bar{L}=L/r_b]$

図4 地殻応力比 S_1/S_2 と CCCP の関係

には、シャットイン後き裂が閉塞する過程で、加圧区間と同じ水圧が作用していることを考えれば理解できる。また式(14)は、岩体の特性や加圧配管の特性などに無関係に、地殻応力のみによって CCCP が決定されることを示している。したがって、なんらかの方法で CCCP をシャットイン曲線から決定することができれば、この圧力は、水圧破碎による地殻応力計測に極めて有効な水圧データとなる。その決定法を以下に述べる。

3・2 CCCP の決定法 図2に示す例の CCCP は、式(14)より $P_{cc}/S_2 = 0.75$ となる。しかしながら、同図からわかるように CCCP 前後でシャットイン曲線は特に変化しないため、同曲線から CCCP を直接読取することは困難である。ここで、式(2)について考える。CCCP 近傍では $d(\rho_c h_c v_c + \rho_c h_b v_b)/dP \ll dM_h/dP$ であり、また、 dM_h/dP は水圧によらない一定値 [式(5)] であるから、CCCP 前後で dP/dt が変化する挙動は、式(2)により Q_i の変化によって決まることがわかる。一方、逸水は、加圧区間水圧が CCCP より高い間はポアホール壁面とき裂面の両方から生じているのに対し、加圧区間水圧が CCCP より低くなるとポアホール壁面からの分のみとなる。この CCCP を境にした逸水挙動の変化に着目し、図2の結果から dP/dt と P の関係を求めた結果が図5である。同図からわかるように、 dP/dt の P に対する変位率が、CCCP を境に不連続に大きく変化している。このことは、応力比 S_1/S_2 および逸水係数を種々変化させても成立することが計算の結果わかった。すなわち、シャットイン曲線を、 $dP/dt - P$ の関係に整理し直し、 dP/dt の P に

図5 図2のシャットイン曲線の $dP/dt - P$ 関係

対する変化率が不連続に大きく変化する点を検出することにより、CCCP を決定できる。

4. 結 言

水圧破碎地殻応力計測における縦き裂を取り上げ、シャットイン後のき裂閉口挙動およびシャットイン曲線の解析を行った結果、シャットイン後き裂が完全に閉じきるときの加圧区間水圧 (CCCP) が、地殻応力成分のみからなる簡単な1次式で表現できることがわかった。また、シャットイン曲線の水圧の時間変化率と水圧の関係に整理し、水圧の時間変化率の水圧に対する変化率が不連続に大きく変化する点を検出することにより、CCCP を決定できることがわかった。したがって、CCCP は水圧破碎地殻応力計測に用いる新たな水圧データとして極めて有効である。

最後に、本研究は文部省科学研究費国際学術研究 (課題番号 03044023) によるものであることを記し、謝意を表する。

文 献

- (1) Zoback, M. D., ほか2名, *Pure. Appl. Geophys.*, **115** (1977), 135.
- (2) Hayashi, K., ほか2名, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, **26** (1989), 197.
- (3) Nolte, K. G., *SPE Formation Evaluation*, **1** (1986), 571.
- (4) Hayashi, K. and Sakurai, I., 文献(2)の477ページ.
- (5) Shoji, T., ほか5名, *Geother. Res. Coun. Trans.*, **9-11** (1985), 579.