層内に円孔欠陥を有する突合せ接着継手の 二次元熱応力解析*

仲 野 雄 一^{*1}, 中 川 文 人^{*2}, 沢 俊 行^{*3}

Two-Dimensional Thermal Stress Analysis of Butt Adhesive Joints Having Circular Hole Defects in the Adhesive

Yuichi NAKANO, Fumito NAKAGAWA and Toshiyuki SAWA

Thermal stress distribution and the strength of the joint due to thermal stress were examined when butt adhesive joints having circular hole defects in an adhesive were in the steady-state temperature distribution. In the analyses, the thermal stress distribution in the adhesive was given using the two-dimensional theory of elasticity in the case that adherends of similar size and material were kept at constant temperature and side surfaces of the joint were surrounded with fluid of different temperature. The effects of the location and the size of hole defects on the thermal stress distribution were clarified by numerical calculations. Then, comparing the principal stress at the periphery of a hole with that at the interface between an adherend and an adhesive, the strength of the joint due to thermal stress was discussed. For verification, photoelastic experiments were performed, and the analytical result was found to be in fairly good agreement with the experimental one.

Key Words: Elasticity, Thermal Stress Analysis, Butt Adhesive Joint, Thermoelastic Potential, Photoelasticity, Hole Defect

1. 緒 言

接着接合では軽量構造, 均一な応力分布, 異種材料の容易な接合等, 従来の機械的接合と比較して優れた長所を有することが広く知られており, 航空・宇宙, 自動車, 電子部品などの産業分野では欠くことのできない接合方法になってきている。しかし, 接着接合を用いた構造物は耐久性, 衝撃強度, 熱的強度などに対する信頼性が極めて低いという欠点があり, このような環境で使用される場合は一般に, 従来の機械的接合が主となり接着接合は補助的な役割を果たしているのが現状である。最近, 接着構造の強度に関して多くの研究がなされており^{(1)~(9)}, 特に静的荷重が作用する場合の強度予測がある程度可能となりつつあるが⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ 動的荷重や熱的負荷が作用する接着継手の強度を対象とした研究は少なく, 早急な解明が求められている。

一般に接着構造では被着体材料と接着剤の材料定数や熱物性値がかなり異なり, そのため接着作業時に残留応力が発生したり, 継手周囲の温度環境により熱応

力が発生し, 極端な場合はこれらの応力により継手の破壊も起こりうる。一様な温度場での接着継手の熱応力および接着剤の凝固収縮過程で発生する内部応力に関して, 有限要素法を用いた解析, 光弾性実験がなされている^{(12)~(17)}。また, 著者らは前報⁽¹⁸⁾で欠陥のない突合せ接着継手について, 継手周囲の温度環境による不均一な温度場での熱応力の解析方法を示した。一方, 実際の接着作業時において接着剤中に気泡を巻き込み, そのまま除去されずに凝固収縮することがあり, このような欠陥を有する継手の強度の解明は実用上重要な問題である。

そこで本研究では, 接着層内に気泡に相当する円孔欠陥を有する板の突合せ接着継手が定常温度場におかれた場合の接着層内の熱応力を二次元弾性論(平面応力)を用いて解析する。さらに, 解析方法に基づいて数値計算を行い, 円孔欠陥の大きさや位置が円孔周縁, 接着界面の熱応力分布に与える影響を検討する。あわせて接着層を光弾性材料でモデル化した継手を用いて, 接着層内部の熱応力分布を光弾性実験により求め解析結果と比較する。

2. 理 論 解 析

図1に多数の円孔欠陥を有する接着層によって, 寸

* 原稿受付 平成3年4月25日。

^{*1} 正員, 湘南工科大学(●251 藤沢市辻堂西海岸1-1-25)。

^{*2} 正員, 東京都立航空工業高等専門学校(●116 東京都荒川区南千住8-53-1)。

^{*3} 正員, 山梨大学工学部(●400 甲府市武田4-3-11)。

法・形状および材質の等しい二つの被着体が突合せ接着され、被着体は一定温度 T_I 、継手側面は一定温度 T_0 の流体中に保持されている場合を示す。なお、継手側面と流体間の熱伝達率を α とする。接着層を高さ $2h$ 、幅 $2l$ の有限長帯板に置き換え、その縦弾性係数を E 、ポアソン比を ν 、線膨張係数を β および熱伝導率を K とする。なお、本研究ではこれらの定数の温度依存性を考慮せず一定とし、また、紙面に垂直な方向の温度分布がない二次元問題とする。さらに、被着体を剛体とみなし接着層について解析を行う。

2.1 温度分布 熱応力を解析するに当たり、最初に接着層内の定常温度分布を計算する。なお、この温度分布の解析においては、解析上の困難さから欠陥の存在を考慮せずに行う。図1に示すように接着層中心を原点とする x - y 座標を用いると、定常状態における二次元熱伝導問題の基礎式は、温度を $T(x, y)$ とすると次のように表される。

$$\nabla^2 T(x, y) = 0 \quad (1)$$

また、境界条件は接着界面における温度、継手側面の流出入エネルギー一定の関係から次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} T(x, y) &= T_I \quad (y = \pm h) \\ -K \frac{\partial T(x, y)}{\partial x} &= \pm \alpha \{T(x, y) - T_0\} \quad (x = \pm l) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

基礎式(1)の変数分離解を用い、式(2)の境界条件を考慮して接着層の温度分布 $T(x, y)$ を次のようにおく、

$$T(x, y) = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{A_s}{\text{ch}(\lambda'_s h)} \text{ch}(\lambda'_s y) \cos(\lambda'_s x)$$

図1 定常温度場での円孔欠陥を有する突合せ接着継手モデル

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{\text{ch}(\alpha'_n l)} \text{ch}(\alpha'_n x) \cos(\alpha'_n y) \quad \cdots \cdots (3)$$

ここで、

$$\alpha'_n = \frac{2n-1}{2h} \pi, \quad \lambda'_s = \frac{2s-1}{2l} \pi \quad (n, s = 1, 2, 3, \cdots)$$

である。また、式(3)に含まれる未定係数 A_s 、 B_n ($n, s = 1, 2, 3, \cdots$) は、式(2)の境界条件と等値することによって決定される。

2.2 熱応力 図1に示した接着継手に対して外部から荷重が作用せず、二つの被着体の相対位置が変化しない場合、また、接着層内に含まれる円孔欠陥の半径を a とすると、接着層境界および円孔周縁における応力および変位に関する境界条件は次のように表される。

$$\sigma_x = \tau_{xy} = 0 \quad (x = \pm l), \quad U_x = V_y = 0 \quad (y = \pm h) \quad \cdots \cdots (4 \cdot a)$$

$$\sigma_r = \tau_{r\theta} = 0 \quad (r = a) \quad \cdots \cdots (4 \cdot b)$$

ここで、 U_x 、 V_y は各々 x 、 y 方向熱変位を表す。接着層の熱応力を解析するために熱弾性ポテンシャル $\Omega(x, y)$ を用いると、 $\Omega(x, y)$ と温度分布 $T(x, y)$ との関係は、一般に式(5)で与えられ、さらに $\Omega(x, y)$ による熱応力 (σ_{x0} , σ_{y0} , τ_{xy0}) と変位 (U_{x0} , V_{y0}) は、添字 0 を用いて式(6)のように表される⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾。

$$\nabla^2 \Omega(x, y) = T(x, y) \quad \cdots \cdots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x0} &= -E\beta \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2}, \quad \sigma_{y0} = -E\beta \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} \\ \tau_{xy0} &= E\beta \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x \partial y} \\ 2GU_{x0} &= E\beta \frac{\partial \Omega}{\partial x}, \quad 2GV_{y0} = E\beta \frac{\partial \Omega}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (6)$$

ここで、 G は接着剤の横弾性係数である。

式(3)および式(5)から接着層の熱弾性ポテンシャル $\Omega(x, y)$ は式(7)のように表され、これと式(6)を用いて接着層の熱応力と変位を求めることができる。

$$\Omega(x, y) = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{A_s y}{2\lambda'_s \text{ch}(\lambda'_s h)} \text{sh}(\lambda'_s y) \cos(\lambda'_s x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n x}{2\alpha'_n \text{ch}(\alpha'_n l)} \text{sh}(\alpha'_n x) \cos(\alpha'_n y) \quad \cdots (7)$$

しかし、一般にこれらの解だけでは式(4)で示した接着層の応力および変位の境界条件を満足しない。そこで、これらの境界条件を満足する解を得るため次の手順で解析を行う⁽⁸⁾⁽²¹⁾。すなわち、

手順1 境界条件(4・a)を満足するため、 $\Omega(x, y)$ により各境界 ($x = \pm l$, $y = \pm h$) に生ずる応力 σ_{x0} , τ_{xy0} と変位 U_{x0} および V_{y0} を打ち消す逆向きの応力、変位を境界条件とする円孔のない有限長帯板(幅 $2l$ 、高さ $2h$)の解析を行う[図2(a)]。このとき、文献(21)に示した直角座標表示のエアリーの応力関数 X を用いる。

同時に、応力関数 X による円孔周縁 ($r=a$) に相当する位置の応力 σ_r , $\tau_{r\theta}$ を計算する。

手順2 境界条件(4・b)を満足するため、手順1で生じた円孔周縁の応力 σ_r , $\tau_{r\theta}$ を打ち消す逆向きの応力を境界条件とする円孔(半径 $r=a$)を有する無限板の解析を行う[図2(b)]。このとき、極座標表示のエアリーの応力関数 ψ_1 を用いると、一般に、 ψ_1 は次のように与えられる⁽¹⁹⁾。

$$\begin{aligned} \psi_1 = & A_0\theta + B_0 \log r + A_1 r \log r \cos \theta + B_1 r \theta \sin \theta \\ & + C_1 r \log r \sin \theta + D_1 r \theta \cos \theta \\ & + \sum_{n=2}^{\infty} \{A_n r^{-n} + B_n r^{-n+2}\} \cos(n\theta) \\ & + \sum_{n=2}^{\infty} \{C_n r^{-n} + D_n r^{-n+2}\} \sin(n\theta) \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここで、 A_0 , B_0 , A_1 , B_1 , ..., C_n , D_n ($n=1, 2, 3, \dots$) は未定係数であり、これらは手順1で生じた円孔周縁の応力 σ_r , $\tau_{r\theta}$ をフーリエ級数展開し、各係数を比較することにより決定される。

さらに、この応力関数 ψ_1 による接着層各境界 ($x=\pm l$, $y=\pm h$) に相当する位置の各応力 σ_x , τ_{xy} と変位 U_x , V_y を再び計算する。なお、接着層内に円孔が二つ以上ある場合は手順2において、応力関数 ψ_1 で第一の円孔周縁の応力を最初に打ち消し、次に式(8)と同様の形で表される応力関数 ψ_2 を用いて、第二の円孔周縁の初めの応力と ψ_1 によって新たに生ずる応力とを加え合わせた応力を打ち消す。以下、同様の手順ですべての円孔の応力を打ち消し、同時にこれらの応力関数 ψ_1 , ψ_2 , ..., による接着層境界の応力 σ_x , τ_{xy} と変位 U_x , V_y を計算する。以下、境界条件式(4)を十分に満足するまで手順1および2の繰返し計算を行う

図2 解析方法の説明

ことにより、最終的に接着層内部の応力と変位分布が求められる。

本研究においては、図3に示すように、(1)1個の円孔が接着層内にある場合、および、その特別な場合として円孔が X 軸上または Y 軸上にある場合、さらに接着層の中心にある場合、(2) X 軸上に2円孔が対称に位置する場合(中心からの距離 x_0)および(3) Y 軸上に2円孔が対称に位置する場合(中心からの距離 y_0)の接着継手モデルについて解析を行う。

3. 実験方法

図4は光弾性実験に用いた接着継手の寸法・形状を

(1) 1円孔の場合

(2) 2円孔が X 軸上にかつ対称の位置にある場合

(3) 2円孔が Y 軸上にかつ対称の位置にある場合

図3 解析モデル

示す。上下被着体に設けた直径 8 mm の貫通孔に棒状ヒータ (100 V, 300 W) を挿入し加熱し、継手の両側面は水を循環させ冷却することで継手に温度分布を与える。なお、被着体の温度分布は熱電対により測定した。接着層は高さ 20 mm, 幅 80 mm, 中央に半径 2.5 mm の円孔を持つエポキシ板でモデル化し、これを被着体に突合せ接着した。被着体は炭素鋼 (S 45 C) を使用し、鋼の縦弾性係数 (206 GPa) はエポキシ板 (3.3 GPa) の約 60 倍であり、相対的にほぼ剛体とみなした⁽²²⁾。また、エポキシ板の線膨張係数 β , 熱伝導率 K , ポアソン比 ν については実測結果から各々 $67 \times 10^{-6}/K$, 0.28 Kcal/mhK, 0.38 とした⁽¹⁸⁾。なお、エポキシ板の機械加工時および接着時に発生する残留応力については試験片作成後、常温に保持した状態で等色線じまを観察した結果、ヒータおよび冷却水で温度分布を与えた場合の熱応力と比較して無視できる程度であることを確認している。

4. 結果と考察

接着層に円孔欠陥を有する接着継手の熱応力に対する強度と破壊位置を予測するため、円孔周縁および接着界面の最大主応力分布を数値計算により求めた。なお、継手は、被着体が $T_1 = 0^\circ\text{C}$ ($=273\text{ K}$) 一定に、継手側面は $T_0 = 50^\circ\text{C}$ ($=323\text{ K}$) の流体中に保持されているものとし、継手側面と流体間の熱伝達率 α は、文献 (23) を参考にして $290\text{ W/m}^2\text{K}$ として計算を行った。以下の数値計算においては、2 章理論解析においてエアリーの応力関数 X , ψ_1 および ψ_2 を決定する際に得られる無限連立一次方程式の級数の項数を 40 とし、また、手順 1 および 2 の繰返し回数は、以下に示

す計算条件では 6 回で前回の各応力値との差が 3% 以下になり、実用上、十分収束したものとみなした。しかし、アスペクト比、円孔の偏心率および 2 円孔の接近量の大きさによっては、実用上十分な精度を得るため、さらに繰返し数を増す必要がある。

4.1 1 円孔が接着層中央にある場合 実際の接着層にはさまざまな気泡が混在しているものと考えられる。そこで、図 5 に 1 円孔が接着層中央に含まれる場合について、円孔の大きさを変えて数値計算を行い、熱応力に与える影響を検討した結果を示す。(a) は接着界面 ($Y = \pm h$) の熱応力分布を最大主応力で表したもので、縦軸は最大主応力 σ_1 を ($E\beta\Delta T$) で除し、また、界面の位置を示す横軸も被着体の半幅 l で除しそれぞれ無次元化表示している (ΔT は継手側面の流体と被着体の温度差)。なお、この場合、応力および変位は左右対称となるので同図には継手の半分の最大主応力だけを示す。(b) は円孔周縁 ($r = a$) の無次

(a) 接着界面の最大主応力分布 ($Y = \pm h$)

(b) 円孔周縁の最大主応力分布 ($r = a$)

図 4 試験片の寸法・形状

図 5 1 円孔が接着層中央にある場合の最大主応力分布 [$T_1 = 0^\circ\text{C}$ ($=273\text{ K}$), $T_0 = 50^\circ\text{C}$ ($=323\text{ K}$), $\alpha = 290\text{ W/m}^2\text{K}$, $l = 40\text{ mm}$, $h = 10\text{ mm}$, $E = 3.3\text{ GPa}$, $\nu = 0.38$, $\beta = 67 \times 10^{-6}/K$]

元化した最大主応力で同じく対称性から半分の周縁について示している。この結果、剛体とみなした被着体の温度が継手側面の温度よりも低い場合は接着界面および円孔周縁とも引張りの主応力となる。また、接着界面では円孔直径が大きくなると、円孔真上の主応力が小さくなるが、無次元化した最大主応力は界面の両端部近傍($x=\pm l$ の98%)で $\sigma_1/E\beta\Delta T=7.0$ とこの場合はいずれもほぼ同じになる。一方、円孔周縁では $\theta=0^\circ$ および 180° の点で最大主応力となり、円孔直径が小さくなるほど無次元化した最大主応力値は8.0から9.6と大きくなることからわかる。これらの結果から、接着界面端部での応力の特異性を考慮すると、熱応力による継手の破壊が界面端部、円孔周縁のいずれから発生するかを予測することは困難であるが、特に円孔欠陥が小さい場合は、円孔周縁で $\theta=0^\circ$ および 180° における応力集中も極めて大きい影響を持つことが予想される。

4.2 アスペクト比による円孔周縁の熱応力 図6は、4.1節と同様、円孔が接着層中央にある場合に対してアスペクト比(被着体幅に対する接着層厚さの比 h/l)が、円孔周縁に生ずる最大主応力に与える影響を示す。横軸は円孔の大きさ a を被着体半幅 l で除し無次元化表示している。この結果、アスペクト比が小さくなるほど(接着層高さが幅に比べて相対的に低いほど)円孔周縁の最大主応力は急激に増加し、熱的強度が低下することがわかる。

4.3 偏心した1円孔が接着層にある場合 図7は、接着層に含まれる円孔の中心が X 軸または Y 軸方向に偏心した場合の接着界面および円孔周縁の最大主応力分布を示す。図中の実線が、 X 軸方向に30 mm、 Y 軸方向に5 mm 偏心した場合、破線が X 軸上で30 mm、一点鎖線が Y 軸上で5 mm 偏心した場合の各々無次元化した最大主応力を示す。この結果か

ら、(a)接着界面の最大主応力分布では、偏心により応力分布の対称性が失われるが、いずれの場合も両端で応力は最大になることがわかる。なお、 Y 軸上で偏心した場合(一点鎖線)は、偏心方向の界面の応力分布を示す。(b)円孔周縁の最大主応力分布から、 X 軸上で偏心した場合(破線)は、偏心方向の周縁($\theta=0^\circ$)で、最大応力になる。また、 Y 軸上で偏心した場合(一点鎖線)は、最大主応力を示す位置は $\theta=0^\circ$ および 180° の位置から接着層の中心側に偏るが、そのずれは極めて小さいことがわかる。

4.4 X 軸上または Y 軸上にかつ対称に2円孔がある場合 図8は、接着層内に同じ大きさの2円孔が X 軸上または Y 軸上でかつ接着層中心から等距離(x_0 または y_0)にある場合の円孔周縁の無次元化した最大主応力値と2円孔間の距離の関係を示す。また、同時に比較のために、1円孔が X 軸上または Y 軸上で偏心した場合の結果もあわせて示す。各々、図中の横軸は、2円孔が X 軸上でかつ対称の場合は円孔間の距離 $2x_0$ を被着体幅 $2l$ で、 Y 軸上でかつ対称の場合は円孔間の距離 $2y_0$ を接着層厚さ $2h$ で除し無次元

(a) 接着界面の最大主応力分布($Y=h$)

図6 アスペクト比が円孔周縁の最大主応力に及ぼす影響

(b) 円孔周縁の最大主応力分布($r=a$)

図7 偏心した1円孔の場合の最大主応力分布

(a) 2円孔がX軸上に対称の位置にある場合

(b) 2円孔がY軸上に対称の位置にある場合

図8 2円孔の場合の円孔周縁の最大主応力分布

化して表示している。(a)は円孔がX軸上で偏心した場合で、1円孔の場合(実線)、偏心量 x_0/l が0.6程度までは無次元化した最大主応力値は円孔が中央にある場合とほぼ同じかわずかに大きい程度であるが、さらに偏心量が大きくなり接着層自由端に近づく円孔が中央にある場合より小さくなることわかる。また、2円孔の場合(破線)、最大主応力値は1円孔が偏心した場合より小さい値となる。特に x_0/l が約0.7以上で急激な低下がみられる。さらに、 x_0/l が0.2程度と小さく2円孔が近接している場合も1円孔が接着層中心にある場合の最大主応力よりわずかに小さくなり、円孔相互の干渉により応力集中が緩和される傾向にある。(b)は円孔がY軸上で偏心した場合で、1円孔の場合の無次元化した最大主応力値(実線)は偏心量 y_0/h の増加につれて単調に減少する。一方、2円孔の場合(破線)、(a)のX軸方向に偏心した場合と異なり、2円孔相互の干渉により応力集中が増幅され、無次元化した最大主応力値は1円孔が偏心した場合よりわずかに大きい値になることがわかる。なお、この場合も1円孔がY軸上で偏心している場合と同様、最大主応力を示す位置は $\theta=0^\circ$ および 180° の位置から接着層の中心側に偏るが、そのずれは極めて小さい。

(a) 測定された等色線じま

(b) 解析結果

図9 解析結果と光弾性実験の比較

4.5 実験結果 図9に光弾性実験結果を示す。

(a)は被着体の温度と継手側面を循環する水温の温度差が平均25 Kの場合のモデル化した接着層(エポキシ板)に生じた等色線で、(b)は接着層内部の主応力差を、測定した温度境界条件を用いて数値計算により求めた結果を示す。両者の比較により実験結果は数値計算結果と良く一致することがわかる。

5. 結 言

本研究では、層内に円孔欠陥を有する突合せ接着継手が一定の温度環境にある場合、生じる熱応力分布を解析し、あわせて光弾性実験を行い解析結果と比較検討した。得られた主な結果は次のとおりである。

- (1) 接着層内に気泡に相当するような円孔欠陥を有する継手が、一定の温度環境にある場合の熱応力分布を二次元弾性論に基づいて解析する方法を示した。
- (2) (1)の解析に基づいて数値計算を行った結果、被着体が低温、継手側面が高温の場合、界面および円孔周縁の熱応力は引張応力になり、接着界面の端部では応力の特異性を示すことがわかった。
- (3) 円孔欠陥が小さいほど、また、アスペクト比が小さいほど円孔周縁の応力集中は増大する。
- (4) 偏心した円孔欠陥の場合、円孔周縁の応力集中は、接着層自由端側の周縁で最大になる。
- (5) 2円孔欠陥がX軸上で対称に偏心した場合、円孔周縁に生ずる最大主応力は、1円孔欠陥がX軸上で同じ量偏心した場合よりわずかに小さくなり、Y軸上で対称に偏心した場合は、1円孔欠陥がY軸上で同じ量偏心した場合より大きくなることわかった。

文 献

- (1) Erdogan, F. and Ratwani, M., *J. Composite Mater.* 5 (1971), 378.
- (2) Renton, W. J. and Vinson, J. R., *J. Appl. Mech.*, 44 (1977), 101.
- (3) 池上, 機論, 50-457, A(1984), 1557.
- (4) 杉林・ほか3名, 機論, 52-476, A(1986), 1043.
- (5) 鈴木, 機論, 53-487, A(1987), 514.
- (6) Bigwood, D. A. and Crocombe, A. D., *Int. J. Adhesion and Adhesives*, 9-4(1989), 229.
- (7) Amijima, S. and Fujii, T., 文献(6)の243ページ.
- (8) 天摩・ほか3名, 機論, 55-514, A(1989), 1347.
- (9) 今中・ほか3名, 材料, 38-434(1989), 1282.
- (10) 能野・永弘, 機論, 52-479, A(1986), 1698.
- (11) Adams, R. D., *J. Adhesion*, 30(1989), 219.
- (12) 小島・井上, 工業化学雑誌, 61-1(1958), 39.
- (13) 尾田・木元, 機論, 54-497, A(1988), 119.
- (14) 小野・池上, 機論, 55-510, A(1989), 171.
- (15) 佐藤・ほか2名, 文献(8)の1437ページ.
- (16) Kokini, K. and Smith, S. S., *Exp. Mech.*, 29-3(1989), 312.
- (17) 森・ほか3名, 機論, 56-523, A(1990), 437.
- (18) 仲野・ほか2名, 機論, 57-537, A(1991), 164.
- (19) 中原, 応用弾性学, (1977), 166, 実教出版.
- (20) 竹内, 熱応力, (1981), 67, 日新出版.
- (21) 仲野・ほか2名, 機論, 53-496, A(1987), 2349.
- (22) 沢・ほか2名, 機論, 53-492, A(1987), 1685.
- (23) 甲藤, 伝熱概論, (1974), 23, 養賢堂.