動的回復の臨界状態を考慮した移動硬化則*

(第 1 報, 定式化および基本的特徴)

大 野 信 忠^{*1}, 王 建 定^{*2}

A Kinematic Hardening Rule with Critical State of Dynamic Recovery (1st Report, Formulation and Basic Features)

Nobutada OHNO and Jianding WANG

A kinematic hardening rule formulated in a hardening/dynamic recovery format is examined for simulating ratchetting behavior. This rule, characterized by decomposition of the kinematic hardening variable into components, is based on the assumption that each component has a critical state for its dynamic recovery to be activated. Discussing basic features of the rule, we show that it can predict much less accumulation of uniaxial and multiaxial ratchetting strains than the Armstrong and Frederick rule. Comparisons with classical models such as the multilayer and multisurface models are also made, resulting in a finding that the present rule is similar to the multilayer model with total strain rate replaced by inelastic strain rate. A companion paper deals with applications to the experiments of Modified 9Cr-1Mo steel at 550°C.

Key Words: Constitutive Equation, Plasticity, Inelasticity, Cyclic Loading, Anisotropy, Kinematic Hardening, Dynamic Recovery, Ratchetting Behavior

1. 緒 言

繰返し塑性変形や粘塑性変形の構成式は過去 20 年ほどの間に著しく進歩したが, まだいくつかの問題点があり, 特に単軸および多軸繰返し負荷下のラチェット変形は最もシミュレーション精度の悪い問題である⁽¹⁾。ラチェット変形は, 繰返し負荷の平均応力が非零のときに, 平均応力の方向に 2 次的な変形が累積する現象である。したがって, その定量的予測は容易ではなく, これまでに提案された繰返し構成式のほとんどは, ラチェットひずみの累積を精度よく予測できない⁽²⁾⁽³⁾。しかし, ラチェット変形は原子力機器などの構造設計上重要であるから, そのシミュレーションに関しては最近でも多くの研究がなされている^{(4)~(9)}。

移動硬化のモデル化は, ラチェット変形のシミュレーション精度に影響する因子の一つである。例えば, Armstrong-Frederick の非線形移動硬化則は⁽¹⁰⁾, Chaboche らによって使用され⁽¹¹⁾, 現在最もよく知られたモデルの一つであるが, ラチェットひずみの累積を単軸および多軸の両場合とも過大評価する^{(2)~(6)(9)}。

しかし, このモデルで使用されている硬化/動的回復の概念は, 簡単であり, また物理的にも意味のある考え方である。このため, Armstrong-Frederick モデルの修正がいくつか提案されているが⁽⁴⁾⁽⁶⁾⁽⁹⁾, 単軸および多軸ラチェット変形の両方に対して効果的な修正はまだ見当たらない。

本研究では, 硬化/動的回復に基づく移動硬化則の一形式を提案するとともに, そのラチェット変形への適用を検討する。このため本報では, まず動的回復の臨界状態を考慮して移動硬化モデルを定式化し, 次に Armstrong-Frederick の非線形移動硬化モデル⁽¹⁰⁾, Besseling のマルチレーヤーモデル⁽¹²⁾, Mróz の多曲面モデル⁽¹³⁾といった古典モデルとの定性的比較により, 本モデルの特徴を明らかにする。なお第 2 報では, 実験結果に基づいて, 本報で定式化したモデルの妥当性を検討する。

2. 移 動 硬 化 則

本研究では, 微小ひずみを扱うから, ひずみ ϵ を次式のように弾性成分 ϵ^e と非弾性 (あるいは塑性) 成分 ϵ^p に分解する。

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p \dots\dots\dots (1)$$

また, 弾性成分 ϵ^e に対しては Hooke の法則

* 原稿受付 平成 3 年 8 月 5 日。

^{*1} 正員, 名古屋大学工学部 (〒464-01 名古屋市千種区不老町)。

^{*2} 正員, 名古屋大学大学院。

$$\epsilon^e = [(1+\nu)/E]\sigma - (\nu/E)(\text{tr } \sigma)I \quad \dots\dots\dots (2)$$

を仮定する。ここで、 ν と E は弾性定数であり、 σ と I はそれぞれ応力テンソルおよび2階の単位テンソルを表す。さらに tr は跡を示す。

なお本論文では、今後次のような記号を用いる。

($\dot{}$): 時間に関する微分

($\cdot$): 2階のテンソル間の内積 ($a \cdot b = \text{tr}(ab)$)

$\langle \cdot \rangle$: Macauley の括弧 [$x \geq 0$ ならば $\langle x \rangle = x$, $x < 0$ ならば $\langle x \rangle = 0$]

H : Heaviside のステップ関数 [$x \geq 0$ ならば $H(x) = 1$, $x < 0$ ならば $H(x) = 0$]

2.1 動的回復の臨界状態を考慮したモデル(モデル I) 金属材料が非弾性変形を受けると、転位に作用する種々の内部応力が発生する。そこで、移動硬化変数 α を次式のように M 個の成分に分解する⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。

$$\alpha = \sum_{i=1}^M \alpha_i \quad \dots\dots\dots (3)$$

Armstrong-Frederick モデルをはじめとする硬化/動的回復モデルでは、 α_i の発展式はひずみ硬化と動的回復の2項からなる。動的回復の微視的機構としては、交差すべりが考えられる。これは、障害物に堆積した転位が交差すべりによって可動性を回復するからである。いま fcc 結晶を考えると、交差すべりが生じるためには、拡張した転位が1本の転位に収縮する必要があるから、より高いエネルギーが必要となる⁽¹⁶⁾。動的回復のこのような特性を考慮するために、 α_i の動的回復は α_i の大きさがある臨界値 r_i に達したときに生じると仮定し、この臨界状態を次式によって表すことにする。

$$f_i = \bar{\alpha}_i^2 - r_i^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで $\bar{\alpha}_i$ は、 α_i の大きさを示し、

図1 α_i が臨界曲面 $f_i = 0$ 上にあるときの α_i の変化

$$\bar{\alpha}_i = [(3/2)\alpha_i : \alpha_i]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

と定義される。

このとき、動的回復の臨界状態を考慮した α_i の発展式は、次のように書くことができる。

$$\dot{\alpha}_i = (2/3)h_i\dot{\epsilon}^P - H(f_i)\dot{\lambda}_i\alpha_i/r_i \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、右辺第1項は硬化を表し、この項の h_i は材料定数である。一方、右辺第2項は動的回復の項であり、 H はすでに述べたように Heaviside のステップ関数を示すから、この第2項は $\bar{\alpha}_i = r_i$ (臨界状態) のときだけ作用する。動的回復項の $\dot{\lambda}_i$ は、未定係数であり、次のように決められる。現在 α_i が臨界状態 ($f_i = 0$) にあり、しかも図1に示すように $\dot{\epsilon}^P : \alpha_i > 0$ ならば、 α_i は臨界状態にあり続けるから、条件 $\dot{f}_i = 0$ が成り立つ。したがって $\dot{\lambda}_i$ は、式(6)を条件 $\dot{f}_i = 0$ (すなわち $\alpha_i : \dot{\alpha}_i = 0$) に代入することにより、

$$\dot{\lambda}_i = \langle \dot{\epsilon}^P : k_i \rangle h_i \quad \dots\dots\dots (7)$$

と決められる。ここで k_i は、

$$k_i = \alpha_i / \bar{\alpha}_i \quad \dots\dots\dots (8)$$

と定義され、 α_i の方向を示す。この結果、式(6)は

$$\dot{\alpha}_i = h_i [(2/3)\dot{\epsilon}^P - H(f_i)\langle \dot{\epsilon}^P : k_i \rangle \alpha_i / r_i] \quad \dots\dots\dots (9\cdot a)$$

となる。この式は、 $h_i = \zeta_i r_i$ と置くと、次のように書き換えられる。

$$\dot{\alpha}_i = \zeta_i [(2/3)r_i\dot{\epsilon}^P - H(f_i)\langle \dot{\epsilon}^P : k_i \rangle \alpha_i] \quad \dots\dots\dots (9\cdot b)$$

2.2 モデル I の拡張 (モデル II) 式(9)の導出においては曲面 $f_i = 0$ の内部では α_i の動的回復は全く生じないと仮定したが、 α_i の動的回復は、曲面 $f_i = 0$ の内部でも $\bar{\alpha}_i$ が臨界値 r_i に近づくにつれて非線形的に活発になると考えるほうが一般的である。このように考えると、式(9・a)および式(9・b)は次のように拡張できる。

$$\dot{\alpha}_i = h_i [(2/3)\dot{\epsilon}^P - (\bar{\alpha}_i/r_i)^{m_i} \langle \dot{\epsilon}^P : k_i \rangle \alpha_i / r_i] \quad \dots\dots\dots (10\cdot a)$$

$$\dot{\alpha}_i = \zeta_i [(2/3)r_i\dot{\epsilon}^P - (\bar{\alpha}_i/r_i)^{m_i} \langle \dot{\epsilon}^P : k_i \rangle \alpha_i] \quad \dots\dots\dots (10\cdot b)$$

ここで、 m_i は材料定数であり、 $m_i = \infty$ のとき式(10)は式(9)に帰着する。

2.3 Armstrong-Frederick モデル (A-F モデル) Armstrong と Frederick のモデル⁽¹⁰⁾ では、 α_i の動的回復は単純に α_i に比例すると仮定されるから、 α_i の発展式は次のように書ける⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。

$$\dot{\alpha}_i = \zeta_i [(2/3)r_i\dot{\epsilon}^P - \alpha_i p] \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで p は、累積非弾性 (あるいは塑性) ひずみを示し、その変化率は

$$\dot{p} = [(2/3)\dot{\epsilon}^P : \dot{\epsilon}^P]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

と表される。なお、式(11)は次のように書き直すことができる^{(17)~(19)}。

$$\dot{\alpha}_i = \zeta_i (\alpha_i^* - \alpha_i) \dot{p} \quad (13)$$

ここで α_i^* は、いわゆる目標点を示し、

$$\alpha_i^* = (2/3) r_i \varepsilon^p / \dot{p} \quad (14)$$

と定義される。

3. 本モデルの特徴

本章では、前章で定式化した式(9)および式(10)の特徴を、式(11)の Armstrong-Frederick モデルとの比較により検討する。なお今後、式(9)、(10)および式(11)の移動硬化則を、単にモデル I、モデル II および A-F モデルと呼ぶことにする。

3.1 単軸負荷 まず単軸引張負荷のもとでの α_i の変化について考える [図 2(a)]。モデル I では、 $\bar{\alpha}_i < r_i$ の間は動的回復項が働かず、硬化項だけによって α_i は変化するが、 $\bar{\alpha}_i = r_i$ になると、動的回復項の作用によって $\dot{\alpha}_i = 0$ となる。この結果、モデル I による α_i の変化は、単軸引張負荷のもとでは図 2(a) に示すように 2 直線となる。この 2 直線変化における硬化部分は、式(9・b)から $\bar{\alpha}_i = \zeta_i r_i \varepsilon^p$ と表されるから、折れ点での ε^p は $\varepsilon^p = 1/\zeta_i$ となる。つまり、図 2(a) の折れ点では次式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon^p &= 1/\zeta_i \\ \bar{\alpha}_i &= r_i \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(a) $\bar{\alpha}_i$

(b) $\bar{\alpha}$

図 2 単軸引張負荷のもとでの移動硬化変数の変化

一方、モデル II の動的回復項は $\bar{\alpha}_i$ が臨界値 r_i に近づくにつれて非線形的に活発になるから、モデル II による $\bar{\alpha}_i$ の変化は図 2(a) の破線のようになる。しかし、 $m_i \gg 1$ ならば、モデル II はモデル I とほぼ同じになるから、 $\bar{\alpha}_i$ の変化は 2 直線に近くなる。これに対して式(11)の A-F モデルでは、動的回復項が α_i に単純に比例するから、 $\bar{\alpha}_i$ は次式のように r_i に漸近する。

$$\bar{\alpha}_i = r_i [1 - \exp(-\zeta_i \varepsilon^p)] \quad (16)$$

次に、単軸引張りにおける α の変化について考える。 α の変化は α_1 から α_M の変化を加え合わせることにより得られる。したがって、 $\bar{\alpha}$ と ε^p の関係は、モデル I の場合には折れ線となり、モデル II の場合にはその折れ線を丸くした形となる [図 2(b)]。いま、 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M$ は、関係

$$1/\zeta_1 < 1/\zeta_2 < \dots < 1/\zeta_M \quad (17)$$

に従って並んでいるとすると (図 3)、図 2(b) の折れ線における k 番目の折れ点は、式(3)と式(15)から次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon^p(k) &= 1/\zeta_k \\ \bar{\alpha}(k) &= \sum_{i=1}^k r_i + \sum_{i=k+1}^M (\zeta_i / \zeta_k) r_i \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

図 4(a)~(c) は、引張負荷-逆負荷-再引張負荷のもとでの α の変化を示す。まずモデル I によると、この負荷のもとでの α と ε^p のヒステリシスループは完全に閉じる [図 4(a)]。これは、 α_i の動的回復に対して臨界値を考慮した結果、 α_i がちょうど弾-完全塑性体の応力のように変化するからである [図 2(a)]。次にモデル II の場合には、 α_i の動的回復項が $\bar{\alpha}_i < r_i$ のときにも非線形的に作用するから、モデル II による α と ε^p のヒステリシスループは完全には閉じない [図 4(b)]。ただし、もしモデル II の動的回復項の指数 m_i が十分に大きければ、モデル II はモデル I と同一視できるから、モデル II によるヒステリシスループは実質的に閉じる。一方、A-F モデルでは、動的回復は α_i に比例して作用するから、ヒステリシスループは全く閉じない。

単軸繰返し負荷下のラチェット変形は、応力ひずみ

図 3 移動硬化変数の成分の順番付け

ヒステリシスループが閉じれば生じない。したがって、図4(a)~(c)から、モデルIおよびモデルIIはA-Fモデルに比べてラチェットひずみの累積を大幅に小さく予測し得ることが示唆される。

3.2 多軸負荷 図5は、非比例変形における成分 α_i の変化を示す。まずモデルIによると、 α_i が曲面 $f_i=0$ の内部を動く間は α_i は $\dot{\epsilon}^P$ の方向に変化する。しかし、 α_i が曲面 $f_i=0$ に達すると、モデルIの式(9)は動的回復項の活性化により条件 $\alpha_i: \dot{\alpha}_i=0$ を満足するから、 α_i は曲面 $f_i=0$ の接線方向に移動し始める。次にモデルIIの場合には、 α_i が曲面 $f_i=0$ に近づくにつれて動的回復項が非線形的に活性化するか

ら、 $\dot{\alpha}_i$ の方向は図5に破線で示すように $\dot{\epsilon}^P$ の方向から曲面 $f_i=0$ の接線方向へ連続的に変化する。一方、A-Fモデルでは、式(11)が式(14)の形に書き直されることからわかるように、 α_i は目標点 α_i^* に向かって直進する(図5の一点鎖線)。

つづいて、引張り・ねじり空間において引張方向に延びるジグザグ形の繰返し変形(図6)を考えると、モデルI、モデルIIおよびA-Fモデルは、上で述べた多軸特性によりそれぞれ図7(a)~(c)に示す α_i の変化を与える。図中の $(\alpha_i)_{11}$ と $(\alpha_i)_{12}$ は、 α_i の引張りおよびねじり成分を表す。図6の多軸繰返し変形では、 $\dot{\epsilon}^P$ の方向は二つからなる。図7(a)~(c)内の点P、Qは、これら2方向に対して式(14)により定義される目標点 α_i^* を示す。A-Fモデルの場合、 α_i はつねに目標点 α_i^* に向かって直進するから、 α_i は引張方向にPQのレベルまでしか発達しない[図7(c)]。これに対してモデルIおよびモデルIIによる α_i は、非比例変形ではすでに図5に示したように目標点 α_i^* に直行しない。この結果、モデルIおよびモデルIIを用いると、 α_i は図7(a)、(b)のように変化する、 α_i はPQのレベルを超えて発達する。つまり、モデルIおよびモデル

(a) モデルI

(b) モデルII

(c) A-Fモデル

図4 引張負荷-逆負荷-再引張負荷のもとでの移動硬化変数の変化

図5 α_i の非比例変化

図6 引張り-ねじり空間におけるジグザグ変形

IIによると、多軸ラチェット変形の進行方向への異方硬化がA-Fモデルより大きくなる。

4. 古典モデルとの比較

前章では、モデルIを用いると、単軸変形の応力ひずみヒステリシスループは区分的に線形となるだけでなく、それはつねに閉じることを示した。これは、Bes-selingのマルチレーヤーモデル⁽¹²⁾やMrószの多曲面モデル⁽¹³⁾と同じ特徴である。本章では、モデルIとこ

図7 図6のジグザグ変形による α_i の変化

れら二つの古典モデルを多軸状態で比較し、それらの類似点と相違点を明らかにする。

4.1 マルチレーヤーモデル マルチレーヤーモデル⁽¹²⁾では、 M 個の要素が並列に配列され、それらは等しい変形を受けると仮定される。したがって、各要素の非弾性（あるいは塑性）変形が非圧縮であれば、偏差応力 $\mathbf{s}$ と偏差ひずみ速度 $\dot{\mathbf{e}}$ に関して次式が成り立つ。

$$\mathbf{s} = \sum_{i=1}^M \psi_i \mathbf{s}_i \quad (19)$$

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{e}}^e + \dot{\mathbf{e}}^p \quad (20)$$

ここで、 $(\)_i$ は i 番目の要素を、また ψ_i ($i=1, 2, \dots, M$)は要素の体積率を示す。さらに、 $\mathbf{e}_i^e$ は i 番目の要素の弾性ひずみ成分 $\mathbf{e}_i^e$ の偏差部分を表す。

$\mathbf{e}_i^e$ と $\mathbf{e}_i^p$ に対してそれぞれHookeの法則および完全塑性を仮定すれば、次のように書ける。

$$\mathbf{s}_i = 2G\mathbf{e}_i^e \quad (21)$$

$$\dot{\mathbf{e}}_i^p = H(g_i) \dot{\lambda}_i \mathbf{s}_i \quad (22)$$

$$g_i = (3/2) \mathbf{s}_i : \mathbf{s}_i - x_i^2 \quad (23)$$

ここで、 $G = E/[2(1+\nu)]$ であり、 g_i と x_i は i 番目の要素の降伏関数と降伏応力を示す。なお、 $\dot{\lambda}_i$ は未定のスカラー係数であるが、各要素のエネルギー散逸が非負、すなわち $\mathbf{s}_i : \dot{\mathbf{e}}_i^p \geq 0$ とすれば、 $\dot{\lambda}_i$ は次式を満足する。

$$\dot{\lambda}_i \geq 0 \quad (24)$$

式(20)~(22)から、式

$$\dot{\mathbf{s}}_i = 2G[\dot{\mathbf{e}} - H(g_i) \dot{\lambda}_i \mathbf{s}_i] \quad (25)$$

を得る。この式を適応条件 $\dot{g}_i = 0$ に代入し、式(24)に注意すると、 $\dot{\lambda}_i$ は

$$\dot{\lambda}_i = (3/2) \langle \dot{\mathbf{e}} : \mathbf{s}_i \rangle / x_i^2 \quad (26)$$

と決まる。したがって、式(25)は

$$\dot{\mathbf{s}}_i = 2G[\dot{\mathbf{e}} - (3/2)H(g_i) \langle \dot{\mathbf{e}} : \mathbf{s}_i \rangle \mathbf{s}_i / x_i^2] \quad (27)$$

となる。

いま、 $\mathbf{s}_i^*$ および x_i^* を

$$\mathbf{s}_i^* = \psi_i \mathbf{s}_i \quad (28)$$

$$x_i^* = \psi_i x_i \quad (29)$$

と定義すると、式(19)と式(27)は次の形となる。

$$\mathbf{s} = \sum_{i=1}^M \mathbf{s}_i^* \quad (30)$$

$$\dot{\mathbf{s}}_i^* = c_i [(2/3) x_i^* \dot{\mathbf{e}} - H(g_i^*) \langle \dot{\mathbf{e}} : \mathbf{s}_i^* / x_i^* \rangle \mathbf{s}_i^*] \quad (31)$$

ここで、 $c_i = 3G/x_i$ であり、また g_i^* は次の関数を表す。

$$g_i^* = (3/2) \mathbf{s}_i^* : \mathbf{s}_i^* - x_i^{*2} \quad (32)$$

式(31)には次のような特徴がある。

(1) 全ひずみ速度の偏差 $\dot{\mathbf{e}}$ が $\mathbf{s}_i^*$ の発展を制御す

る。

(2) 式(31)は硬化/動的回復機構に基づく形であり、その動的回復項は、 s^* が $g^*=0$ を満足すると働き始める。

(3) 制御ひずみ速度のうち s^* の正方向への投影成分だけが、 s^* の動的回復に寄与する。

これらの特徴のうち(2)と(3)は、モデルIと共通している。つまり式(9)と式(31)は、制御ひずみ速度が異なることを除けば、内部応力の発展式として同様な形をしている。

なお、A-Fモデルの式(11)の $\dot{\epsilon}^p$ を $\dot{\epsilon}$ によって置き換えた式は、Valanis⁽²⁰⁾が導いている。また、Krempfら⁽²¹⁾は、彼らのモデルにおける内部応力の硬化項の制御ひずみ速度として全ひずみ速度を仮定している。

4.2 多曲面モデル 著者ら⁽¹⁹⁾⁽²²⁾は、移動硬化変数 α が式(3)のように成分に分解される移動硬化則を、巣状構造の多曲面モデルに変換するために、次のことを証明した。もし成分 α_i が式

$$f_i = \bar{\alpha}_i^2 - r_i^2 \leq 0 \quad \dots\dots\dots (33)$$

を満足するならば、次の $M+1$ 個の多曲面は図8に示すように巣状構造を有する。

$$F_k = (3/2)(\bar{A}_k - A_k) : (\bar{A}_k - A_k) - R_k^2 = 0 \quad (k=0, 1, \dots, M) \quad \dots\dots\dots (34)$$

ここで、 $\bar{A}_k$ は k 番めの曲面 $F_k=0$ 上の点を示し、また A_k と R_k は、この曲面の中心と半径であり、 α_i および r_i と次の関係にある。

$$\alpha_i = A_i - A_{i-1} \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$r_i = R_{i-1} - R_i \quad \dots\dots\dots (36)$$

なお、 $f_i=0$ に上式を代入すると

$$R_{i-1} - R_i = [(3/2)(A_i - A_{i-1}) : (A_i - A_{i-1})]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (37)$$

となるから、 $f_i=0$ のとき、曲面 $F_i=0$ は $F_{i-1}=0$ に内接する〔図9(a)参照〕。

図8 巣状構造を有する多曲面

モデルIを多曲面モデルとして解釈するために、式(35)と式(36)を式(9)に代入すると

$$\dot{A}_i = \dot{A}_{i-1} + \zeta_i [(2/3)(R_{i-1} - R_i) \dot{\epsilon}^p - H(f_i) \langle \dot{\epsilon}^p : k_i \rangle (A_i - A_{i-1})] \quad \dots\dots\dots (38)$$

となる。この式の k_i は、式(8)に式(35)を代入することによって

$$k_i = \frac{A_i - A_{i-1}}{[(3/2)(A_i - A_{i-1}) : (A_i - A_{i-1})]^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (39)$$

と表される。式(38)は曲面 $F_i=0$ の移動則を表し、その移動の様子を図示すると図9(a)のようになる。すなわち式(38)では、 $f_i < 0$ のとき動的回復項は作用し

図9 曲面 $F_{i-1}=0$ 内における曲面 $F_i=0$ の移動

ない。したがって、曲面 $F_i=0$ が $F_{i-1}=0$ の内側を移動するとき、曲面 $F_i=0$ の $F_{i-1}=0$ に対する相対移動速度 $\dot{A}_i - \dot{A}_{i-1}$ は $\dot{\epsilon}^p$ と同方向となる。しかし、曲面 $F_i=0$ が $F_{i-1}=0$ に内接すると、 $f_i=0$ となり、動的回復項が働き始める。このとき、式(38)は $(\dot{A}_i - \dot{A}_{i-1}) : k_i = 0$ 、すなわち $(\dot{A}_i - \dot{A}_{i-1}) : (A_i - A_{i-1}) = 0$ を満足するから、曲面 $F_i=0$ は $F_{i-1}=0$ に内接するように移動する。

式(10)のモデルIIもモデルIと同様にして多曲面形に変換できるが、この多曲面形の動的回復項は、式(10)からわかるように曲面 $F_i=0$ が $F_{i-1}=0$ に近づくにつれて非線形的に活性化する。したがって、モデルIIの多曲面形における曲面 $F_i=0$ の移動方向は、図9(b)に示すように $\dot{\epsilon}^p$ の方向から曲面 $F_{i-1}=0$ に内接する方向へ連続的に変化する。

図9(c)は、よく知られた Mrósz⁽¹³⁾ の曲面移動則を示す。この図と図9(a), (b)を比較すれば、本移動硬化則は Mrósz 則とは異なることは明らかである。

なお、式(11)の A-F モデルは、式(35)および式(36)を代入すると、次式のような Mrósz 形の曲面移動則に変換される⁽¹⁹⁾。

$$\dot{A}_i = \dot{A}_{i-1} + \zeta_i (\dot{A}_{i-1} - \tilde{A}_i) \dot{p} \dots\dots\dots (40)$$

$$\tilde{A}_i = A_i + (2/3) R_i \dot{\epsilon}^p / \dot{p} \dots\dots\dots (41)$$

つまり、Mrósz の曲面移動則と A-F モデルは、多軸変形における異方硬化を同じように記述する。したがって、Mrósz の曲面移動則を用いると、多軸ラチェットひずみの累積を A-F モデルと同程度に大きく見積もることになる。

これに対してマルチレーヤーモデルは、次に示すように、Mrósz の多曲面モデルとは異なった多軸異方硬化を与える。すなわち、式(35)と式(36)の α_i と r_i をそれぞれ s_i^* と x_i^* に置き換え、これらの式をマルチレーヤーモデルの内部応力発展式(31)に代入すると、

$$\dot{A}_i = \dot{A}_{i-1} + c_i [(2/3)(R_{i-1} - R_i) \dot{\epsilon} - H(g_i^*) \langle \dot{\epsilon} : k_i \rangle (A_i - A_{i-1})] \dots\dots\dots (42)$$

となる。この式は、モデルIの多曲面形の式(38)と制御ひずみ速度の違いを除いて同じであって、Mrósz の曲面移動則とは異なる。つまり、Mrósz の多曲面モデルと Besseling のマルチレーヤーモデルは、異なった異方硬化則であり、単軸変形はともかくとして多軸変形では同一の結果を与えない。

5. 結 言

本報ではまず、動的回復の臨界状態を考慮した移動硬化則を定式化した。次に、Armstrong-Frederick の非線形移動硬化則、Besseling のマルチレーヤーモデ

ル、Mrósz の多曲面モデルといった古典モデルとの比較により、本モデルの特徴を明らかにするとともに、これらのモデルの間の類似点と相違点について議論した。この結果、次のことが明らかとなった。

(1) 動的回復の臨界状態を考慮したモデルIを用いると、単軸繰返し変形の応力ひずみヒステリシスループは平均応力が非零であっても閉じる。また、モデルIIの場合には、それはほとんど閉じる。

(2) ジグザグ形が多軸繰返し変形では、モデルIおよびモデルIIを用いると、ラチェット変形の進行方向への異方硬化が A-F モデルより大きくなる。

(3) モデルIは、弾-完全塑性に基づくマルチレーヤーモデルの内部応力発展式と、制御ひずみ速度の違いを除いて同じ形である。

(4) モデルIおよびモデルIIは多曲面モデルに変換できるが、その曲面移動則は Mrósz モデルとは異なる。なお、マルチレーヤーモデルも同様に多曲面形に変換できるが、Mrósz モデルとは異なった形となる。

上の結論のうち(1)と(2)は、モデルIあるいはモデルIIを用いればラチェットひずみの累積が A-F モデルより大幅に小さくなり、A-F モデルの欠点が改良されることを示唆している。第2報では、これらの式の妥当性を実験結果に基づいて検討する。

文 献

- (1) Ohno, N., *Appl. Mech. Rev.*, **43**-11(1990), 283.
- (2) Inoue, T., ほか3名, *Nucl. Eng. Des.*, **114**-3(1989), 295.
- (3) Inoue, T., ほか5名, *Nucl. Eng. Des.*, **126**-1(1991), 1.
- (4) Burlet, H. and Cailletaud, G. (Desai, C. S., ほか3名編), *Constitutive Laws for Engineering Materials : Theory and Applications*, **II** (1987), 1157, Elsevier.
- (5) Blanchard, P. and Lemoine, P., *Trans. ASME, J. Pressure Vessel Technol.*, **110**-1(1988), 51.
- (6) Chaboche, J. L. and Nouailhas, D., *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, **111**-4(1989), 384, 409.
- (7) Inoue, T. and Imatani, S., *Trans. 10th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology*, **L**(1989), 1, AASMIRT.
- (8) Yoshida, F., *JSME Int. J.*, Ser. I, **32**-4(1989), 547.
- (9) Freed, A. D. and Walker, K. P., *NASA Report*, TM-102509(1990).
- (10) Armstrong, P. J. and Frederick, C. O., *CEGB Report*, RD/B/N731(1966).
- (11) Chaboche, J. L., *Int. J. Plast.*, **5**-3(1989), 247.
- (12) Besseling, J. F., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **25**-4(1958), 529.
- (13) Mrósz, Z., *J. Mech. Phys. Solids*, **15**-3(1967), 163.
- (14) Chaboche, J. L., ほか2名, *Trans. 5th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology*, **L**(1979), Paper No. L11/3, North-Holland.
- (15) Chaboche, J. L. and Rousselier, G., *Trans. ASME, J. Pressure Vessel Technol.*, **105**-2(1983), 153.
- (16) 例えば、小寺沢、〈増補〉材料強度学要論、(1988)、29、マグローヒル。

- (17) Moosbrugger, J. C. and McDowell, D. L., *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, **111**-1(1989), 87.
 - (18) Moosbrugger, J. C. and McDowell, D. L., *J. Mech. Phys. Solids*, **38**-5(1990), 627.
 - (19) 大野・王, 機論, **56**-523, A(1990), 662.
 - (20) Valanis, K. C., *Arch. Mech.*, **23**-4(1971), 517.
 - (21) Krempl, E., ほか2名, *Mech. Mater.*, **5**-1(1986), 35.
 - (22) 大野・王, 機論, **57**-534, A(1991), 459.
-