衝撃破壊靱性試験におけるコースティックス法の 三次元有限要素解析*

青 木 繁^{*1}, 木 村 延^{*2}

Three-Dimensional Finite-Element Investigation on Caustics for Measuring Impact Fracture Toughness

Shigeru AOKI and Tadashi KIMURA

The caustics method as applied to the measurement of the impact fracture toughness K_{Id} is studied by using a three-dimensional finite-element method (3D-FEM). A semi-infinite crack in an elastic plate with a finite thickness is considered, and a time-dependent (ramp) uniform pressure is assumed to be applied to the crack surfaces. The dynamic J -integral, $\hat{J}$, is calculated for various points on the crack front and is converted to the dynamic stress intensity factor $K_I(t)$. The crack is assumed to begin to propagate when the value of $K_I(t)$ at the mid-thickness of the plate reaches a critical value K_{crit} . The caustics in reflection are generated by using the reflection law of light. The "measured" $K_I(t)$ is obtained from the diameter of the caustics, and the "measured" K_{Id} is determined from the peak of the time history of the "measured" $K_I(t)$. It is found that the delay time to detect the crack initiation is larger than that predicted by 2D-FEM, and the "measured" K_{Id} depends on the shape of a propagating crack front.

Key Words: Fracture Mechanics, Fracture Criterion, Impact Fracture Toughness 3D Finite-Element Method, Caustics Method

1. 緒言

機械の高速化に伴って、衝撃荷重による破壊の問題が益々重要になっており、多くの材料の衝撃破壊靱性 K_{Id} が測定されている^{(1),(2)}。しかし、衝撃荷重による応力波がき裂先端に到達してから破壊が生ずるまでの時間が短くなると、 K_{Id} の測定値が異常な上昇を示したり、応力波の波形に依存するなどの特異な現象が報告されている^{(3),(4)}。

前報⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾では、2次元有限要素解析によってき裂が進展を開始するときのき裂先端近傍の動的応力変位場を調べ、 K_{Id} の測定に用いられるコースティックス法のシミュレーションを行ない、 K_{Id} の測定値の性質について考察した。しかし、その後の解析によって、有限要素解析で得られたき裂先端近傍の動的応力変位場はメッシュ分割に敏感であり、その大きさによってはシミュレーションに誤差が含まれる可能性のあることがわかった。

このために、本報ではメッシュの大きさを細かくし

て2次元有限要素解析を行ない、前報⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾の結果を再検討をするとともに、3次元有限要素解析によって、コースティックス法のシミュレーションを行い、3次元的変形に起因する K_{Id} の測定値の性質を調べた。

2. 解析手法

図1に示すような厚さ5mmの弾性無限体中の半無限き裂を考える。時刻 $t=0$ からき裂面にランプ状の一樣分布荷重 $\sigma_0(t)$ を作用させ、 $t=t_0$ ($t_0=7\mu s$) に達した瞬間にき裂を進展させる。この過程における動的応力変位場を3次元有限要素法により解析し、コースティックス法によって求められる動的応力拡大係数と J 積分によって求められるき裂面中央部 ($X_1=0$, $X_2=0$, $X_3=0$) における動的応力拡大係数の変化を比較する。また、平面応力状態を仮定した2次元解析も行ない、3次元解析と2次元解析の結果を比較する。

* 原稿受付 平成4年1月13日。

^{*1} 正員、東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

^{*2} 学生員、東京工業大学大学院。

2. 1 解析モデル

図1の弾性無限体を模擬するために、対称性を考慮して図2に示すようにメッシュ分割した。き裂面の荷重 $\sigma_0(t)$ による応力波が弾性体内を伝播し、モデルの試験片の厚さ方向以外の端部で反射して、き裂の先端付近に戻ってくるまでの時間の範囲内で解析を行った。

要素としてき裂先端近傍は一辺0.15mm(試験片表面付近では立方体)の8節点アイソパラメトリック要素を用い、時間刻みを $\Delta t = 7.5 \times 10^{-3} \mu s$ として解析を行った。また、鋼を想定し表1の材料定数を用いた。

図1 衝撃一様分布荷重を受ける半無限き裂

2次元解析においては平面応力状態を仮定し、図2の X_1X_2 平面のメッシュ分割と同一の分割を行ない、4節点アイソパラメトリック要素を用いた。時間刻みも3次元解析と同じにした。なお、前報⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾では、き裂先端近傍の一辺の長さが0.5mm、 $\Delta t = 2.5 \times 10^{-2} \mu s$ であった。

2. 2 き裂進展法

き裂の前縁を図3(a)または(b)中の破線のように変化させて、き裂を進展させた。進展により新しく生じたき裂面にも $\sigma_0(t)$ を作用させ、き裂の進展はき裂先端の節点力を徐々に解放することにより行った。すなわち、き裂前縁が図3(c)の点線の位置にある瞬間には、き裂前縁A-A'が、次の節点を連ねた線B-B'まで移動するのに要するA-A'上の節点力の変化分の $b(t)/l$ 倍の変化をA-A'上の節点力に与えた。ここで、 l は節点AとBの間の距離、 $b(t)$ は時刻 t におけるAB線上のき裂先端と節点

表1 材料定数

Young's Modulus	210GPa
Density	7860 Kg/m ³
Poisson's Ratio	0.29

図2 有限要素メッシュ

Aの間の距離である。

なお、2次元解析においては、前報と同じ節点力解放法^{(8),(9)}により、き裂を進展させた。

2.3 コースティックス法のシミュレーション

図4にコースティックス法の原理を示す。き裂を持つ試験片に引張り荷重を負荷すると応力集中のためにき裂先端近傍にくぼみが生じる。試験片表面を研磨しておき平行光線を入射すると、このくぼみが微小な凹面鏡のように光を反射するので、光の集中するコースティックス像が形成される。このコースティックス像を形成する光線が試験片上で反射した点を連ねた曲線は初期曲線と呼ばれる。

試験片表面上の点pで反射した光線が仮想スクリーン上の点Pに像を結ぶとすると、光の反射の法則により

$$P_i = p_i - 2Z_0 \frac{\partial w}{\partial X_i} \quad (1)$$

(i=1, 2)

の関係が成立する。ここで、試験片表面および仮想スクリーンに平行な面内の直角座標系をO-X₁, X₂とし、この座標系に対するp点およびP点の座標をそれぞれp_iおよびP_i (i=1, 2)としている。Z₀は試験片表面から仮想スクリーンまでの距離であり、wは点p_iにおけるX₃方向の変位である。き裂先端近傍のwをK_I(t)で表せば、コースティックス像の直径D(t) (き裂面と直角方向の直径)と静止き裂のK_I(t)の関係として次式^{(10),(11)}が得られる。

$$K_I(t) = \frac{1}{10.7} \frac{E}{Z_0 \nu B} \left\{ D(t) \right\}^{5/2} \quad (2)$$

ここで、νはポアソン比、Bは板厚、Eは縦弾性係数である。実験では通常高速カメラでコースティックス像を撮影し、式(2)を利用してK_I(t)が求められる。

シミュレーションにおいては、有限要素解析で得られたw (2次元の場合は平面応力を仮定して求めた)を用いた。各ガウス点におけるwに2次元のラグランジュ補間を施して、き裂先端付近の多くの点に対応す

図4 コースティックス法の原理

図3 き裂進展のシミュレート法

る仮想スクリーン上の像を式(1)より求めるとコースティックス像が得られるので、その直径 $D(t)$ を式(2)に代入して $K_I(t)$ を求めた。高速で進展するき裂に対しては、式(2)は若干修正する必要があるが本研究では K_{Id} の値すなわち進展開始するときの静止き裂に対する $K_I(t)$ の値に着目するため、高速き裂に対しては正確な動的応力拡大係数を求める必要がないので式(2)をそのまま用いた。

2.4 J積分

図5(a)に示すような停留または高速進展き裂前縁の点Oにおける動的エネルギー解放率 J は経路(領域)独立積分

$$J = \int_{\Gamma_s + \Gamma} \left\{ \left(W_e - \frac{1}{2} \rho \dot{u}_i \dot{u}_i \right) n_i - T_i u_{i,1} \right\} d\Gamma + \iint_A \left\{ \rho \ddot{u}_i u_{i,1} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,1} - (\sigma_{ij} u_{i,1})_{,j} \right\} dA \quad (3)$$

(a) 定義

(b) 積分経路

図5 J積分

で与えられ(12)-(14), 平面ひずみ状態(板厚中央部のき裂先端ではこの状態に近いと考えられる。)の動的応力拡大係数 $K_I(t, v)$ と次の関係がある(12)-(14)

$$J = A(v) K_I^2(t, v) \frac{1-\nu}{2\mu} \quad (4)$$

ここで、 W_e は弾性エネルギー密度、 ρ は密度、 μ は横弾性係数、 ν はポアソン比、 u_i は変位、 T_i は表面力、 σ_{ij} は応力、 $\dot{}$ は d/dt , $_{,i} = \partial/\partial X_i$, 関数 $A(v)$ は文献(15)に与えられている。

図2の試験片の板厚中央における動的応力拡大係数の値を求めるために、図5(b)に示す4本の経路を板厚中央面上に選び、式(3)の J を計算し、経路独立性を確認めその平均値を式(4)により動的応力拡大係数に換算した。また、参考のために種々の断面(X_3 軸に垂直な面)における $K_I(t, v)$ も同様にして計算した。

3. 解析結果および考察

3.1 K_{Id} に与える進展き裂前縁形状の影響

き裂面にランプ状の一樣荷重 $\sigma_0(t)$ を与え時刻 $t=t_0$ ($t_0=7\mu s$)で、き裂の進展を開始させた。き裂進展後も $\sigma_0(t)$ を予き裂面および新しいき裂面に加え続けた。き裂は図3(a)または(b)に示すように進展させ、進展速度はき裂面中央部の X_1 方向に $v=0.1C_L$ とした。ただし、 C_L は平面応力状態において板内を伝播する縦波の速度である。このときの、コースティックス像のき裂前方の先端位置 S_h 、後端位置 S_r およびそれらの平均値の変化を図6に示す。ここで△印は図3(a)のように、き裂が親指の

図6 コースティックス像の位置の変化

爪状（板厚中央部でき裂進展が表面部よりも先行するき裂前縁形状）に進展する場合の結果を、×印は図3（b）のようにき裂前縁が予き裂と平行になるようにき裂が進展する場合の結果を示している。なお、仮想スクリーンまでの距離は $Z_0 = 0.5$ mである。

この図から、 $t/t_0 = 1$ にき裂が進展を開始したことによるコースティックス像の位置の変化は、き裂の進展が親指の爪状の場合には $t/t_0 \approx 1.16$ になって、き裂前縁が予き裂と平行の場合には $t/t_0 \approx 1.06$ になってはじめて感知されることがわかる。すなわち、き裂の進展が開始する情報は遅れて感知されることおよび進展き裂の前縁の形状によって感知される時刻が変化することがわかる。

図7は上記のようにき裂を進展させたときのコースティックス像の直径 $D(t)$ から、式(2)により求めた $K_I(t)$ の値（以後 $K_I^{3m}(t)$ と記す）を、 J 積分から求めた板厚中央の $K_I(t)$ （ $K_I^J(t)$ と記す）とともに示した結果である。縦軸は、 $K_I(t)$ を $K_I^J(t_0)$ すなわち、 K_{Jcrit} で無次元化している。△印はき裂を図3（a）のように、×印はき裂は図3

図7 K_{Id} の測定値に与える進展き裂前縁形状の影響

図8 r_0 の変化による K_{Id} の測定値の変化

(b)のように進展させたときの結果である。

$K_I^J(t)$ はき裂進展開始時刻 $t/t_0 = 1$ においてピークを示すのに対して、コースティックス法のシミュレーションによる動的応力拡大係数はき裂を親指の爪状に進展させた場合には $t/t_0 \approx 1.16$ において、き裂前縁が予き裂と平行の場合には $t/t_0 \approx 1.06$ になってピークを示している。このピークを与えている時刻は、図6において見積られたき裂進展開始時刻とほぼ一致している。したがって、3次元のコースティックス法のシミュレーションにより求められた動的拡大係数のピークの高さが衝撃破壊靱性 K_{Id} の測定値を模擬している。この値は板厚中央の $K_I^J(t)$ のピーク値（破線のピーク値すなわち K_{Jcrit} 、これが真の K_{Id} を与える。）よりも高いことがわかる。板厚の中央部で破壊が開始し、き裂が親指の爪状に進展する場合には、き裂前縁が予き裂と平行になるようにき裂が進展する場合に比べてき裂進展感知がいつそう遅れ、衝撃破壊靱性値はいつそう過大な値を示すことがわかる。

図8はスクリーンまでの位置 Z_0 を変えて、初期曲線の X_2 方向の半径 r_0 を変化させたときの、3次元解析によって得られる K_{Id} の測定値の変化である。横軸は板厚 B で、縦軸は K_{Jcrit} で無次元化している。ここで、△および×印はそれぞれき裂を図3（a）および（b）のように進展させたときの結果である。また、応力拡大係数が K_{Jcrit} となるような静的な荷重をき裂面に加えた場合の結果を○印で示している。

この図より、初期曲線の位置が板厚の半分以下の場合、すなわち $r_0/B < 0.5$ の場合には、 r_0 が小さくなるほど、測定される破壊靱性の値は小さくなっている。これは、Yangら⁽¹⁶⁾およびRosakisら⁽¹⁷⁾が指摘しているように、3次元変形の効果によるためであると考えられる。また、それと同時に r_0 が小さいところでは相対的にメッシュ分割が粗くなるために、シミュレーションに誤差が含まれることも考えられる。

$r_0/B > 0.5$ の範囲では静的な荷重による結果は、ほぼ一定の値を示しているのに対して、衝撃破壊靱性の測定値は r_0 が大きくなるほど大きな値を示していることがわかる。これは、き裂進展開始の情報が初期曲線の位置に到達するのに時間を要すること、および初期曲線の位置においては、動的応力変位場が動的応力拡大係数で十分あらかわせないことのためであると考えられる。測定される破壊靱性の値の r_0 依存性は、進展き裂前縁の形状に影響されることがわかる。

3.2 $K_I(t)$ の板厚方向分布

図9は、時刻 $t=t_0$ における3次元解析における板厚方向の $K_I^J(t)$ の分布を示している。参考のために、静的な荷重に対する3次元有限要素解析の結果も同図中に示している。ここで、縦軸は $K_I(t)$ を時刻 $t=t_0$ における平面応力状態の理論値 $K_{crit}^{(18)}$ で無次元化している。板の表面($X_3/B=0.5$)では平面応力状態に近いと考えられるので、式(4)における ν を $\nu/(1+\nu)$ に変えて J 積分から動的または静的応力拡大係数に変換している。

この図から板厚中央の応力拡大係数は表面の応力拡大係数より大きく、その差は動の場合のほうが静的の場合よりも大きいことがわかる。これより、静的な場合よりも動の場合のほうが板厚中央部で破壊が開始し、き裂は破壊初期には親指の爪状に進展する可能性が大きいことがわかる。したがって、図7および図8より K_{Id} の測定値は真の値より大幅に高めに見積られる可能性が高いと思われる。

3.3 シミュレーションの精度

図10は、コースティックス像の直径 $D(t)$ から式(2)により求めた2次元の $K_I(t)$ の値(以後 $K_I^{2m}(t)$ と記す)のメッシュの大きさを変えた場合の結果を示している。○、×および△印はき裂先端付近のメッシュの大きさがそれぞれ0.25mm, 0.15mmおよび0.10mmの場合の結果である。実線は動的応力拡大係数の理論値⁽¹⁸⁾を示し、破線はき裂が進展しない場合のコースティックス法によって測定される動的応力拡大係数の厳密解⁽¹⁹⁾を示している。△および×印は、 $t/t_0=1$ でき裂先端から発した縦波が初期曲線の位置に到達する時刻 $t/t_0=1.06$ でピークを示すのに対して、○印はメッシュが粗いために $t/t_0=1.10$ でピークを示している。前報⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾では、メッシュが粗かったためピーク的位置は $t/t_0=1.16$ となっている。この図より、メッシュの大きさを細かくしていくほど、コースティックス法による動的応力拡大係数の測定値は大きくなり厳密解(破線)に近付くことがわかる。

今回の3次元解析では、メッシュの大きさを前述のように0.15mmとした。もし、さらに細かいメッシュを用いてき裂先端の応力変位場を調べれば、図10より $K_I^{3m}(t)$ は今回の解析よりさらに大きく求められ、その結果動的破壊靱性の測定値は真の値をより過大評価すると考えられる。

なお、2次元詳細解析によって、コースティックス法ではき裂進展開始の感知が遅れること、 K_{Id} の測定

値が真の値より高めの値を与えること、 K_{Id} の測定値が入力波形、衝撃速度および Z_0 に依存することなどの定性的性質は前報で指摘したとおりであることが確かめられた。2次元解析では K_{Id} の測定値はき裂速度の影響を受けないという結果が得られたが、き裂が親指の爪状に進展する場合にはき裂進展速度の影響を受ける可能性があると思われる。

4. 結言

本研究では、衝撃速度が速く、破壊までの時間が数 μs の場合の鋼の衝撃破壊靱性 K_{Id} 測定の3次元有限要素シミュレーションを行なった。その結果、き裂進展開始の感知が2次元解析による予測よりもさらに遅れること、測定される K_{Id} の値はこのための誤差を含むこと、 K_{Id} の測定値は進展き裂前縁の形状の違いにより影響されることが明らかになった。また、2次元詳細解析により、前報⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾の計算精度が定量的考察を行うには不十分であったことを指摘するとともに K_{Id} の測定値が入力波形、衝撃速度および仮想スクリーンまでの距離に依存するという前報で得た性質を定性的に再確認した。

図9 板厚方向における動的応力拡大係数の変化

図10 K_{Id} の測定値に与えるメッシュの影響

参考文献

- (1) Rosakis, A. J., Eng. Fract. Mech., 13-2 (1980), 331.
- (2) Kobayashi, A. S. and Lee, O. S., ASTM STP 803 (1983), 1.
- (3) Kalthoff, J. F., Eng. Fract. Mech., 23 (1986), 289.
- (4) Shockey, D. A. Kalthoff, J. F. and Erlich., Int. J. Fract., 22 (1983), 217.
- (5) 青木. 木村, 日本機械学会論文集 (A編) 538-57 (1991), 1339.
- (6) Aoki, S. and Kimura, T., Proc. ICM-6 (1991), 443.
- (7) Aoki, S. and Kimura, T., Dynamic Failure of Materials, Elsevier (1991), 204.
- (8) Malluck, J. F. and King, W. W., ASTM STP 711 (1980), 38.
- (9) Katsamains, F., Tran. ASME. Ser. H., 99-2 (1977), 105.
- (10) Kalthoff, J. F., Int. J. Fract., 27 (1985), 227.
- (11) 橘高. 西岡, 日本機械学会論文集 (A編) 511-55 (1989), 568.
- (12) Kishimoto, K., Aoki, S. and Sakata, M., Eng. Fract. Mech., 13 (1980), 841.
- (13) Nishioka, T. and Atluri, S. N., Eng. Fract. Mech., 18 (1983), 23.
- (14) Nakamura, T. Shih, C. F. and Freund, L. B., Int. J. Fract., 27 (1985), 229.
- (15) Freund, L. B., Int. J. Fract., 12 (1976), 799.
- (16) Yang, W. and Freund, L. B., Int. J. Solids. Struct., 21 (1985), 977.
- (17) Rosakis, A. J. and Ravi-Chandar, K., Int. J. Solids. Struct., 22-2 (1986), 121.
- (18) Ma, C. C. and Freund, L. B., J. Appl. Mech., 108 (1986), 303.
- (19) Ma, C. C., Optics and Lasers in Eng., 13 (1990), 1.