混合モード荷重下の異材界面き裂*

青 木 繁^{*1}, 石 井 直 樹^{*2}

Interface Crack under Mixed Mode Loading

Shigeru AOKI and Naoki ISHII

In order to estimate the fracture toughness of a ductile bimaterial with an interface crack under mixed mode loading, an elastic-plastic finite element calculation based on finite strain theory is carried out under the assumption of small scale yielding and plane strain condition. The modified Gurson's constitutive equation and the element vanish technique introduced by Tvergaard et al. are used to simulate the crack growth due to ductile fracture. The results shows that the values of the fracture toughness of bimaterial are not only much lower than those of homogeneous material, but also vary greatly with mixed mode ratio and take the minimum value at a certain critical ratio.

Key Words: Fracture Toughness, Finite Element Method, Interface Crack, Mixed Mode Loading, Microvoid, Ductile Fracture, Element Vanish Technique

1. 緒言

近年, 種々の複合材料が開発され, 構造部材として多方面に使用されるようになってきている。また, 機械・構造物では溶接や接着を必要とする場合が多い。これらの部材や溶接・接着部の強度を論ずる際には, 界面き裂からの破壊について検討しておく必要がある。

材料を弾性体と仮定し, き裂面を応力自由として解析すると, き裂先端のごく近くでは応力や変位が正負に振動するという解が得られる⁽¹⁾。しかし, 最近になってShihおよびAsaro⁽²⁾は, 全ひずみ塑性論に基づいて有限要素解析を行い, 振動する応力変位場は荷重の増加に伴って塑性変形のために消失することを明らかにしている。

青木および羅⁽³⁾は, き裂先端で発生・成長する微小空孔の影響を考慮に入れ, Tvergaardらの要素消去法(Element Vanish Technique)⁽⁴⁾を用いて, 界面に垂直な方向の引張力に対する延性破壊有限要素シミュレーションを行い, 均質材中のき裂に比べて界面き裂

の方が, 延性破壊をひきおこし易いことを見い出している。

しかし, 実際の構造物では, 界面に垂直な荷重ばかりでなく, 斜め方向からの荷重(ここでは, 簡単のために混合モード荷重と呼ぶ)も加わることが多いので, この点に対する検討も必要となる。そこで, 本論文では, 混合モード荷重下における異材界面き裂からの延性破壊について, 前報⁽³⁾と同様な手法により有限要素シミュレーションを行う。

2. 解析手法

2. 1 構成式

本研究では, 弾塑性体の構成式として微小空孔の発生・成長を考慮した多孔質体に対する修正されたGursonの構成式⁽⁵⁾を用いた。この構成式については, 前報⁽³⁾⁽⁶⁾で詳述したので, ここでは後の記述に必要なことのみについて述べる。この構成式において, 降伏曲面は次式で与えられる。

* 原稿受付 平成4年4月15日。

^{*1}正員, 東京工業大学工学部(〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

^{*2}学生員, 東京工業大学大学院。

$$\Phi = \frac{3}{2} \frac{S_{ij} S_{ij}}{\sigma_m^2} + 2q_1 f^* \cosh \left[\frac{q_2 \sigma_{kk}}{2 \sigma_m} \right] - [1 + (q_1 f^*)^2] = 0 \quad (1)$$

ここで、 σ_{ij} は巨視的真応力、 S_{ij} はその偏差応力、 σ_m は母材の微視的相当応力、 q_1 および q_2 は定数であり、 f^* は微小空孔の合体効果を考慮した微小空孔の体積率 f の関数であり、次式で与えられる。

$$f^*(f) = \begin{cases} f & f \leq f_c \\ f_c + \frac{f_u^* - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c) & f > f_c \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 $f_u^* = 1/q_1$ である。ある要素で f が f_F に達すると f^* が f_u^* に達し、式(1)において $S_{ij} \cdot S_{ij}$ および σ_{kk} がともに0となり、その要素の耐荷能力がなくなる。本解析では、文献(4)にならって $q_1 = 1.5$ 、 $q_2 = 1.0$ 、 $f_c = 0.15$ および $f_F = 0.25$ とした。

f は変形中に微小空孔の発生と成長により増大するとし、発生による f の変化率 $\dot{f}_{\text{nucleation}}$ (dot($\cdot$)は、時間微分を表す)については、NeedlemanとRiceが提案している次式⁽⁷⁾を採用し、 $F_1 = F_2 = 0.001$ とした。また、初期ボイド体積率は0とした。

$$\dot{f}_{\text{nucleation}} = F_1 \dot{\sigma}_m + F_2 \frac{\dot{\sigma}_{kk}}{3} \quad (3)$$

母材の応力-ひずみ関係として、次式で与えられる n 乗硬化則を用いた。

$$\gamma = \begin{cases} \frac{\tau}{G} & \tau \leq \tau_0 \\ \frac{\tau_0}{G} \left[\frac{\tau}{\tau_0} \right]^n & \tau > \tau_0 \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 τ は相当せん断応力($=\sigma_m/\sqrt{3}$)、 τ_0 は降伏せん断応力、 γ は全相当せん断ひずみ、 n はひずみ硬化指数である。

2.2 解析モデル

解析モデルとして、(1)剛体に接着された弾塑性体を考え、比較のために(2)均質材についても解析を行った。(1)の弾塑性材と(2)の均質材は、同じ弾塑性特性を持っているとし、材料定数を $\sigma_0 = E/300$ 、 $\nu = 0.3$ 、 $n = 10$ とした。ここで、 σ_0 は降伏引張応力($=\sqrt{3}\tau_0$)、 E は縦弾性係数、 ν はポアソン比である。以下では、簡単のためにそれぞれのモデルを、異材および均質材と呼ぶことにする。

図1に計算に用いた有限要素分割図を示す。図1(a)は全体図で、 x 軸の負側にき裂が存在している。図1(b)

(b) き裂先端近傍の詳細図

図1 有限要素分割図

はき裂先端近傍の詳細図であり、初期き裂先端は、曲率半径が $d_0/2$ のノッチとして模擬した。図に示したような直角座標系 $O-XY$ を採用し、 X 軸を $\theta = 0$ とする極座標系 $O-r\theta$ も必要に応じて用いた。平面ひずみ状態および小規模降伏状態を仮定して解析を行った。

Tvergaardら⁽⁴⁾に従って耐荷能力がなくなった要素を消去した。このような要素が鈍化したき裂先端と連結したときをき裂進展開始とした。なお、異材においては、接着面のはり強さは非常に大きいとした。

2.3 境界条件

小規模降伏条件下では、実際のき裂の問題は、無限遠の応力が次式によって与えられるような境界条件を有する半無限き裂の問題に帰着される⁽⁸⁾。

$$\sigma_{ij} = \text{Re} \left\{ \frac{Q}{\sqrt{2\pi r}} \left[\frac{r}{L} \right]^{i\epsilon} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, \epsilon) \right\} \quad (5)$$

ここで、 $Q = Q_1 + i Q_2$, $i = \sqrt{-1}$ である。 Q_1 および Q_2 は実数であり均質体中のき裂の場合には、それぞれモード1とモード2の応力拡大係数に等しい。 L はき裂の代表長さであり、本解析では $L = d_0$ とする。 ε は次式で与えられる⁽⁸⁾。

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\frac{3-4\nu_1}{G_1} + \frac{1}{G_2}}{\frac{1}{G_1} + \frac{3-4\nu_2}{G_2}} \right\} \quad (6)$$

ここで、 G は横弾性係数である。添字1および2はそれぞれ界面の上下の材料を表す。また、式(5)の $\tilde{\sigma}_{ij}(\theta, \varepsilon)$ は複素数であり θ と ε に依存している⁽²⁾。

境界条件として、式(5)で与えられる荷重をき裂先端から遠く離れた境界($r = 12000 d_0$)に与えた。 Q_1 と Q_2 の比を種々に変えて解析を行った。均質材に対しては式(5)の代わりに平面ひずみ状態における均質材中の弾性特異場の変位を境界条件として与えた。

なお、平面ひずみ状態下の小規模降伏における J 積分は、 Q_1, Q_2 および材料定数により、次式のように表される⁽²⁾。

$$J = \frac{\frac{1-\nu_1}{G_1} + \frac{1-\nu_2}{G_2}}{4 \cosh^2 \pi \varepsilon} (Q_1^2 + Q_2^2) \quad (7)$$

3. 解析結果

以下では、次のような無次元化表示によって解析結果を示すことにする。

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0}, \quad \bar{u}_i = \frac{u_i}{d_0}, \quad \bar{x}_i = \frac{x_i}{d_0}, \quad (8)$$

$$\bar{r} = \frac{r}{d_0}, \quad \bar{J} = \frac{J}{\sigma_0 d_0}$$

3. 解析結果

3. 1 応力場

図2(a)に $\bar{J} = 0.20$ における $\theta = 15^\circ$ の半径方向線上に沿った静水圧応力 $\bar{\sigma}_{kk}/3$ の分布を示す。ただし、図中の ϕ は $\phi = \tan^{-1}(Q_2/Q_1)$ である。同一の ϕ の値に対して異材と均質材の $\bar{\sigma}_{kk}/3$ を比較すると、 $\bar{r} < 1$ では($\phi = 60^\circ$ の場合を除き)異材の $\bar{\sigma}_{kk}/3$ の方が高い値を示している。また、異材においても均質材においても $\bar{r} < 1$ の $\bar{\sigma}_{kk}/3$ は $\phi = 0^\circ$ において高い値を示している。

図2(b)に $\bar{J} = 0.20$ における $\theta = 15^\circ$ の半径方向線上に沿ったせん断応力 $\bar{\tau}_{r\theta}$ の分布を示す。 $\phi = 0^\circ$ の

場合は均質材ではほとんど0であるが、異材ではかなり高い値となっている。均質材では $\bar{r} < 1$ における $\bar{\tau}_{r\theta}$ は $\phi = 60^\circ$ の場合に最も高い値を示すのに対して、異材では $\phi = 30^\circ$ および $\phi = 60^\circ$ の場合に最高値を示している。

図3に $\bar{J} = 0.20$ における $\bar{r} = 19.3$ におけるせん断応力 $\bar{\tau}_{r\theta}$ の円周方向分布を示す。異材では、 $\bar{\tau}_{r\theta}$ の最大値が $\phi = 60^\circ, 30^\circ, 0^\circ, -30^\circ$ の順に大きく、また最大値を与える θ は同じ順で小さくなっている。最大値付近の $\bar{\tau}_{r\theta}$ の値は、異材の方が均質材よりも高い値を示している。以上の $\bar{\tau}_{r\theta}$ の分布の特徴は、後述の塑性域の形状および大きさとよく符号している。

(a) 静水圧応力分布

(b) せん断応力分布

図2 $\theta = 15^\circ$ の半径方向線上における応力分布
($\bar{J} = 0.20$)

3. 2 塑性域の形状と大きさ

図4(a)および(b)にそれぞれ $\bar{J}=0.20$ における異材および均質材の種々の ϕ に対する塑性域を示す. 同一の ϕ の値に対する異材と均質材の塑性域の最大径を比

図 3 $\bar{r} = 19.3$ におけるせん断応力の円周方向分布 ($\bar{J} = 0.20$)

図 4 種々の混合モード条件下の塑性域形状 ($\bar{J} = 0.20$)

べてみると, いずれも異材の方が2倍以上も大きいことがわかる. また, 異材においても均質材においても ϕ の値によって塑性域の大きさが大幅に変化している.

これらの結果は, 図3に示した $\bar{\tau}_{r\theta}$ の分布とよく対応している. さらに, 図から塑性域がそれぞれの ϕ に特有の方向に発展していることがわかる. その方向は, せん断応力が最大値をとる角度(図3)にほぼ一致している. せん断応力分布に大きな差のある $\phi = 0^\circ$ では, 異材と均質材の塑性域の形の差が顕著である.

3. 3 微小空孔の体積率の分布

図5(a)~(d)に, $\bar{J} = 0.20$ における異材の種々の ϕ に対するき裂先端近傍の微小空孔の体積率 f の分布を示す. いずれの ϕ においても, 界面付近のき裂先端のごく近傍で f が著しく高くなっていることがわかる.

最も微小空孔の体積率 f が高くなっているのは, $\phi = 30^\circ$ の界面付近のき裂先端のごく近傍であることから, $\phi = 30^\circ$ の場合の破壊靱性が最も低いことが予想される. $\phi = 30^\circ$ においては, $\bar{\sigma}_{kk}/3$ は $\phi = 0^\circ$ の場合より低い(図2(a)), $\bar{\tau}_{r\theta}$ が $\phi = 0^\circ$ の場合より高いので(図2(b))異材の f には, せん断応力が微小空孔の発生を通じて(式(3)参照)大きな影響をもつこと

(c) $\phi = 30^\circ$ (d) $\phi = 60^\circ$ 図5 異材き裂先端近傍における微小空孔の体積率の分布(%) ($\bar{J} = 0.20$)

がわかる。

なお、ここでは図は掲載していないが、 $\bar{J} = 0.20$ における均質材の微小空孔の体積率の分布は、いずれの ϕ に対しても、異材に比べてかなり低い値を示す。

3.4 き裂先端の鈍化挙動

図6(a)および(b)にそれぞれ異材および均質材のき裂進展開始時の鈍化形状を示す。図中のA'点およびB'点は、それぞれ変形前のき裂上のA点およびB点の変形後における位置を示す。異材は均質材に比べ、開口量が小さいことがわかる。また、種々の ϕ に対する界面付近・き裂先端のごく近傍のき裂形状が重なりあっていることがわかる。

さらに、図6(a)および(b)にそれぞれ異材および均質材の種々の ϕ に対するき裂進展開始位置を矢印で示す。均質材のき裂進展開始位置は ϕ によって異なっているのに対して、異材では ϕ によらず $\bar{X} = \bar{Y} = 0$ の点でき裂進展が開始している。この結果は、微小空孔の体積率の分布(図5(a)~(d)参照)とよく対応している。

(a) 異材

(b) 均質材

図6 き裂進展開始位置と鈍化形状

3.5 破壊靱性

き裂進展開始時の J の値を $\bar{J}_c$ とし、 $\bar{J}_c$ と ϕ の関係を図7に示す。均質材に比べ、異材の方がかなり $\bar{J}_c$ の値が低いことがわかる。したがって、異材の方がき裂が容易に進展する(破壊しやすい)と考えられる。このことは、 $\phi = 0^\circ$ に対して前報⁽³⁾で明らかとなったが、他の ϕ に対しても成立することが本図から明らかである。

また、異材においては、 ϕ の変化により $\bar{J}_c$ が大きく変化しており、 $\phi = 30^\circ$ で最小値をとることがわかる。これは、3.3節で $\phi = 30^\circ$ の場合が最も高い微小空孔の体積率を示していたことと対応している。

次に、均質材に着目してみると、グラフは $\phi = 0^\circ$

図 7 種々の混合モード条件下における J_c

に関して対称であり、 $\phi = 0^\circ$ において J_c は最小値をとり、 $|\phi| \leq 45^\circ$ では $|\phi|$ が増すとともに、やや上昇している ($|\cdot|$ は絶対値を表す)。この傾向は、文献(9)のアルミニウム合金に関する実験で得られた結果とよく一致している。

4. 考察

図7に示した異材の種々の混合モード条件下における J_c (以下 簡単のために $J_c - \phi$ 曲線と呼ぶ) について考察する。Qは、位相角 ϕ (前出の ϕ と同じ) を用いると次式のように表される。

$$Q = Q_1 + iQ_2 = |Q|e^{i\phi} \quad (9)$$

同様に $\theta = 0^\circ$ における遠方の境界に与える表面力 T についても位相角 ψ を用いれば次のように表される。

$$T = \sigma_{yy} + i\sigma_{xy} = |T|e^{i\psi} \quad (10)$$

式(9)を式(5)に代入して得られる遠方の $\theta = 0^\circ$ 上の σ_{ij} を式(10)に用いれば次の関係が得られる。

$$\psi = \phi + \varepsilon \ln(r/L) \quad (11)$$

上式から、 r と ψ が一定であっても、 L の値によって ϕ が変化することがわかる。したがって、 L を変えれば、 $J_c - \phi$ 曲線の最小値を与える ϕ の値を変えることができる。本解析では、 $L = d_0$ として、 $J_c - \phi$ 曲線を求めたところ、この曲線に最小値を与える ϕ の値として、 $\phi = 30^\circ$ を得た。もし、 $L \approx 3.75 \times 10^{-3} d_0$ とすると $J_c - \phi$ 曲線は $\phi = 0^\circ$ で最小値をとるよう平行移動する。したがって、 $J_c - \phi$ 曲線を表示するには、 L の値を明示する必要がある。

いっぽう、 L と ϕ を固定して r を変化させても、 $J_c - \phi$ 曲線は変化しない。しかし、 $J_c - \psi$ 曲線は、式

(11)に従って、平行移動する。本解析例では、($r = 12000 d_0$, $L = d_0$) $\psi \approx 80^\circ$ で $J_c - \psi$ 曲線は最小となる。もし、 $r = 60000 d_0$ ($L = d_0$) とすると $\psi \approx 89^\circ$ で $J_c - \psi$ 曲線は最小となる。いずれにしても、 σ_{xy} が σ_{yy} に比べてかなり大きい表面力で J_c が最小となることがわかる。ここで、 ψ は漸近解の第1項である式(5)により求められる $\theta = 0^\circ$ の表面力の位相角であり、実際の試験片に加わる外荷重の位相角とは異なる。

5. 結言

混合モード荷重下における界面き裂の破壊靱性を評価する目的で、き裂先端近傍の応力変位場の解析を行った。解析には、有限変形を考慮した弾塑性有限要素法を用いた。また、構成関係として、微小空孔の発生・成長を考慮した修正Gurson式⁽⁵⁾を用い、Tvergaardらによって導入された要素消去法⁽⁴⁾を適用してき裂進展を模擬し、き裂進展開始時の J 積分の値を破壊靱性とした。その結果、界面き裂の破壊靱性は、均質材中に存在するき裂の破壊靱性に比べ、著しく低いばかりでなく、界面き裂の応力拡大係数 Q_1 と Q_2 (本文式(5)参照) の比 $\phi = \tan^{-1}(Q_2/Q_1)$ に依存して大きく変化し ϕ のある値 (本解析では $\phi = 30^\circ$) で最小値をとることが明らかとなった。

謝辞

本研究を進めるにあたり、Brown大学のShih教授および清華大学の羅教授から有益な討論を頂いた。また、研究にあたり日本の関連会社、USNRCおよびMartin Marietta Energy System Inc. (Subcontract No.19X-SD561V) の援助を得た。ここに謝意を表す。

参考文献

- (1) J.R.Rice, J. Appl. Mech., 55(1988), 98.
- (2) C.F.Shih and R.J.Asaro, J. Appl. Mech., 55(1988), 299.
- (3) 青木、羅, 材料掲載予定.
- (4) V.Tvergaard and A.Needleman, Acta Metallurgica, 32(1984), 157.
- (5) V.Tvergaard, Int.J.Fract., 17(1981), 389.
- (6) 青木・ほか3名, 機論, 50-454, A(1984), 1201.
- (7) A.Needleman and J.R.Rice(D.P.Koistenほか編), Mechanics of Sheet Metal Forming, (1978), 237, Plenum.
- (8) M.L.Williams, Bulletin of the Seismological Society of American, 49(1959), 199.
- (9) 吉田・ほか3名, 機論, 56-524, A(1990), 957.