ニッケル基単結晶合金 CMSX-2 の多軸クリープ異方性* (第 2 報, 三次元有限要素解析による検討)

竹 内 稔 朗^{*1}, 大 野 信 忠^{*2}

Anisotropy in Multiaxial Creep of a Nickel-Base Single-Crystal Superalloy CMSX-2 (2nd Report, Discussion Based on 3D Finite-Element Analysis)

Toshio TAKEUCHI and Nobutada OHNO

Combined tension-torsion creep of nickel-base single-crystal thin-walled tubular specimens, in which [001] is oriented in the axial direction, is analyzed using the 3D finite-element method. A crystal creep equation of the power-law type for steady-state creep is implemented in the analysis. Features in distributions of stress and strain rate in the specimens of long and short gage-length types are discussed so as to give foundations to the 2D models of simplified analysis formulated in the 1st report. Comparisons between the 3D finite-element and 2D simplified analyses are made with respect to overall tensile and torsional strain rates of the specimens. Effects of the deviation of [001] from the axial direction are also discussed. Consequently the finding on active slip systems obtained by use of the 2D models in the 1st report is ascertained on the basis of the 3D finite-element analysis.

Key Words: Creep, Anisotropy, Combined Stress, Finite-Element Method, Nickel Base, Single Crystal, CMSX-2, Slip System, Steady-State Creep

1. 緒 言

著者ら⁽¹⁾はニッケル基単結晶合金のクリープにおける活動すべり系を検討するため, CMSX-2 薄肉円管試験片の引張り・ねじり組合せクリープ試験を 900°C で行い, 試験で得られた定常クリープ速度を結晶すべり理論による解析結果と比較した. この結果, 活動すべり系として {111}<112> 八面体すべり系と {100}<110> 立方体すべり系の組合せを考えれば, 試験結果が説明できることが明らかとなった.

ニッケル基単結晶合金のクリープ試験として薄肉円管の引張り・ねじり組合せ試験を行う利点は, 第 1 報⁽¹⁾で示したように, 材料異方性の効果がクリープ速度の大きさだけでなく偏差応力テンソルとクリープ速度テンソルの非共軸性に関しても検討できること, また応力状態変動試験により 1 本の試験片から複数の実験データが得られることなどである.

しかし, このような利点の反面, 材料異方性の影響により, 応力およびひずみ速度は薄肉円管試験片内でもはや一様に分布しない. このため, 試験結果の検討

はむずかしく, 一般には Walker-Jordan⁽²⁾ や, Meric-Cailletaud⁽³⁾ の研究に見られるように三次元有限要素解析によらなければならない. これに対して著者らは, 第 1 報⁽¹⁾では, 引張り・ねじりクリープ試験の結果を簡単な解析モデルにより検討し, 活動すべり系に関して最初に述べたような知見を得た. しかし, この解析モデルでは応力およびひずみ速度の分布を単純化しているから, その解析精度を詳細な解析との比較により吟味する必要がある.

このため本報では, 第 1 報⁽¹⁾で報告したニッケル基単結晶合金薄肉円管試験片の引張り・ねじり組合せクリープの問題を, 結晶すべり理論に基づく三次元有限要素法により解析する. これにより, 活動すべり系に関する前報の知見を確認するとともに, 第 1 報で定式化した簡易解析モデルの精度を調べる. また, 試験片軸方向の [001] 方位からのかたよりの影響についても検討する.

2. 第 1 報 の 概 略

まず, 第 1 報⁽¹⁾の内容のうち本報に関係する部分について簡単に述べる.

2・1 クリープ試験 試験材料はニッケル基単結晶合金 CMSX-2 である. 用いた薄肉円管試験片(第 1

* 原稿受付 平成 4 年 3 月 30 日.

*1 准員, 名古屋大学大学院 (〒464-01 名古屋市中種区不老町).

*2 正員, 名古屋大学工学部.

報⁽¹⁾の図1参照)は、ゲージ部の長いタイプAがほとんどであるが、ねじり試験のいくつかにはゲージ部の短いタイプBを用いた。試験片の結晶方位を測定したところ、試験片軸方向は結晶の[001]方位にほぼ一致することが確かめられた。

試験の負荷パラメータとしては、等方 Mises 材料の薄肉円管が引張応力 σ とねじり応力 τ を受けるときの相当応力

$$\sigma_{eq} = [\sigma^2 + (\sqrt{3}\tau)^2]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

および応力角

$$\theta = \tan^{-1}(\sigma/\sqrt{3}\tau) \quad \dots\dots\dots (2)$$

を採用した。試験で測定した量は試験片つば間の伸び変位と回転角であり、これらからゲージ部の(平均)引張りひずみ ϵ と(平均)ねじりひずみ γ を微小ひずみの定義式

$$\epsilon = (l - l_0)/l_0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\gamma = r_0 \alpha / l_0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

により計算した。ここで、 l, r, α は、それぞれゲージ部の長さ、平均半径およびねじれ角であり、また $()_0$ は初期値を示す。

2.2 簡易解析モデル 試験結果の検討には、解析モデル I および II を用いた。これらのモデルは試験片ゲージ部の応力およびひずみ速度の分布を単純化して定式化したものであり、モデル I では周方向せん断応力と軸方向引張りひずみ速度が一様であるのに対して、モデル II では周方向せん断ひずみ速度と軸方向引張りひずみ速度の一様分布が仮定されている。

3. 構 成 式

次に、本研究で使用した構成式について述べる。本研究では微小変形を考えるから、ひずみ ϵ は次式のよう弾性成分 ϵ^e とクリープ成分 ϵ^c に分離する。

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^c \quad \dots\dots\dots (5)$$

ニッケル基単結晶合金は、立方晶(cubic crystal)であるから3個の独立な弾性定数を有する⁽⁴⁾。したがって、上式の弾性ひずみ成分 ϵ^e は、材料主軸に関して

$$\epsilon_{ij}^e = \begin{cases} \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \text{tr } \sigma, & i=j \\ \frac{1}{2G} \sigma_{ij}, & i \neq j \end{cases} \quad \dots\dots\dots (6)$$

と表される。ここで、 σ は応力を示し、 ν, E および G は3個の独立な弾性定数である。また、tr は跡を示す。

一方、クリープ速度 $\dot{\epsilon}^c$ に対しては、本報では次の2とおりを考える。

$$\dot{\epsilon}^c = \dot{\epsilon}_{oct1}^c + \dot{\epsilon}_{cub}^c \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\dot{\epsilon}^c = \dot{\epsilon}_{oct2}^c + \dot{\epsilon}_{cub}^c \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_s^c$ ($s = \text{oct } 1, \text{oct } 2, \text{cub}$) は、それぞれ{111}<110>八面体すべり系、{111}<112>八面体すべり系および{100}<110>立方体すべり系の活動によるクリープ速度を表し、結晶すべり理論⁽⁵⁾により次の形に書くことができる。

$$\dot{\epsilon}_s^c = \sum_{k=1}^{N_s} \dot{\gamma}_s^{(k)} \alpha_s^{(k)} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\alpha_s^{(k)} = (1/2)(b_s^{(k)} \otimes v_s^{(k)} + v_s^{(k)} \otimes b_s^{(k)}) \quad \dots\dots\dots (10)$$

式(10)の N_s ($s = \text{oct } 1, \text{oct } 2, \text{cub}$) は、すべり系の数を示し、 $N_{\text{oct } 1} = N_{\text{oct } 2} = 12$, $N_{\text{cub}} = 6$ である。さらに、 $\dot{\gamma}_s^{(k)}$ と $\alpha_s^{(k)}$ ($s = \text{oct } 1, \text{oct } 2, \text{cub}; k = 1, \dots, N_s$) は各すべり系のすべり速度および方向テンソルを表し、 $b_s^{(k)}$ と $v_s^{(k)}$ はすべり面のすべり方向とすべり面を示す単位ベクトルである。また、 $\otimes$ はテンソル積を表す。

式(9)のすべり速度 $\dot{\gamma}_s^{(k)}$ は、本報では定常クリープ速度を解析の対象とするから、次のべき乗則により表されるものとする。

$$\dot{\gamma}_s^{(k)} = K_s \text{sign}[\tau_s^{(k)}] |\tau_s^{(k)}|^{n_s} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 K_s と n_s ($s = \text{oct } 1, \text{oct } 2, \text{cub}$) は、材料定数である。また $\tau_s^{(k)}$ は、各すべり系のせん断応力を示し、応力テンソル σ と方向テンソル $\alpha_s^{(k)}$ により

$$\tau_s^{(k)} = \text{tr}(\alpha_s^{(k)} \sigma) \quad \dots\dots\dots (12)$$

と表される。

4. 有限要素解析

本研究で用いた有限要素法の定式化は、クリープひずみ増分を初期ひずみと考え、それを等価節点力に変換する通常の方法であり、プログラムは文献(6)および(7)を参考にして開発した。

図1(a)~(c)に、本研究で使用した要素分割を示す。すでに述べたように、本試験片の軸方向は結晶の[001]方位にほぼ一致する。試験片軸方向が[001]方位に完全に一致する場合には、対称性により試験片の1/4部分だけを解析すればよい。図1(a)および(b)は、このような場合の要素分割であり、それぞれゲージ部の長いタイプAの試験片(第1報⁽¹⁾の図1(a))とゲージ部の短いタイプBの試験片(第1報⁽¹⁾の図1(b))に相当する。一方図1(c)は、タイプAの試験片全体を要素分割した場合であり、この要素分割は試験片軸方向の[001]方位からのかたよりの影響を調べるために用いた。使用した要素は6面体20節点アイソパラメトリック要素であり、ガウス積分点は1要素あたり $2 \times 2 \times 2$ 個とした。

境界条件は、次のように規定した。まず、試験片に引張り力およびねじりトルクを負荷するため、試験片の一端では節点を完全に固定し、他端では軸方向および周

方向節点力を与えた。これらの節点力を規定する際に、軸端の引張力とねじり力はそれぞれ一様分布および半径に比例して分布するものとした。

次に、図1(a)および(b)の要素分割の場合には、1/4部分だけを解析するから、周方向端面の節点で次の条件をペナルティ法⁽⁸⁾⁽⁹⁾により課した。

(a) タイプ A (要素数 378, 節点数 2 295)

(b) タイプ B (要素数 342, 節点数 2 081)

(c) タイプ A' (要素数 912, 節点数 5 136)

図1 薄肉円管試験片の有限要素モデル

$$\dot{u}_x(r, 0, z) = \dot{u}_y(r, \pi/2, z) \dots\dots\dots (13)$$

$$\dot{u}_y(r, 0, z) = -\dot{u}_x(r, \pi/2, z) \dots\dots\dots (14)$$

$$\dot{u}_z(r, 0, z) = \dot{u}_z(r, \pi/2, z) \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 $\dot{u}$ は変位速度を表す。また、 (x, y, z) と (r, φ, z) はそれぞれ全体系の直角座標および円筒座標であり、これらの座標系は図2に示すように取られている。なお、図1(a)および(b)の要素分割の場合には、結晶の [100], [010] および [001] 方位はそれぞれ x , y および z 座標軸の方向に一致する。

5. 軸方向が [001] 方位に一致する場合の解析結果および検討

有限要素解析は、初期弾性状態から始め、応力状態が定常状態に至るまで行った。本章では、このような定常状態での結果について検討する。解析に用いた材料定数を表1に示す。この表のクリープ定数は、第1報⁽¹⁾において解析モデルⅠの結果が引張りおよびねじり試験の結果に合うように定めたものである。なお、本報の解析では、式(1)の相当応力はつねに $\sigma_{eq} = 300$ MPa とした。

5.1 応力およびひずみ速度の分布 最初に、ゲージ部の長い試験片(タイプ A)の有限要素解析を行った。この解析で $\dot{\epsilon}^0$ として式(7)および(8)を仮定したところ、それぞれ図3および4に示すような応力およびひずみ速度の周方向定常分布が得られた。この分布は中央横断面における平均半径位置でのものであり、図3と4には $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ の結果が示されている。 $\theta = 0^\circ, 30^\circ$ の場合にはねじりクリープ速度が、また $\theta = 60^\circ$ の場合には引張クリープ速度が優勢であるが、

表1 解析に使用した材料定数

$K_{oct1} = 4.82 \times 10^{-26}$	$n_{oct1} = 9.8$
$K_{oct2} = 2.04 \times 10^{-26}$	$n_{oct2} = 9.8$
$K_{cub} = 9.61 \times 10^{-26}$	$n_{cub} = 9.5$
$E = 83400$	$G = 96100$
$\nu = 0.34$	

MPa (stress), h (time), mm/mm (strain)

図2 座標系

いずれの場合も引張りひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{zz}$ とせん断応力 $\sigma_{z\varphi}$ が周方向に一様分布する傾向にあることがわかる。なお、 $\theta=90^\circ$ の場合は、[001] 方向の単純な引張クリープであるから、引張応力 σ_{zz} と引張りひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{zz}$ が試験片ゲージ部で一様に分布する。

次に、ゲージ部の短い試験片(タイプ B)の有限要素解析をねじりクリープ支配形の場合にいくつか行った。図5と6は、この場合の解析結果の例である。これらの図を見ると、引張りひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{zz}$ とせん断ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{z\varphi}$ の周方向分布が一様となる傾向にあることがわかる。

要するに、ゲージ部の長い場合には $\dot{\epsilon}_{zz}$ と $\sigma_{z\varphi}$ が、一方ゲージ部の短い場合には $\dot{\epsilon}_{zz}$ と $\dot{\epsilon}_{z\varphi}$ が周方向にかなり一様に分布する。したがって、第1報⁽¹⁾で定式化した解析モデル I はゲージ部の長い試験片(タイプ

A) に対応し、一方モデル II はゲージ部の短い試験片(タイプ B) のモデルと言える。

なお Meric-Cailletaud⁽³⁾ は、ニッケル基単結晶合金薄肉円管試験片の繰返しねじり変形を三次元有限要素法により解析し、せん断応力 $\sigma_{z\varphi}$ が試験片横断面上でほぼ一様に分布するという知見を得た。しかしこの知見は、本研究の結果(図3~6)からわかるように、ゲージ部の長い試験片に限られ、タイプ B 試験片のようにゲージ部の短い場合には成り立たない。

5.2 解析モデル I および II の精度 続いて、解析モデル I および II の精度を本有限要素解析の結果に基づいて議論する。図7と8は、解析モデル I および II の結果⁽¹⁾ と本有限要素解析の結果の比較を示す。これらの図の縦軸には、等方 Mises 材料の相当ひずみ速度

図3 タイプ A 試験片の中央横断面上での応力およびひずみ速度の分布 (oct 1+cub, $\sigma_{eq}=300$ MPa)

図4 タイプ A 試験片の中央横断面上での応力およびひずみ速度の分布 (oct 2+cub, $\sigma_{eq}=300$ MPa)

$$\dot{\epsilon}_{eq} = [\dot{\epsilon}^2 + (\dot{\gamma}/\sqrt{3})^2]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (16)$$

およびひずみ速度角

$$\Theta = \tan^{-1} [\dot{\epsilon}/(\dot{\gamma}/\sqrt{3})] \quad \dots\dots\dots (17)$$

が取られている。第1報⁽¹⁾では、このような図を用いて実験結果と解析モデルの結果を比較し、異方性の効果ならびに活動すべり系を議論した。なお、式(17)のゲージ部平均引張ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ およびねじりひずみ速度 $\dot{\gamma}$ は、有限要素解析では端部 (図1に示すエッジ C, C') 間の平均相対変位速度および回転速度から式(3)および(4)により求めた。その際、ゲージ部の短い試験片 [図1(b)] に対しては、式(4)の l_0 は第1報⁽¹⁾と同じく R 部を考慮し $l_0 = 3.5 \text{ mm}$ とした。

図7と8から、有限要素解析の結果は解析モデルの結果とかなりよく一致していることがわかる。したがって、第1報⁽¹⁾において解析モデル I および II を用いて活動すべり系を同定した結果は、本有限要素解析によって妥当性が確かめられたと言える。

ただし、図7(a)と図8(b)を詳しく見ると、ゲージ部の長い試験片 (タイプ A) の有限要素解析の結果

(a) $\theta = 0^\circ$ (oct1+cub)

(b) $\theta = 30^\circ$ (oct1+cub)

図5 タイプB試験片の中央横断面上での応力およびひずみ速度の分布 (oct1+cub, $\sigma_{eq} = 300 \text{ MPa}$)

(a) $\theta = 0^\circ$ (oct2+cub)

(b) $\theta = 30^\circ$ (oct2+cub)

図6 タイプB試験片の中央横断面上での応力およびひずみ速度の分布 (oct2+cub, $\sigma_{eq} = 300 \text{ MPa}$)

(a) クリープ速度の大きさ

(b) クリープ速度と応力の非共軸性

図7 解析モデルと有限要素解析の比較 (oct1+cub, $\sigma_{eq} = 300 \text{ MPa}$)

では、これに対応する解析モデル I の結果より $\dot{\epsilon}_{eq}$ が少し小さい。これは、図 1 (a) に示した試験片の形状では、つかみ部の拘束効果を完全に無視できないこと、つかみ部に近い部分ではゲージ部の短いタイプ B の場合と同じくせん断ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{zp}$ が一樣になる傾向にあること、およびせん断応力 σ_{zp} の分布がゲージ部で完全に一樣ではないこと (図 3 および 4 の $\theta=0^\circ$ の場合を参照) によると考えられる。

(a) クリープ速度の大きさ

(b) クリープ速度と応力の非共軸性

図 8 解析モデルと有限要素解析の比較 (oct 2+cub, $\sigma_{eq}=300$ MPa)

図 9 試験片軸と [001], [101] および [111] 方位のなす角

6. [001] 方位のかたよりの影響

5 章で述べた有限要素解析では、試験片軸方向は [001] 方位に一致していたが、実際には本試験片の [001] 方位は軸方向から少しかたよっている⁽¹⁾。そこで、図 1 (c) に示した試験片全体の要素分割モデルを用いて、このようなかたよりの影響を検討した。解析は、[001] 方位のかたよりの大きかった応力角変動試験の試験片⁽¹⁾ を例に取って行った。この試験片では、試験片軸方向が結晶方位 [001], [101] および [111] となす角 ψ_1, ψ_2 および ψ_3 (図 9) は、次に示すとおりである。

$$\psi_1=6.4^\circ, \psi_2=38.7^\circ, \psi_3=49.5^\circ \dots\dots\dots (18)$$

なお、[001] 方位のかたよりのない場合には、 ψ_1, ψ_2 および ψ_3 は次の値を取る。

$$\psi_1=0^\circ, \psi_2=45^\circ, \psi_3=54.7^\circ \dots\dots\dots (19)$$

解析結果を図 10 と 11 に示す。これらの図を見ると、式 (18) のように [001] 方位がかたよっている場合の結果 (Δ) とこのようなかたよりのない場合の結果 ($\circ$)

(a) クリープ速度の大きさ

(b) クリープ速度と応力の非共軸性

図 10 [001] 方位のかたよりの影響 (oct 1+cub, $\sigma_{eq}=300$ MPa)

(a) クリープ速度の大きさ

(b) クリープ速度と応力の非共軸性

図 11 [001] 方位のかたよりの影響
(oct 2+cub, $\sigma_{eq}=300$ MPa)

では大きな違いはなく、したがって [001] 方位のかたよりが式(18)の程度であれば、その影響は小さいことがわかる。なお、解析結果で興味深いことは、ひずみ速度角 Θ と応力角 θ の関係が、[001] 方位のかたよりにより等方 Mises 材料の式 $\Theta = \theta$ に近づくことである [図 10(b), 11(b)]。このことは、特に式 $\dot{\epsilon}^c = \dot{\epsilon}_{oct2}^c + \dot{\epsilon}_{cub}^c$ を仮定した場合の応力角 $\theta=30^\circ$ および 45° の結果に著しく、 Θ は $\Theta = \theta$ に近づく方向へ約 6° 変化している [図 11(b)]。

7. 結 言

本報では、第 1 報⁽¹⁾で報告したニッケル基単結晶合金薄肉円管試験片の引張り・ねじり組合せクリープの問題を結晶すべり理論に基づく三次元有限要素法によ

り解析した。この結果、第 1 報⁽¹⁾では簡単な解析モデルを用いて試験結果を検討したが、その検討結果は十分に信頼できるものであることが明らかになった。本報で得られた知見は次のようにまとめられる。

(1) まず試験片軸方向が [001] 方位に一致する場合の有限要素解析を行ったところ、ゲージ部の長いタイプ A の試験片では軸方向引張りひずみ速度と周方向せん断応力が、一方ゲージ部の短いタイプ B の試験片では軸方向引張りひずみ速度と周方向せん断ひずみ速度が試験片中央部横断面上で一様に分布する傾向にあることがわかった。これは、第 1 報で定式化した解析モデル I および II に対応する結果である。

(2) 次に、本有限要素解析の結果と第 1 報で定式化した解析モデル I および II の結果を比較した。この結果、両者の結果はほぼ一致し、したがってゲージ部の平均引張りひずみ速度および平均ねじりひずみ速度は、解析モデル I および II により適切に評価できることが明らかになった。

(3) 続いて、試験片軸方向の [001] 方位からのかたよりの影響を有限要素解析により調べたが、その影響は本研究で用いた試験片では小さいことがわかった。

最後に、本研究の一部は平成 2 年度文部省科学研究費一般研究 (C) (課題番号 02650069) および財団法人日東學術振興財団の助成によること付記し、謝意を表する。

文 献

- (1) 大野・竹内, 機論, 58-554, A(1992), 1934.
- (2) Walker, K. P. and Jordan, E. H. (Brown, M. W. and Miller, K. J. 編), *Biaxial and Multiaxial Fatigue*, EGF3 (1989), 145, Mechanical Engineering Publications.
- (3) Meric, L. and Cailletaud, G., *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, 113-1(1991), 171.
- (4) 例えば, Jaunzemis, W., *Continuum Mechanics*, (1967), 305, Macmillan Company.
- (5) 例えば, Asaro, R. J., *Advances in Appl. Mech.*, 23 (1983), 1.
- (6) Owen, D. R. J. and Hinton, E., *Finite Elements in Plasticity*, (1980), 272, Pineridge Press.
- (7) 矢川・宮崎, 有限要素法による熱応力・クリープ・熱伝導解析, (1985), 162, サイエンス社.
- (8) 瀬口・ほか 2 名, 有限要素法の基礎, (1983), 131, 日刊工業新聞社.
- (9) Zienkiewicz, O. C., *The Finite Element Method, Third Edition*, (1977), 83, McGraw-Hill.