簡易予測式による段ボールの反り変形評価*

石 渕 浩^{*1}, 木 村 稔^{*2}, 吉 沢 昭 宣^{*2}
佐久田 博司^{*3}, 吉 谷 豊^{*3}Estimation of Warping Deformation of Corrugated Fiberboard
by Simplified Prediction EquationHiroshi ISHIBUCHI, Minoru KIMURA, Akinori YOSHIZAWA,
Hiroshi SAKUTA and Yutaka YOSHITANI

Demand for corrugated fiberboard for use in multi purpose packing materials has grown recently, and the requirements for mechanical precision and strength are becoming more stringent. Because corrugated fiberboard is composed of a top liner, a bottom one and a wavy-shaped medium liner, the warping deformation depends on the difference in the fiber orientation and the expansivity between top and bottom liners. To prevent the warping deformation of corrugated fiberboards, it is necessary to formularize the warping deformation and elucidate the mechanism of warping. In this study, a prediction equation of warping deformation for corrugated fiberboards is derived from the lamination theory, and the mechanism of the warping deformations is investigated. The relationship between the warping and the parameters influencing the warping has been elucidated by a simple prediction equation, and prediction of the warping deformation is made possible. Twisting warping is closely connected with the difference in the fiber orientation angle between the top liner and bottom liner, and increases with fiber orientation angle. The bending warping and twisting warping increase with the anisotropy ratio of Young's modulus and the anisotropy ratio of the expansivity, and the increased ratio of bending warping in the machine direction (MD) is larger than that in the cross direction (CD).

Key Words: Laminated Construction, Anisotropy, Lamination Theory, Multiple Structure Model, Corrugated Fiberboard, Liner, Medium, Warping, Curvature, Prediction Equation

1. 緒 言

近年、包装構造材である段ボールの用途が広がるにつれ、工業材料としての高精度・高強度化が要求されるようになってきた。段ボールは表・裏ライナ、中芯の板紙(段ボール原紙)からなる構造体である。板紙は温度・湿度変化を与えることにより、紙を構成する繊維が膨潤、収縮という形態変化を起こすため伸縮することが知られている⁽¹⁾。また、抄紙機によって抄造された板紙は抄造方向に繊維が配列するため、抄造方向(Machine Direction: MD)とその垂直方向(Cross Direction: CD)で弾性係数、伸縮率は大きく異なり、しかも繊維が配列した方向(繊維方向)は抄造方向と一致していないこと

が多い⁽²⁾。このため、段ボールを構成する表・裏ライナ、中芯の伸縮率・繊維配向差により、曲げ反り及びねじれ反りを引き起こすと考えられる。よって、これらの反り変形を定式化し、反りの発生要因と反り変形との関係を明らかにすることは、段ボール製品の品質向上を図るうえで大変重要となる。

段ボールの反り変形問題については、経験的な立場からの報告がほとんどである⁽³⁾。唯一、竹中ら⁽⁴⁾は反り変形を解析的に取り扱っているが、反りの計算を行うために複雑な行列演算を必要とするため、反りとこれに影響を及ぼすパラメータとの具体的な関係を式より推測することは難しい。

本研究では、複合材料力学の Lamination theory^{(5)~(7)}を用い、段ボールの簡易的な反り予測式を導出した。そしてその妥当性を検討したうえで、本式より段ボールの反り変形と反りに影響を及ぼすパラメータとの関係を明らかにし、反り変形予測を行った。

* 平成4年4月3日 第69回通常総会講演会において講演、原稿受付 平成4年5月25日。

^{*1} 正員、長岡技術科学大学大学院(〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)。

^{*2} (株)吉沢工業(〒940 長岡市殿町1-5-7)。

^{*3} 正員、長岡技術科学大学工学部。

2. 予測式の導出

本研究に用いた3層段ボールの構成と寸法を図1に示す。本研究では、JIS P3902、JIS P3904に準拠し、表・裏ライナにK6、中芯に120のBフルートを使用した。また以後、抄造方向をMD、その垂直方向をCDとして示す。図のように段ボールは、平板状の表・裏ライナと波板状の中芯から構成される。よって中芯に林の波板理論⁽⁸⁾を適用し、引張り及び曲げ剛性において等価な平板に置換し、図2に示すような直交異方性平板が3層に構成された多層構造モデルとして取り扱った。林の波板理論より、 x 方向(CD)についての引張り及び曲げ剛性の等価式は次式となる。

$$\frac{E_x h}{(1-\nu_x^2)} = \frac{b_w}{b} \frac{E_{CD} h_c}{(1-\nu_{CD}^2)} \quad (1)$$

$$\frac{E_x h^3}{12(1-\nu_x^2)} = \frac{I}{b h_c} \frac{E_{CD} h_c}{(1-\nu_{CD}^2)} \quad (2)$$

同様に y 方向(MD)については次式となる。

$$\frac{E_y h}{(1-\nu_y^2)} = \frac{b h_c}{I} \frac{E_{MD} h_c^3}{12(1-\nu_{MD}^2)} \quad (3)$$

$$\frac{E_y h^3}{12(1-\nu_y^2)} = \frac{b}{b_w} \frac{E_{MD} h_c^3}{12(1-\nu_{MD}^2)} \quad (4)$$

ここで E_x 、 E_y ： x 、 y 方向の中芯の等価縦弾性係数、 ν_x 、 ν_y ： x 、 y 方向の中芯の等価ポアソン比、 E_{CD} 、 E_{MD} ： x 、 y 方向の中芯の縦弾性係数、 ν_{CD} 、 ν_{MD} ： x 、 y 方向の中芯のポアソン比、 h ：中芯の高さ、 h_c ：中芯の厚さ、 b ：中芯の1ピッチ、 b_w ：中芯1ピッチの実質長さ、 I ：中芯1ピッチの断面2次モーメントである。式(1)、(2)より E_x を、式(3)、(4)より E_y を求め、各々の平均により中芯の等価縦弾性係数を決定した。

次に複合材料力学のLamination theory^{(5)~(7)}を適用し曲げ曲率 κ_x 、 κ_y とねじれ曲率 κ_{xy} の3つの曲率成分により、段ボールの反りの評価を行うことを試みる。ここで曲げ曲率 κ_x 、 κ_y は、曲面を x 軸あるいは y 軸に平行で、曲面上の点の法線を含む平面で切ったときの交線の曲率であり、表ライナ側を内側にした曲げを“+”とする。またねじれ曲率 κ_{xy} は、曲面の x 方向傾き(y 方向傾き)の y 軸(x 軸)に沿った方向での変化率を表すものであり、時計回りのねじれを“+”とする。よって曲げ反りは曲げ曲率により、ねじれ反りはねじれ曲率により表すことができる。

図2より各層の応力-歪関係を表す構成式において、ポアソン効果がないものとする次式となる。

$$\sigma'_i = E'_i(\epsilon'_i - \epsilon'_i) \quad (i = x, y, xy) \quad (5)$$

$$\epsilon'_i = H \beta'_i \quad (i = x, y, xy) \quad (6)$$

ここで、 σ'_i ：応力ベクトル、 E'_i ：弾性係数マトリックス、

ϵ'_i ：歪ベクトル、 ϵ'_i ：水分変化による歪ベクトル、 β'_i ：伸縮率ベクトル、 H ：水分変化を示す。また“'”は基準座標(x, y 座標)からみた成分を、添字“ $i = x, y, xy$ ”は各層の x, y 方向の成分、及び x, y 方向に関するせん断成分を示す。

また構造体の厚さ方向の歪分布を線形とすると次式となる。

$$\epsilon'_i = (\epsilon'_0)_i + z \kappa'_i \quad (i = x, y, xy) \quad (7)$$

ここで、 $(\epsilon'_0)_i$ ：構造体中心部の全歪ベクトル、 κ'_i ：構造体中心部の曲率ベクトル、 z ：構造体の厚さ変化を示す。

構造体全体の合力とモーメントの構成式は次のようになる。

$$N_i = \sum_{k=1}^3 \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\sigma'_i)_k dz \quad (8)$$

$$M_i = \sum_{k=1}^3 \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\sigma'_i)_k z dz \quad (9)$$

ここで、 N_i ：単位幅当りの合力ベクトル、 M_i ：単位幅当りのモーメントベクトルを示す。式(5)～(7)を式(8)、(9)に代入すると次式となる。

$$N_i = A_i(\epsilon'_0)_i + B_i \kappa'_i - F_i \quad (10)$$

$$M_i = B_i(\epsilon'_0)_i + D_i \kappa'_i - G_i \quad (11)$$

A_i 、 B_i 、 D_i 、 F_i 、 G_i は以下のように示される。

図1 3層段ボールの構成と寸法

図2 3層段ボールの多層構造モデル

$$A_i = \frac{t}{3} \{ (E'_i)_1 + (E'_i)_2 + (E'_i)_3 \} \dots (12)$$

$$B_i = \frac{t^2}{9} \{ (E'_i)_3 - (E'_i)_1 \} \dots (13)$$

$$D_i = \frac{t^3}{324} \{ 13(E'_i)_1 + (E'_i)_2 + 13(E'_i)_3 \} \dots (14)$$

$$F_i = \frac{t}{3} \{ H_1(E'_i)_1(\beta'_i)_1 + H_2(E'_i)_2(\beta'_i)_2 + H_3(E'_i)_3(\beta'_i)_3 \} \dots (15)$$

$$G_i = \frac{t^2}{9} \{ H_3(E'_i)_3(\beta'_i)_3 - H_1(E'_i)_1(\beta'_i)_1 \} \dots (16)$$

ここで、添字"1~3"は構造体の層番号を、 t は厚さを示す。

式(10)、(11)を κ'_i について解くと次式となる。

$$\kappa'_i = \frac{A_i(G_i + M_i) - B_i(F_i + N_i)}{A_i D_i - B_i B_i} \dots (17)$$

式(17)について以下の仮定を設ける。

$$\bar{E}'_i = \frac{1}{3} \{ (E'_i)_1 + (E'_i)_2 + (E'_i)_3 \} \dots (18)$$

$$\Delta E'_i = (E'_i)_3 - (E'_i)_1 \dots (19)$$

$$\Delta E'_i \bar{E}'_i^{-1} \div 0 \dots (20)$$

よって式(17)は次のようになる。

$$\kappa'_i = \left(\frac{36}{t} \right) \frac{H_3(E'_i)_3(\beta'_i)_3 - H_1(E'_i)_1(\beta'_i)_1 + \frac{9}{t^3} M_i}{13(E'_i)_1 + (E'_i)_2 + 13(E'_i)_3} \dots (21)$$

ここで、 E'_i 、 β'_i は基準座標からみた成分であるため、そこから繊維配向角 θ ずれたときの E_i 、 β_i とはテンソルの座標変換則⁽⁹⁾に従った以下の関係がある。

$$E'_i = T E_i, \quad \beta'_i = T \beta_i \dots (22)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\cos \theta \sin \theta \\ -2 \cos \theta \sin \theta & 2 \cos \theta \sin \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \dots (23)$$

式(22)、(23)を式(21)に代入し、 θ は微小であると仮定し、 $\beta_{xy} = 0$ 、 $\sin^2 \theta \div 0$ 、 $\cos^2 \theta \div 1$ とすると式(21)は次のようになる。

$$\kappa'_x = \left(\frac{36}{t} \right) \frac{H_3 \{ (E_x)_3 + (E_y)_3 \Theta_3^2 + (G_{xy})_3 \Theta_3 \} \{ (\beta_x)_3 + (\beta_y)_3 \Theta_3^2 \} - H_1 \{ (E_x)_1 + (E_y)_1 \Theta_1^2 + (G_{xy})_1 \Theta_1 \} \{ (\beta_x)_1 + (\beta_y)_1 \Theta_1^2 \} + \frac{9M_x}{t^3}}{13 \{ (E_x)_1 + (E_y)_1 \Theta_1^2 + 2(G_{xy})_1 \Theta_1 \} + \{ (E_x)_2 + (E_y)_2 \Theta_2^2 + 2(G_{xy})_2 \Theta_2 \} + 13 \{ (E_x)_3 + (E_y)_3 \Theta_3^2 + 2(G_{xy})_3 \Theta_3 \}} \dots (24)$$

$$\kappa'_y = \left(\frac{36}{t} \right) \frac{H_3 \{ (E_x)_3 \Theta_3^2 + (E_y)_3 - (G_{xy})_3 \Theta_3 \} \{ (\beta_x)_3 \Theta_3^2 + (\beta_y)_3 \} - H_1 \{ (E_x)_1 \Theta_1^2 + (E_y)_1 - (G_{xy})_1 \Theta_1 \} \{ (\beta_x)_1 \Theta_1^2 + (\beta_y)_1 \} + \frac{9M_y}{t^3}}{13 \{ (E_x)_1 \Theta_1^2 + (E_y)_1 - 2(G_{xy})_1 \Theta_1 \} + \{ (E_x)_2 \Theta_2^2 + (E_y)_2 - 2(G_{xy})_2 \Theta_2 \} + 13 \{ (E_x)_3 \Theta_3^2 + (E_y)_3 - 2(G_{xy})_3 \Theta_3 \}} \dots (25)$$

$$\kappa'_{xy} = \left(\frac{36}{t} \right) \frac{2H_3 \{ 2 \{ (E_y)_3 - (E_x)_3 \} \Theta_3 \} + (G_{xy})_3 \{ (\beta_y)_3 - (\beta_x)_3 \} \Theta_3 - 2H_1 \{ 2 \{ (E_y)_1 - (E_x)_1 \} \Theta_1 \} + (G_{xy})_1 \{ (\beta_y)_1 - (\beta_x)_1 \} \Theta_1 + \frac{9M_{xy}}{t^3}}{13 \{ \{ (E_y)_1 - (E_x)_1 \} \Theta_1 + (G_{xy})_1 \} + \{ \{ (E_y)_2 - (E_x)_2 \} \Theta_2 + (G_{xy})_2 \} + 13 \{ \{ (E_y)_3 - (E_x)_3 \} \Theta_3 + (G_{xy})_3 \}} \dots (26)$$

ここで、 G_{xy} :せん断弾性係数、 M_{xy} :ねじれモーメント、 $\Theta_j = \sin \theta_j$ (添字"j"は構造体の層番号1~3を示す)を表す。よって式(24)~(26)の3つの曲率成分を求めることにより、段ボールの反りの評価が可能となる。

3. 予測式適用性の検討

3・1 測定による比較 測定に用いた供試材の機械的性質を表1に示す。縦弾性係数及びポアソン比は

万能試験機(島津製作所、AG10TA)を用い、JIS P8113に準拠した引張り試験により求めた。中芯については、式(1)~(4)より求めた等価縦弾性係数も示した。せん断弾性係数はCampbellの式⁽¹⁰⁾を引用し、伸縮率は著者らが試作した装置⁽¹¹⁾により測定した。

測定試料の作成及び測定は、恒温・恒湿(温度 $20 \pm 2^\circ\text{C}$ 、湿度 $65 \pm 2\%$)状態で行った。中芯と裏ライナの繊維配向角を 0° としてMDに $200\text{mm} \times \text{CD}$ に 120mm の大きさに

表1 供試材の機械的性質(温度 $20 \pm 2^\circ\text{C}$ 、湿度 $65 \pm 2\%$)

Specimen	Young's modulus/MPa		Poissons' ratio		Modulus of rigidity/MPa	Expansivity (1/moisture content 1%)	
	E_x	E_y	ν_x	ν_y	G_{xy}	β_x	β_y
Liner	997.9	4785.7	0.06	0.10	773.9	1.5×10^{-4}	4.0×10^{-4}
Medium (equivalent flat plate)	748.0 (59.0)	1742.1 (0.2)	0.03	0.05	505.0	2.0×10^{-4}	4.0×10^{-4}

切り出し、澱粉糊で接着し24時間放置した後、水分を $10 \pm 2\%$ とした(片面段ボール)。さらに表ライナの繊維配向角を $-40^\circ \sim 40^\circ$ (MD方向に対して時計回りを“+”とする)まで 10° ずつ変化させて同様に切り出し、水分を $30 \pm 2\%$ にしたものを澱粉糊により片面段ボールに貼り付け、24時間放置し、測定に用いた。ここで中芯の波段はテストフリューター(日本TMC, TMC-1-W)により作成した。また繊維配向角は超音波式配向測定機(野村商事, SST-110)により、水分は赤外線水分計(CHINO, IR-M100)により測定した。

図3-(a)に測定試料の測定点と反り測定式^{(4),(12)}を、図3-(b)に装置構成を示す。供試材の測定点はA~Hの8点とし、各点の厚さ方向変位をレーザー変位計(KEYENCE, LB60)により測定した。測定値は5回の測定による平均とし、図3-(a)に示した測定式より曲率を求めた。

表1の条件を用い、 $\theta_2 = \theta_3 = 0^\circ$, $H_2 = H_3 = 1\%$, $H_1 = 13\%$, $t = 4.357\text{mm}$ として反り予測式(24)~(26)より求めた計算結果と測定結果の比較を図4に示す。曲げ曲率 κ'_x は繊維配向角が $\pm 40^\circ$ になると、計算値と測定値のずれは大きくなる。これは κ'_x が κ'_y , κ'_{xy} よりもライナと中芯の接着部での糊の剛性の影響を受けるのに、予測式ではこれを考慮していないためと考えられる。しかし κ'_y は概ね両者の傾向は一致しており、ねじれ曲率 κ'_{xy} についてはよく一致しているといえる。

3・2 シミュレーションによる比較 有限要素法解析プログラムMARC-K4を用い、曲げモーメント M_x を

加えたときの曲げ曲率 κ'_x の変化をシミュレーションし、外力が加わった場合の反り予測式の妥当性を検討した。段ボールのFEMモデルを図5に示す。段ボールの寸法は図1の通りであり、8節点ソリッド要素を用い、y方向(MD)とx方向(CD)にそれぞれ1/2ピッチの要素分割を行った。また応力が高くなるライナと中芯の接合部のメッシュは細分割とした。物性値は表1を用い、単位長さ当たり1 Nmmの曲げモーメント M_x を加えたときの直交異方性弾性解析を行った。そして表ライナのエッジ部分での変位を求め、図3-(a)に示した反り測定式より曲げ曲率 κ'_x を求めた。

表1の条件を用い、反り予測式(24)より、 $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0^\circ$, $H_1 = H_2 = H_3 = 0\%$, $t = 4.357\text{mm}$ として求めた計算結果とシミュレーション結果の比較を図6に示す。これより予測式による計算値とシミュレーション値はよく一致している。よって測定とシミュレーションによる比較から、本研究で導出した反りの簡易予測式の妥当性が明らかとなり、本式より段ボールの反りの評価が可能となった。

4. 反り変形解析

4・1 反りに影響を及ぼすパラメータ 導出した反り予測式において、表・裏ライナの水分変化を一定とし、表・裏ライナに繊維配向角差、伸縮率差がある場合とない場合について、反りに影響を及ぼす要因を考える。

はじめに表・裏ライナの繊維配向角差がなく、伸縮率

(a) Specimen and warping measurement formula

(b) Block diagram of measurement set-up for warping deformation

図3 測定試料と装置構成

図4 予測式と測定結果の比較

差がある場合は、式(24)～(26)において $H_1 = H_3 = H$, $\theta_1 = \theta_3 = 0$ より次式となる。

$$\kappa'_x = \left(\frac{36}{t}\right) \frac{H\{(E_x)_3(\beta_x)_3 - (E_x)_1(\beta_x)_1\} + \frac{9M_x}{t^3}}{13(E_x)_1 + \{(E_x)_2 + (E_y)_2\Theta_2^2 + 2(G_{xy})_2\Theta_2\} + 13(E_x)_3} \quad (27)$$

$$\kappa'_y = \left(\frac{36}{t}\right) \frac{H\{(E_y)_3(\beta_y)_3 - (E_y)_1(\beta_y)_1\} + \frac{9M_y}{t^3}}{13(E_y)_1 + \{(E_x)_2\Theta_2^2 + (E_y)_2 - 2(G_{xy})_2\Theta_2\} + 13(E_x)_3} \quad (28)$$

$$\kappa'_{xy} = \left(\frac{36}{t}\right) \frac{\frac{9M_{xy}}{t^3}}{13(G_{xy})_1 + \{(E_y)_2 - (E_x)_2\}\Theta_2 + (G_{xy})_2 + 13(G_{xy})_3} \quad (29)$$

よって式(27)～(29)より、曲げ曲率 κ'_x 、 κ'_y は伸縮率及び縦弾性係数の表・裏差に影響し、これらが大きいほど反りは増加する。しかし、ねじれ曲率 κ'_{xy} はこれらの影響を受けない。

次に表・裏ライナの繊維配向角が同じであり、伸縮率差がない場合は、式(24)～(26)において $H_1 = H_3 = H$, $\theta_1 = \theta_3 = \theta$, $\beta_{1x} = \beta_{3x} = \beta_x$, $\beta_{1y} = \beta_{3y} = \beta_y$ より次式となる。

$$\kappa'_x = \left(\frac{36}{t}\right) \frac{H(\beta_x + \beta_y\Theta^2)[\{(E_x)_3 + (E_y)_3\Theta^2 + (G_{xy})_3\Theta\} - \{(E_x)_1 + (E_y)_1\Theta^2 + (G_{xy})_1\Theta\}] + \frac{9M_x}{t^3}}{13\{(E_x)_1 + (E_y)_1\Theta^2 + 2(G_{xy})_1\Theta\} + \{(E_x)_2 + (E_y)_2\Theta_2^2 + 2(G_{xy})_2\Theta_2\} + 13\{(E_x)_3 + (E_y)_3\Theta^2 + 2(G_{xy})_3\Theta\}} \quad (30)$$

$$\kappa'_y = \left(\frac{36}{t}\right) \frac{H(\beta_x\Theta^2 + \beta_y)[\{(E_x)_3\Theta^2 + (E_y)_3 - (G_{xy})_3\Theta\} - \{(E_x)_1\Theta^2 + (E_y)_1 - (G_{xy})_1\Theta\}] + \frac{9M_y}{t^3}}{13\{(E_x)_1\Theta^2 + (E_y)_1 - 2(G_{xy})_1\Theta\} + \{(E_x)_2\Theta_2^2 + (E_y)_2 - 2(G_{xy})_2\Theta_2\} + 13\{(E_x)_3\Theta^2 + (E_y)_3 - 2(G_{xy})_3\Theta\}} \quad (31)$$

$$\kappa'_{xy} = \left(\frac{36}{t}\right) \frac{2H(\beta_y - \beta_x)\Theta[2\{(E_y)_3 - (E_x)_3\}\Theta + (G_{xy})_3] - [2\{(E_y)_1 - (E_x)_1\}\Theta + (G_{xy})_1] + \frac{9M_{xy}}{t^3}}{13\{(E_y)_1 - (E_x)_1\}\Theta + (G_{xy})_1 + \{(E_y)_2 - (E_x)_2\}\Theta_2 + (G_{xy})_2 + 13\{(E_y)_3 - (E_x)_3\}\Theta + (G_{xy})_3} \quad (32)$$

よって式(30)～(32)より、 κ'_x 、 κ'_y は弾性係数の表・裏差に影響し、これらが大きいほど反りは大きい。 κ'_{xy} は伸縮率の異方性、縦弾性係数の異方性の表・裏差及びせん断弾性係数の表・裏差に影響し、これらが大きいほど反りは増加する。また繊維配向角差、伸縮率差がある場合もない場合も、厚さ t が増せば反りは減少し、モーメント M が増せば反りの増加を招く。

4・2 反り変形予測 反り予測式(24)～(26)を用い、反り変形の予測を試みる。ただし物性値は表1を用い、 $H_1 = H_3 = 1\%$, $M_x = M_y = M_{xy} = 0$ Nmm, $t = 4.357$ mmとして計算を行った。図7は表・裏ライナの繊維配向角差 $\Delta\theta$ を0～40°(MDに対し時計回りを“+”とする)つけた場合の曲率変化を示したものである。ここで $\Delta\theta = \theta_3 - \theta_1$, $\theta_2 = 0^\circ$ とおいた。(a)は表・裏ライナ

の繊維配向を“+”方向にとったものであり、(b)は表ライナの繊維配向を“-”方向、裏ライナの繊維配向を“+”方向にとったものである。(a)において、曲率は $\Delta\theta$ が大きくなるに伴いほぼ直線的に増加する。(b)では κ'_x 、 κ'_{xy} は $\Delta\theta = 13 \sim 14^\circ$ で、 κ'_y は 20° で曲率は逆転し、その後は $\Delta\theta$ が増すにつれほぼ直線的に増加する。また(a)、(b)より、 $\Delta\theta$ の増加に伴う曲率変化が大きいのは、曲げ曲率よりもねじれ曲率であることがわかる。そして表・裏ライナの繊維配向を逆にとれば、同じ方向にとった場合に比べ曲率変化は減少し、特に κ'_y の変化はほとんどなくなる。

縦弾性係数の異方性 E_y/E_x を1～10まで変化させたときの曲率変化 $\Delta\kappa$ を求めたものを図8に示す。ここで $\theta_1 = 5^\circ$, $\theta_2 = 0^\circ$, $\theta_3 = 10^\circ$ とし、 $\Delta\kappa$ は $E_y/E_x = 1$ の曲率に対する曲率の変化量を示す。 κ'_x の場合は、 E_y/E_x が

図5 段ボールのFEMモデル

図6 予測式とシミュレーション結果の比較

増すにつれ $\Delta\kappa$ はほぼ直線的に増加する。また κ'_{xy} では、 $E_y/E_x \div 10$ までは κ'_x よりも $\Delta\kappa$ は大きい。 κ'_y については、 $E_y/E_x \div 5$ までは κ'_x 、 κ'_{xy} よりも $\Delta\kappa$ は大きい、 $E_y/E_x \div 7$ 以後では $\Delta\kappa \div 2.3$ となりほぼ一定となる。

図9は伸縮率の異方性 β_x/β_y を1~10まで変化させたときの曲率変化 $\Delta\kappa$ を求めたものである。ここで $\theta_1 = 5^\circ$ 、 $\theta_2 = 0^\circ$ 、 $\theta_3 = 10^\circ$ とし、 $\Delta\kappa$ は $\beta_x/\beta_y = 1$ の曲率に対する曲率の変化量を示す。 κ'_x 、 κ'_y ともに、 β_x/β_y が増すにつれ $\Delta\kappa$ は直線的に増加し、 κ'_y は κ'_x の約3倍 $\Delta\kappa$ が増加する。

5. 結 言

Lamination theoryにより段ボールの簡易的反り予測式を導出し、反り変形解析を行った結果、以下の結論を得た。

(1) 本研究で求めた簡易的反り予測式により段ボールの反り解析が可能となり、反りとその発生要因との関係が明らかとなった。

(2) 表・裏ライナの水分変化が一定で繊維配向角差がない場合、曲げ反りは伸縮率及び縦弾性係数の表・裏差に影響し、ねじれ反りはこれらの影響を受けない。また伸縮率差がない場合、曲げ反りは弾性係数の表・裏差に影響し、ねじれ反りは伸縮率の異方性、縦弾性係数の異方性の表・裏差及びせん断弾性係数の表・裏差に影響する。そしてこれらが大きいほど反りは増加する。

(a) θ_1, θ_3 : same direction ($\theta_1 = 10^\circ$)

(b) θ_1, θ_3 : revers direction ($\theta_1 = -10^\circ$)

図7 繊維配向角差に伴う反り変形

(3) 表・裏ライナの繊維配向角差に伴う反りで問題となるのは、曲げ反りよりねじれ反りである。また表・裏ライナの繊維配向方向を逆にとれば、同じ方向にとった場合に比べ反りは減少する。

(4) 縦弾性係数及び伸縮率の異方性が増すにつれ反りは増加する。特に伸縮率の異方性が増せば曲げ反りは直線的に増加する。そして $E_y/E_x \div 5$ までと β_x/β_y 全般にわたり問題となる反りは、CDよりもMDに沿った曲げ反りである。

文 献

- (1) 木島, 紙パ技協誌, 33-10 (1979), 60.
- (2) 門屋, 新・紙の科学, (1977), 215, 中外産業調査会.
- (3) 井関, 紙パルプの技術, 29-2 (1978), 50.
- (4) 竹中・ほか2名, 三菱重工技報, 27-2 (1990), 1.
- (5) Carlsson, L., Fiber Science and Technology, 14 (1981), 201.
- (6) Ashton, J. E., Halpin, J. C. and Petit, P. H., (1969), 6, Technomic, Westport, CT.
- (7) Carlsson, L., Fellers, C. and Htun, M., Svensk Papperstidning, 7 (1980), 194.
- (8) 林, 航空学会誌, 8-79 (1941), 601.

図8 縦弾性係数の異方性に伴う反り変化率

図9 伸縮率の異方性に伴う反り変化率

- (9) Campbell, J. G., Australian J. Appl. Sci, **12-3** (1961), 356. (11) Stevenson, J. F., Boxboard Containers, **3** (1983), 34.
(10) 石渕・ほか3名, 計自講論, (1990), 129.
-