有限要素法と境界要素法を併用した磁場解析*

酒 井 讓^{*1}, 山 下 彰 彦^{*2}Magnetostatic Analysis by Coupling Finite-Element Method
and Boundary Element Method

Yuzuru SAKAI and Akihiko YAMASITA

For analyzing on electromagnetic field in 2 or 3 dimensions, a finite-element method and a boundary element method are widely used. However, there remain some problems, especially concerning CPU time and memory space in 3 dimensions. A third method which utilizes the advantages of both methods was proposed as a "combination method" and is mainly applied to open field problems. In this paper, a study of magnetic shield analyses by the combination method is presented. It is shown that in closed field problems the CPU time and the memory space are reduced effectively using this method.

Key Words: Magnetostatic Analysis, Finite-Element Method, Boundary Element Method, Magnetic Shield Problem

1. 序 論

核融合炉, リニアモーターカー, MRI (Magnetic Resonance Imaging) のように強磁場を利用したさまざまな技術が急速に開発されつつある。強磁場は近年, 超電導コイルの発達によって数 10 T (テスラ) という高いレベルまで達成されるようになってきているが, それに伴い, 磁化された金属材料や誘導電流が生じた導電材料にはしばしば非常に強い磁気力が発生し, 機器の大規模な破壊や損傷をもたらす可能性が問題となってきた。さらにほかの機器や人体への磁場の影響を防ぐ遮へい問題なども従来よりはるかに重大な課題となっており, 詳細な磁気設計が必要とされてきている。

強磁場下にある機器特性を把握するためには, まず正確な磁気分布を知る数値解析が必要である。現在最も有力と見なされているのは有限要素法であろう。しかし, 有限要素法は不均質媒体や非線形材料を含む問題にも容易に適用できる反面, 解析領域を十分細かく

要素分割しなければならず, 計算時間, 記憶容量の点で, ことに三次元問題において不利となる場合がある。さらに有限領域形の解法であるため, 無限の広がりを持つモデル化が困難であり, 漏れ磁束のある場の解析にはあまり適さない。一方, 有限要素法のこのような欠点に対して有利な手法として境界要素法が登場し, 補完的な役割を果たしてきた。しかし, この方法は経済性と無限領域問題への適用性には優れているものの, 非線形問題の扱いが難しい欠点がある。そこで, 第3の手法として, 閉領域問題と非線形解析に有用な有限要素法と開領域問題と経済性に優る境界要素法を結合させ, それぞれの長所を生かす方法が考えられコンビネーション法⁽¹⁾として提案されている。

電磁場解析におけるコンビネーション法は我国においても矢川⁽²⁾, 中田⁽³⁾および加川⁽⁴⁾によって主として無限領域への応用がなされ, さらに小貫⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾によって改良が加えられてきている。しかし現在のところその適用例はきわめて少なく, しかも二次元線形問題がほとんどでありコンビネーション法が有用性を発揮する三次元問題および非線形問題への適用はごく限られ, その検討はまだ十分とは言えない。そこで, 本論文ではコンビネーション法を二次元, 三次元の不均質問題に適用し, その精度および経済性についてほか

* 原稿受付 平成4年4月20日。

^{*1} 正員, 横浜国立大学工学部 (〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)。^{*2} 正員, (財)鉄道総合技術研究所 (〒185 東国分寺市光町2-8-38)。

の手法（有境要素法，境界要素法）と比較検討を行った。

2. 解析理論

2.1 磁界の基礎式 三次元静磁界における Maxwell 方程式は次式で与えられる。

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで $\mathbf{H}$, $\mathbf{B}$ はそれぞれ磁界の強さと磁束密度であり $\mathbf{J}$ は電流密度， μ は透磁率である。式(3)より

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad \dots\dots\dots (4)$$

で表される磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を導入すると静磁界に関する方程式は次式で与えられる。

$$\text{rot } (\nu \text{ rot } \mathbf{A}) = \mathbf{J} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ν は磁気抵抗率であり μ の逆数である。本論文で考える領域は図1に示すような二次元もしくは三次元の単連結領域とする。この領域は磁性体領域 (Ω_1) とこれを取り囲む空気領域 (Ω_2) からなり，空気領域には励磁電流 $\mathbf{J}_0$ が存在する。 Ω_1 と Ω_2 の境界 Γ_{12} は磁性体と空気領域の界面で，さらに外部には仮想境界 Γ_B を考える。境界 Γ_{12} 上では次のような接合条件を満たす必要がある⁽⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_{\text{FEM}} &= \mathbf{A}_{\text{BEM}} \\ \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{n}} \right)_{\text{FEM}} &= - \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{n}} \right)_{\text{BEM}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

コンビネーション法は，以上の基礎方程式を有限要素法と境界要素法によってそれぞれ定式化し，共通の未知数を含むマトリックス方程式を作成することによって解を得る方法であり，両者の結合を容易にするような定式化を行う必要がある。

2.2 有限要素法による定式化 コンビネーション法を用いて図1に示す領域を解析する場合，有限要素法は磁性体である Ω_1 に，また境界要素法は空気領域 Ω_2 に適用するものとする。まず有限要素法を用いる領域 Ω_1 について考え，式(5)にガラキン法を適

用すると

$$\begin{aligned} Gi &= \int_{\Omega_1} Ni \{ \text{rot } (\sigma \text{ rot } \mathbf{A}) - \mathbf{J}_0 \} d\Omega \\ &= 0 \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで， Ni は補間関数である。上式をベクトル公式を用いて変形すると

$$\begin{aligned} Gi &= \int_{\Omega_1} \text{rot } \{ Ni (\nu \text{ rot } \mathbf{A}) \} d\Omega \\ &\quad - \int_{\Omega_1} \text{grad } Ni \times (\nu \text{ rot } \mathbf{A}) d\Omega \\ &\quad - \int_{\Omega_1} Ni \mathbf{J}_0 d\Omega = 0 \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

上式の右辺第1項はガウスの定理により

$$\begin{aligned} &\int_{\Omega_1} \text{rot } \{ Ni (\nu \text{ rot } \mathbf{A}) \} d\Omega \\ &= \int_{\Gamma_{12}} Ni \mathbf{n} \times (\nu \text{ rot } \mathbf{A}) d\Gamma \end{aligned}$$

ここで， $\mathbf{n}$ は境界面 Γ_{12} の単位法線ベクトルである。以上より次式が得られる。

$$\begin{aligned} Gi &= - \int_{\Omega_1} \text{grad } Ni \times (\nu \text{ rot } \mathbf{A}) d\Omega \\ &\quad - \int_{\Omega_1} Ni \mathbf{J}_0 d\Omega + \int_{\Gamma_{12}} Ni \mathbf{n} (\nu \text{ rot } \mathbf{A}) d\Gamma = 0 \\ &\quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

境界 Γ_{12} においてももしそれが固定境界ならば $Ni=0$ ，さらに磁界の強さが境界面に垂直もしくは平行な場合，上式の第3項は零となる。このような理由から有限要素法のみによって磁界解析を行う場合第3項は省略されるのが普通である。しかし境界要素法との結合を行うときには有限要素法と境界要素法の接する領域 Γ_{12} において上述のように仮定が成立しないため式(9)すべてを離散化したマトリックス方程式を作成しなければならない。

本論文では，二次元問題については三角形1次要素，三次元問題について直方体1次要素を用い離散化を行った⁽⁹⁾。いずれの場合にも式(9)は次に示すマトリックス形となる。

$$[\mathbf{M}]\{\mathbf{A}\} + [\mathbf{N}]\left\{\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{n}}\right\} = \{\mathbf{E}\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

2.3 境界要素法による定式化 境界要素法の解析対象として電流源をも含む空気領域 Ω_2 を考えれば支配方程式(5)はつぎのポアソン方程式になる⁽¹⁰⁾。

$$\nabla^2 \mathbf{A} = b \quad \dots\dots\dots (11)$$

外部から強制電流 $\mathbf{J}_0$ が流れる場合は $b = -\mathbf{J}_0/\nu$ である。上記方程式に付随する境界条件としては次式のような Dirichlet および Neumann 境界条件を考える。

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \bar{\mathbf{A}} \quad (\text{on } \Gamma_{B1}) \\ \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{n}} &= \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}}{\partial \mathbf{n}} \quad (\text{or } \Gamma_{B2}) \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

図1 解析領域

境界全体では $\Gamma_B = \Gamma_{B1} + \Gamma_{B2}$ である。式(11), (12)に重み付き残差法を適用すると二つの境界条件を含む混合形の残差式が得られる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_2} (\nabla^2 A - b) \text{Wid } \Omega \\ &= \int_{\Gamma_{B2}} \left(\frac{\partial A}{\partial n} - \frac{\partial \bar{A}}{\partial n} \right) \text{Wid } \Gamma \\ &+ \int_{\Gamma_{B1}} (A - \bar{A}) \frac{\partial W_i}{\partial n} d\Gamma \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

一般に式(5)が成立するとベクトルポテンシャル A は成分 A_x, A_y, A_z のそれぞれのベクトル和で求まるので以下では一つの成分についてのみ考える。上式を2度部分積分することにより

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_2} A \nabla^2 \text{Wid } \Omega + \int_{\Gamma_{B1}} A \frac{\partial W_i}{\partial n} d\Gamma \\ & - \int_{\Gamma_{B2}} \frac{\partial A}{\partial n} \text{Wid } \Gamma = \int_{\Omega_2} b \text{Wid } \Omega \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

次に領域 Ω_2 内ではラプラス方程式が成りつことを用い式(14)の第1項を境界積分に帰着させる。そのため重み関数としては次式を満たす解を採用することにする。

$$\nabla^2 W_i + \delta i = 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで δi はデラックのデルタ関数であり、解 W_i は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} W_i &= \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \quad (\text{二次元場}) \\ & \quad \quad \quad \dots\dots\dots (16) \\ & \quad \quad \quad \frac{1}{4\pi r} \quad (\text{三次元場}) \end{aligned}$$

式(15)を式(14)に代入すると次の方程式を得る。

$$\begin{aligned} & C_i A_i + \int_{\Gamma_{B1}} A \frac{\partial W_i}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_{B2}} \frac{\partial A}{\partial n} \text{Wid } \Gamma \\ &= \int_{\Omega_2} b \text{Wid } \Omega \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

上式の左辺は境界積分のみで右辺は領域積分項である。しかしこの領域積分項には未知数 $A, \partial A / \partial n$ が含まれていないので数値積分によって評価できる。二次元問題では線要素、三次元問題では四角形要素を用いて式(17)を離散化すれば次のマトリックス形を得る。

$$[H][A] + [G]\{\partial A / \partial n\} = \{B\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

2.4 コンビネーション法 有限要素法と境界要素法を結合するためには共通境界 Γ_{12} 上でポテンシャル A の適合性、すなわち $A_{\text{FEM}} = A_{\text{BEM}}$ と流束 $\partial A / \partial n$ の平衡性 $(\partial A / \partial n)_{\text{FEM}} = -(\partial A / \partial n)_{\text{BEM}}$ が満たされる必要がある。FEM 領域で一次要素を用いる場合ポテンシャル A の法線方向微分である流束は0次となりBEM 領域で一般の一次要素を用いると両者の接合が難しくなる。そこで、小貫らの提案する0—一次要素⁽⁵⁾を用い流束の平衡性を保障することにする。したがって式(18) $[H]$ は一次要素, $[G]$ は0次要素に基づく

マトリックスとなっている。式(10)と式(18)を式(6)の条件を考慮して結合させればコンビネーション法のための全体マトリックスが次のように求められる。

$$\begin{bmatrix} M & -N \\ H & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ \partial A / \partial n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E \\ B \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (19)$$

3. 解析結果

3.1 二次元問題 コンビネーション法の利点の

ひとつは、開領域問題に対する応用が比較的容易なことである。いま図2に示すような空間中を流れる電流がつくる磁界の解析を考え有要素法、境界要素法それにコンビネーション法を適用してみる。二次元場の中心に電流が存在するものとし、電流源から十分離れた位置に仮想境界 Γ_B を設け、有限要素法では Γ_B 内部を図2(b)に示すように十分細かく分割する。また境界要素法[図2(a)]では Γ_B 上を一次要素で分割している。またコンビネーション法[図2(b)]では有限要素と境界要素を Γ_B 上で接合している。問題は x, y 両軸に関して対称であり、実際には全体の1/8を解析すればよいのだが、ここでは計算時間の比較を容易にするため全領域の解析をしている。図3は有限要素法、境界要素法それにコンビネーション法によって求めたポテンシャル分布図である。同図より、有限要素法と境界要素法による解はほぼ同一の結果を示し、電流に近い部分では同心円状の分布を示すが、境界近傍では、境界形状の影響を強く受け分布がひずんでしまう。一方、開領域コンビネーション法によれば、境界近傍でのひずみがかなり小さくなり、最外周の等ポテンシャル線を除けばほぼ全解析領域について同心円状の分布が得られる。開空間中の電流がつくる磁界は無限遠まで同心円の等ポテンシャル面を作るはずであるからコンビネーション法の解はより正解に近くなっているといえる。ちなみに外周の等ポテンシャル線のひずみ具

(a) 境界要素法による分割図 (b) 有限要素法とコンビネーション法による分割図

図2 要素分割図

合いを最短半径/最長半径の比で示せば図3の(a)~(c)はそれぞれ0.84, 0.84, 0.92であり, 開領域コンビネーション法によれば, 解析モデルにおける周縁形状の影響がかなり減少しているといえる。表1にそれぞれの解析に要した計算時間を示す。ほぼ同精度の解とみなされる有限要素法と境界要素法の計算時間は前者が後者のおよそ4倍程度となり, 基本解の存在する一様媒質問題では, 境界要素法が非常に効率的な方法であることがわかる。一方, コンビネーション法と有限要素法を比べた場合, 前者は後者のおよそ1.3倍の計算時間を必要とするが, コンビネーション法の解には前述のように無限領域の効果がかなり有効にあらわれており, 漏れ磁界が無視できない開磁場解析では同法がより有力な手法とみなせるだろう。

コンビネーション法の第2の利点として, 閉領域間

表1 3方法による計算時間の比較

Method	Number of Elements	CPU Time (sec)
FEM	1444	171
BEM	32	47
COM	FEM 1444 BEM 72	222

* by Epson PC-286VF

題に適用して計算時間の大幅な短縮を実現させる用い方が考えられる。たとえば非線形問題や不均質場問題に対し, 非線形部もしくは不均質部分については有限要素法を, それ以外の線形均質部分については境界要素法を用いることによって, 高精度の解を少ない計算時間で得ることができれば, コンビネーション法は極めて有望な解析手法といえる。ことに電磁界解析においては, 機器を含む周辺の空間領域まで解析する場合が普通であるからコンビネーション法はとりわけ魅力的となる。

いま図4に示すように, 電流のつくる磁界内に金属材料(磁性体)が存在するものとする。すると磁界は金属材料によってゆがめられ, 不規則な分布となる。この場合, 単純な基本解は存在しないため, 境界要素法のみでは解を得ることがなかなか難しくなる。そこで, 図5(a)に示すように, 金属部分についてのみ有限要素法を適用し, 空気領域には境界要素法を用い, コンビネーション法による解析を行ってみる。比較のために, 有限要素法のみを用いた場合の分割図を図5(b)に示す。磁性体の磁気抵抗率 ν を1000とし24m×24mの空間の中央に10Aの電流が流れているものとする。また境界 Γ_B 上では $A=0$ として閉領域問題としている。図6はコンビネーション法と有限要素法そ

(a) 有限要素法

(b) 境界要素法

(c) コンビネーション法

図3 電流のつくるポテンシャル場

図4 二次元磁気遮へいモデル図

(a) コンビネーション

(b) 有限要素法

図5 要素分割図

れぞれによって得られたポテンシャル分布の図である。空気領域の分布形状、両方法によってほとんど差がない。金属内部については、コンビネーション法の結果は不規則な分布を示しているが、この部分の分割がやや粗であったためであり、さらに微小な分割を行えば改善される。しかし、遮へい問題のように空気領域の磁界分布のみを知ればよいのであれば、図5(a)に示す程度の粗な分割で十分である。図7は金属板の中央と電流部を結ぶ直線上におけるポテンシャル値 A の変化を示しているが、金属板の存在による遮へい効果が両方法によりほぼ同精度で得られている。

表2は、コンビネーション法と有限要素法による計算時間の比較を示している。コンビネーション法による計算時間は、有限要素法による場合のおよそ1/3であり、得られる解の精度が同程度とみなされることから同法が経済性に優れた手法であることがいえる。なお以上の二次元問題はパーソナルコンピュータ (EPSON PC-286 VF) で行った。

3・2 三次元問題 コンビネーション法がより魅力的な方法となるのは、三次元問題である。現在、三次元磁場解析で最もよく用いられているのは、ベクトルポテンシャル A を未知数とした有限要素法 (A法) である。

しかし、ベクトルポテンシャル A を未知数とする

と、三次元問題では1節点に三自由度 (A_x, A_y, A_z) をもつことから、比較的単純なモデルでも、膨大な未知数を持つ方程式を解かなくてはならず、多大な計算時間、記憶容量が必要となる。このためベクトルポテンシャル A のかわりに磁位 $\Omega^{(1)}$ や磁界強度 $H^{(12)}$ などを用いて未知数を減少させる方法などが提案されているが、時間依存場などへの応用性や物理量としての扱いやすさ、なじみやすさなどから、A法に変わる方法となっていない。磁場解析の特徴は、通常、機器とともに周囲の空間全体を解析することになり、構造解析のように機器内部のみを精度よく解析すればよいというわけにはいかなく、そのため三次元空間の解析では膨大な未知数の方程式を解かなくてはならなくなる。したがって三次元問題においては精度を犠牲とせず、いかに空間領域の未知数を減少させるかが最重要の研究課題となっている。

いま図8に示すように超電導コイルが作る三次元磁

表2 2方法による計算時間の比較

Method	Number of Elements	CPU Time (sec)
FEM	1444	171
COM	FEM 32 BEM 40	56

* by Epson PC-286VF

(a) 有限要素法 (b) コンビネーション法

図6 磁気ポテンシャル分布図

図7 中心軸に沿った磁気ポテンシャル分布

図8 三次元磁気遮へいモデル図

(a) 有限要素法による分割図

(b) コンビネーション法による分割図

図9 要素分割図

界中に、磁性体である鋼板が存在する問題を考える。超電導コイル (1 m×0.5 m, 断面積 16 cm²) には 500 KA の電流が流れ、1.5 m 離れた位置にある鋼板 (2 m×2 m×50 mm) によって遮へいされているものとする。図 9 に有限要素法のみによる場合の分割図と、コンビネーション法による分割図を示す。有限要素法では磁性体部と空気領域の分割が連続するために、解析領域全体にわたって超電導コイルや鋼板の位置、形状に依存した分割をしなければならず、空気領域の未知数を大幅に減らすのはなかなか困難である。一方コンビネーション法では、磁性体部と空気領域ではそれぞれ独立に分割が可能であり、しかも空気領域は二次元境界要素によって表現される。このため、空気領域の未知数は有限要素法の場合に比べ格段に少なくすることができる。図 9 に示した分割では、有限要素法の場合要素数は 3 328、コンビネーション法では磁性体部を表す有限要素数 50、仮想領域 Γ_B および界面 Γ_{12} に用いる境界要素数 240 となっていて、要素数比はおおよそ 10 対 1 である。ただし図 9(b) では内部の状態を見やすくするため境界要素のメッシュを書き込んでいない面があるが、実際は六面すべてに要素が存在し、解析領域を包み込んでいる。本問題も 3・1 節

と同様に閉領域問題として解くことにし、外部仮想境界 Γ_B 上では、いずれの場合も $A=0$ を与える。図 10 は有限要素法とコンビネーション法によって得られた x - z 断面 (コイル中心位置) の磁束密度ベクトル分布図である。コイル周辺の磁束密度分布は、ほぼ同様に求められている。しかし、有限要素法 (直方体一次要素) では要素中心のみで解析値がえられるため、この程度の分割は自由空間部の情報が全体に疎になってしまい、さらに詳細な情報を得るためには、分割数を大幅に増やすしかない。これに対し、境界要素法およびコンビネーション法では、自由空間においては任意に設定する内点位置でポテンシャル値が得られるため、式 (19) により Γ_{12} と Γ_B における解 ($A, \partial A/\partial n$) がいったん求められさえすれば、望むだけ密な分布を簡単な積分式から得ることができる。しかも、図 3、図 6 などからも明らかなように、一様媒質領域では、境界要素法などの境界形解法 (コンビネーション法もその変形とみなせる) の精度は、要素数が少なくても一般にかなり高く、比較的単純な問題では理論解が求められる場合⁽⁴⁾ もあることが知られている。すなわち、知りたい部分の内点ポテンシャルについてのみ選択的に、しかも高い精度で値を得られるという、一様媒質領域における境界要素法の利点は、コンビネーション法にも反映されていると考えられ、広い自由空間が含まれる磁界解析には同法はきわめて有利であるといえる。しかし、三次元問題におけるコンビネーション法の収束性や精度についてはさらに詳細な検討が必要であろう。

図 11 は鋼板中心と電流源を結ぶ、対称軸そった磁束密度分布を表している。コンビネーション法と有限要素法の結果は全領域にわたってほぼ一致している。また鋼板による遮へい効果も明りよう解析されている。図 12 は y - z 断面 (コイル面から 25 cm 離れた位

(a) 有限要素法

(b) コンビネーション法

図 10 磁束密度分布 (x - z 平面, コイル中心位置)

図 11 中心軸に沿った磁束密度分布

(a) 有限要素法

(b) コンビネーション法

図 12 磁束密度分布 (X-Z 平面, コイル近傍)

置) でみた磁束密度ベクトル図である。コンビネーション法のほうがはるかに密な分布図を与え、コイルが磁界の吐き出しを行っている様子がより詳細に理解できる。また図 13 は図 12 の対称軸 ($Z=2.5$ m) にそった磁束密度分布を示すが、コイル内空間ではコンビネーション法の解が有限要素法の解をやや上回っている。これはコイル周辺部のようにポテンシャルの変化が急激な部位で、有限要素分割が粗い場合に解が低く求められる傾向がある⁽¹⁾ ためであり、コイルより離れた部位では両法の解がほぼ一致している。

表 3 は解析領域内で任意に選んだ位置における磁束密度 B の値である。鋼板背後の点 P_3 で若干の差があるものの、全体的に両者の値にはそれほど差が認められず、ほぼ同様の結果を得ていると言える。表 4 は二つの方法が要した計算時間を示している。コンビネーション法は有限要素法に比べ、およそ 4 分の 1 の計算時間である。図 11 および図 13 からあきらかなように、両者はほぼ同精度の解を与えており、内点処理を含め、三次元問題の計算時間が有限要素法の数分の 1 ですむコンビネーション法は、広い空間領域をもつ磁界解析にきわめて有利であることがわかる。また、データ作成が非常に簡単な点、境界上の解がもとまり

表 3 各位置における磁束密度の値

Location (x, y, z) m		B (Gauss)	
		FEM	COM
P_1	(2.5, 2.5, 2.5)	9800	9950
P_2	(2.0, 2.5, 2.5)	5360	5420
P_3	(1.0, 2.5, 2.5)	226	284
P_4	(1.0, 1.0, 1.0)	524	538
P_5	(4.9, 4.9, 4.9)	36	42

表 4 2 方法による計算時間の比較

Method	Number of Elements	CPU Time (sec)
FEM	3328	134
COM	FEM 50 BEM 240	35

* by S-820/80 super computer

図 13 コイル断面近傍の対称軸 ($z=2.5$ m) に沿った磁束密度分布

さえすれば、空間領域における内点ポテンシャルは任意の位置でもとめられる点など、この手法が従来の方法にくらべて多くの長所を有していることはあきらかである。なお三次元問題は東京大学大型計算機センターのスーパーコンピュータ S-820/80 で行った。

4. 結 論

有限要素法と境界要素法を併用するコンビネーション法を二次元および三次元静磁界解析に適用した結果以下のことが明らかになった。

(1) 磁気ベクトルポテンシャル A を共通の未知数とし、ポアソン方程式を基礎とする境界要素法を空気領域に有限要素法を磁性体部に適用することによ

り, 多媒質問題を効率よく解くことができることが明らかとなった。

(2) 三次元閉領域問題にコンビネーション法を用いれば, 従来最もよく用いられている有限要素法 (A 法) にくらべ計算時間が大幅に短縮される。さらに三次元データの作成が容易であり, 空間領域の任意位置で解が求められる点, 同法が工学的に有用であることが示された。

文 献

- (1) Brebbia, C. A., *The Boundary Element Method for Engineers* 2nd. revised ed., (1980), Pentech Press.

- (2) 矢川・江堀・安藤, シミュレーション技術研究会, 第2回有限要素法シンポジウム, (1980), 37.
 (3) 中田・高橋・井上, 電気学会研究会資料, SA-81-7(1981), 61.
 (4) 加川・村井・北上, 電気学会情報処理研究会, IP-81-53, (1981), 31.
 (5) 小貫・石山・安部, 電学論 A, 103-9(1983), 469.
 (6) 横井・熊谷・小貫, 電学論 A, 105-11(1985), 597.
 (7) 小貫・若尾, 電気学会研究会資料, SA-90-30(1990), 57.
 (8) 加川, 有限・境界要素法, (1987), 143, サイエンス社.
 (9) 中田・ほか3名, 電気学会研究資料, SA-86-32(1986), 139.
 (10) 榎園, 境界要素法, (1986), 180, 培風館.
 (11) 中田・高橋, 電気工学の有限要素法, (1986), 9, 森北出版.
 (12) 本山・ほか3名, 電気学会研究会資料, SA-88-14(1988), 11.